رياضي 6

سنڌ ٽيڪسٽ بُڪ بورڊ

ڇپيندڙ :
يونيورسل بڪ ڊيپو، حيدرآباد.

سنڌ ٽيڪسٽ بڪ بورڊ جو تيار ڪيل ۽ بيورو آف ڪيريڪيولم ۽ ايڪسٽيشن ونگ سنڌ، ڄامشورو ۽ تعليم کاتو حڪومت سنڌ طرفان سنڌ صوبي جي اسڪولن لاءِ واحد درسي ڪتاب طور منظور ٿيل.

حوالو نمبر SO. (G - 1) E & L / Curriculum - 2014 تاريخ 18 - 03 - 2015

ڪتابن جي نصاب جي جائزي واري صوبائي رويو ڪميٽيءَ جو سڏاريل

نگران اعلي:
عبدالعليم لاشاري
چيئرمين
سنڌ ٽيڪسٽ بُڪ بورڊ

ليکڪ:
- ارجن لعل، ايس - سڏريا
- پروفيسر اعجاز علي صبحپوٽو
- عطيہ تبسم پٽو
- اسماء پٽي
- اويس سراج صديقي

نظر ثاني ڪميٽي:
- محمد صغير شيخ
- سيد آفاق احمد
- آفتاب علي
- محمد هارون لغاري
- عطيہ تبسم پٽو
- نذير احمد شيخ
- پروفيسر اعجاز علي صبحپوٽو

ايڊيٽر:
- ارجن لعل ايس - سڏريا
- پروفيسر اعجاز علي صبحپوٽو

مترجم:
- ارجن لعل، ايس - سڏريا
- پروفيسر اعجاز علي صبحپوٽو

معاون:
- ڪامران لطيف لغاري: اي ايس ايس
- مير سرفراز خليل ساند: جي ايس ايس

لي آئوٽ ۽ ڪمپوزنگ: سهيل سلام پٽو
ڊزائن اسٽوڊيو، حيدرآباد

ڇپيندڙ : هي يونيورسل بڪ ڊيپو، حيدرآباد ۾ڇپيو

فهرست

پيش لفظ

سنڌ ٽيڪسٽ بُڪ بورڊ هڪ اهڙو تعليمي ادارو آهي، جنهن جو ڪم درسي ڪتابن جي تياري ۽ اشاعت ڪرڻ آهي. ان جو اهم مقصد اهڙن درسي ڪتابن جي تياري ۽ فراهمي آهي، جيڪي نئين نسل کي علم ۽ شعور سان گڏوگڏ منجهن اهڙي صلاحيت پيدا ڪن جنهن جي ذريعي اهي اسلام جي آفاقي نظرين، پائيچاري، بزرگن جي ڪارنامن، پنهنجي ثقافتي ورثي ۽ روايت جي حفاظت ڪندي نئين دؤر جي سائنسي، ٽيڪنيڪي ۽ سماجي تقاضائن کي پورو ڪري ڪامياب زندگي گذاري سگهن.

هن اعليٰ مقصد کي پورو ڪرڻ خاطر اهل علم، ماهرن، استاد صاحبن ۽ مخلص دوستن جي هڪ ٽيم ڪنڊ ڪڙڇ کان حاصل ٿيندڙ معلومات جي روشنيءَ ۾ ڪتابن جي درستگيءَ جي معيار، جائزي ۽ انهن جي سُڌاري جي عمل ۾ اسان سان گڏ لڳاتار مصروف آهي.

اسان جا ماهر ۽ اشاعتي عملو اُن صورت ۾ ئي گهربل مقصدن ۾ ڪامياب ٿيندو، جڏهن انهن ڪتابن مان استاد صاحب، شاگرد ۽ شاگردياڻيون پورو پورو لاڀ ماڻين. ان لاءِ سندن تجويزون ۽ رايا انهن ڪتابن کي بهتر بنائڻ ۾ ڪار آمد ٿيندا.

چيئرمين
سنڌ ٽيڪسٽ بڪ بورڊ

بسم الله الرحمٰن الرحيم

يونٽ 1

سيٽ

جارج ڪينٽر

اوڻيھين صديءَ ۾ جارج ڪينٽر پھريون رياضي دان هو، جنهن سيٽ جو تصور ڏنو.

1.1 سيٽ

سيٽ بيان ڪرڻ

اسين عام زندگيءَ ۾ اڪثر ڪجھ لفظ استعمال ڪندا آهيون، جيڪي شين جي ميڙ يا گروهن کي ظاهر ڪن ٿا. جھڙوڪ ڊنر سيٽ، صوفا سيٽ، چانھ جو (Tea) سيٽ، چوڪرن جو ٽولو، رانديگرن جي ٽيم، چابين جو ڇُڳو، ماڻھن جو ميڙ، وڻن جو جُھنڊ، رڍن جو ڌڻ وغيره. لفظ سيٽ، ٽولو، ٽيم، ڇُڳو، ميڙ، جُھنڊ، ڌڻ عام زندگيءَ ۾ شين جي ميڙ کي ظاهر ڪرڻ لاءِ استعمال ٿيندا آهن.

اسين سيٽ کي رياضيءَ ۾ هيٺين ريت بيان ڪريون ٿا.

سيٽ چٽن ۽ واضح بيان ڪيل شين جو ميڙ آهي.

اصطلاحَ ”واضح بيان ڪيل“ جو مطلب آهي ته سيٽ کي ڪا خاص خاصيت ضرور هجي، جنھن سان اها سڃاڻپ آسانيءَ سان ڪري سگھجي، ته ڇا ڪا شيءِ ڏنل سيٽ سان تعلق رکي ٿي يا نه.

جڏهن ته لفظ ”چٽن“ جو مطلب آهي ڌار ڌار شيون.

اچو تہ شين جي ميڙ جي ڪجهہ مثالن تي بحث ڪريون.

(1) توهان جي اسڪول جي ڇهين ڪلاس جا شاگرد.
اهو ميڙ واضح بيان ڪيل آهي. ڇو جو رڳو توهان جي اسڪول جي ڇهين ڪلاس جا شاگرد، هن ميڙ سان تعلق رکي سگهن ٿا.

(2) وڏنڊڙ ڪتابن جو ميڙ: اهو ميڙ واضح بيان ڪيل نہ آهي. ڇو جو ڪو ڪتاب هڪ ماڻهو لاءِ وڏنڊڙ ٿي سگهي ٿو، پر ٻئي لاءِ نہ. اهڙيءَ طرح هي ميڙ سيٽ نہ آهي.

(3) هفتي جي ڏينهن جي نالن جو سيٽ: سومر، اڱارو، اربع، خميس، جمعو، ڇنڇر ۽ آچر. اهو سيٽ واضح بيان ڪيل شين جو ميڙ آهي. ڇاڪاڻ تہ هرهڪ ڏينهن، انهيءَ سيٽ جو ميمبر آهي ۽ هرهڪ ڏينهن جو نالو ٻئي کان مختلف آهي.

سيٽ ۽ ان جي شين يا رُڪنن جي علامت جي سڃاڻپ ڪرڻ

انگريزي الفابيٽ جا اکر A، B، C، .... ۽ Z سيٽن کي ظاهر ڪرڻ لاءِ استعمال ڪيا آهن. سيٽ جي شين کي رُڪن يا ميمبر چئبو آهي. سيٽ جي رُڪن يا ميمبرن کي وچين ڏنگيءَ { } ۾ لکيو يا داخل ڪيو ويندو آهي ۽ رُڪنن کي بيهڪ جي نشاني ڪاما "،" يا "و" سان جدا ڪيو ويندو آهي.

نشاني '$\in$' سيٽ جو ميمبر هجڻ کي ظاهر ڪري ٿي ۽ ان کي پڙهبو "سان تعلق رکي ٿو." يا "جو رُڪن آهي" ۽ '$\notin$' سيٽ جو ميمبر نہ هئڻ کي ظاهر ڪري ٿي.

اچو تہ هيٺين مثالن تي غور ڪريون:

مثال 1:

(i) $B = \{2, 4, 6, 8\}$
2، 4، 6 ۽ 8 سيٽ B جا ميمبر آهن.

جيئن تہ 2 سيٽ B سان تعلق رکي ٿو.

انهيءَ ڪري، اسين نشانيءَ ۾ هن ريت لکنداسين $2 \in B$

جيئن تہ 3 سيٽ B سان تعلق نٿو رکي.

انهيءَ ڪري، اسين نشانيءَ ۾ هن ريت لکنداسين $3 \notin B$

استاد لاءِ هدايت: سيٽ جو تصور واضح ڪرڻ لاءِ اُستاد کي گهرجي، تہ عام زندگيءَ ۾ ڪلاس مان ميڙن جا ڪجهہ وڌيڪ مثال ڏي. جهڙوڪ ٿيلهي ۾ ڇهين ڪلاس جي ڪتابن جو ميڙ ۽ جاميٽري باڪس ۾ اوزارن جو ميڙ.

(ii) $D = \{x, y, z\}$

x، y ۽ z سيٽ D جا رُڪَن آهن.

هتي، $x \in D$، پر $p \notin D$

سيٽ کي جدولي صورت بيان ڪرڻ ۽ مثالن ذريعي واضح ڪري ڏيکارڻ

جيئن ته اسين اڳيئي بيان ڪري چُڪا آهيون، ته سيٽ جا ميمبر وچين ڏنگيءَ { } ۾ لکبا آهن ۽ "،" سان جدا ڪبا آهن. سيٽ کي بيان ڪرڻ واري هن صورت کي **جدولي صورت** يا **جدولي طريقو** چئبو آهي.

اچو ته جدولي صورت کي مثالن ذريعي واضح ڪري ڏيکاريون.

مثال1: انگريزي الفابيٽ جي حرف علت وارن اکرن جو سيٽ.

جدولي صورت ۾ اسين هن ريت لکنداسين: $\{i, a, u, e, o\}$ يا $\{a, e, i, o, u\}$

مثال2: 100 تائين قدرتي عددن جو سيٽ.

جدولي صورت ۾ اسين هن ريت لکنداسين: {1,2,3,....,100}

مثال3: ٽن ڇوڪرن جي نالن جو سيٽ جن جا نالا "الف" سان شروع ٿين ٿا.

جدولي صورت ۾ اسين هن ريت لکنداسين: {اسلم، احمد، احمر}

مثال 4: هفتي جي ڏينهن جي نالن جو سيٽ.

جدولي صورت ۾ اسين هن ريت لکنداسين

{سومر، اڱارو، اربع، خميس، جمعو، ڇنڇر، آچر}

مثال5: هيٺيان سيٽ ڇو نه آهن، وضاحت ڪريو.

(1) $A = \{5, 6, 6, 7, 8\}$

(2) B = ذهين شاگردن جو ميڙ

حل:

(1) $A = \{5, 6, 6, 7, 8\}$

اهو سيٽ نه آهي، ڇو جو رُڪن 6 ٻيهر يعني ٻه دفعا آيو آهي.

(2) B = ذهين شاگردن جو ميڙ

اهو به سيٽ نه آهي، ڇو جو ذهين شاگرد واضح بيان ڪيل نه آهن.

عملي ڪم 1: نشانين $\in$ يا $\notin$ سان $A = \{2,4,6,8,10\}$ لاءِ هيٺيان خال پريو.

(i)	4 __$\in$__ A	(ii)	1 ____ A	(iii)	6 ____ A
(iv)	9 ____ A	(v)	2 ____ A	(vi)	8 ____ A

عملي ڪم 2: هيٺيان سيٽ جدولي صورت ۾ لکو.

سيٽ	جدولي صورت
(i) انگريزي الفابيٽ جي پهرين پنجن حرفن جو سيٽ.	$\{a, b, c, d, e\}$
(ii) 12 جي سيني جُزن جو سيٽ.	
(iii) هفتي جي ڏينهن جي نالن جو سيٽ جيڪي ”ج“ سان شروع ٿين ٿا.	
(iv) پهرين پنجن قدرتي عددن جو سيٽ	

ياد ڪرڻ واريون ڳالهيون

- سيٽ جو نالو انگريزي الفابيٽ جي وڏي اکر سان ظاهر ڪبو آهي.
- جدولي صورت ۾ هر هڪ رُڪن ”،“ يا ”,“ سان جدا ڪبو آهي.
- جدولي صورت ۾ سيٽ جا ميمبر وچين ڏنگين ۾ لکيا آهن.
- سيٽ ۾ رُڪنن جي لکڻ جي ترتيب جي ڪا اهميت نہ هوندي آهي.
- سيٽ جا رُڪن هڪ ڪان وڌيڪ ڀيرا نہ ايندا آهن.

استاد لاءِ هدايت: اُستاد کي گهرجي تہ ڏنل عملي ڪمن کي بليڪ بورڊ تي شاگردن سان گڏ مڪمل ڪري ۽ ڪجهہ وڌيڪ مثال ڏي.

مشق 1.1

.1 هيٺين مان ڪهڙا سيٽ آهن؟
(i) پاڪستان جي صدرن جي نالن جو ”ميڙ“.
(ii) پاڪستاني هاڪي ٽيمن جي ڪپتانن جي نالن جو ميڙ.
(iii) لذيذ کاڌن جو ميڙ.
(iv) توهان جي ڪلاس جي ذهين شاگردن جو ميڙ.
(v) وڏن انگن جو ميڙ.
(vi) توهان جي اسڪول ۾ انگريزيءَ جي اُستادن جو ميڙ.

.2 جيڪڏهن $A = \{5, 6, 7, 8\}$ ۽ $B = \{a, b, c, d\}$ ته نشاني $\in$ يا $\notin$ سان هيٺيان خال پريو.

(i)	5 ______ A	(ii)	9 ______ A	(iii)	m ______ A
(iv)	c ______ B	(v)	b ______ B	(vi)	7 ______ B

.3 جدولي صورت ۾ لکو.
(i) پاڪستان جي صوبن جي گاديءَ وارن شهرن جي نالن جو سيٽ.
(ii) 50 کان 70 تائين قدرتي عددن جو سيٽ.
(iii) پهرين ڏهن تائين قدرتي عددن جو سيٽ، جيڪي 2 سان پورو ونڊجي سگهجن.
(iv) لفظ “pakistan” جي اکرن يعني حرفن جو سيٽ.
(v) توهان جي اسڪول ۾ رياضيءَ جي اُستادن جو سيٽ.
(vi) قومي جهنڊي جي رنگن جي نالن جو سيٽ.

.4 جيڪڏهن $P = \{a, e, i, o, u\}$ ۽ $Q = \{1, 2, 3, ..., 10\}$ ته هيٺين مان ڪهڙا صحيح يا غلط آهن.

(i)	$a \in P$	________	(ii)	$1 \in Q$	________
(iii)	$I \in Q$	________	(iv)	$v \in P$	________
(v)	$y \in Q$	________	(vi)	$e \in P$	________
(vii)	$3 \in P$	________	(viii)	$7 \in Q$	________

محدود ۽ لامحدود سيٽن کي بيان ڪرڻ

جدول 1 ۾ ڏنل سيٽن تي غور ڪريو.

جدول 1

$A = \{2, 4, 6\}$,	$B = \{1, 2, 3, \ldots\}$
$C = \{6, 4, 2\}$,	$D = \{x, y, z\}$
$E = \{1, 3, 5, 7, \ldots\}$,	$F = \{5, 10, 15, 20, 25, \ldots\}$

اچو ته سيٽ A کي ڏسون: سيٽ A ۾ رُڪنن جو تعداد محدود آهي، تنهنڪري اِهو **محدود سيٽ** آهي.

> اهو سيٽ جنهن ۾ رُڪنن جو تعداد محدود هجي، ان کي محدود سيٽ چئبو آهي.

جدول 1 ۾ C ۽ D به محدود سيٽ آهن.

هاڻي سيٽ $B = \{1, 2, 3, \ldots\}$ تي غور ڪريو.

هن سيٽ ۾ رُڪنن جو تعداد لامحدود آهي، تنهنڪري اهو **لامحدود سيٽ** آهي.

> اهو سيٽ جنهن ۾ رُڪنن جو تعداد لامحدود هجي، اُن کي لامحدود سيٽ چئبو آهي.

جدول 1 ۾، E ۽ F به لامحدود سيٽ آهن.

عملي ڪم: محدود سيٽ تي (✓) جو نشان ۽ لامحدود سيٽ تي (✗) جو نشان لڳايو.

(i)	پاڪستان جي سيني رهواسين جو سيٽ.	☐
(ii)	9999 کان ننڍن سيني سجن عددن جو سيٽ.	☐
(iii)	درياهه ۾ پاڻي جي ڦُڙن جو سيٽ.	☐
(iv)	انگريزي الفابيٽ جي سيني اکرن جو سيٽ.	☐
(v)	$\{1, 2, 3, \ldots\}$	☐
(vi)	$\{d, o, r\}$	☐
(vii)	$\{2, 4, 6, \ldots\}$	☐

خالي سيٽ ۽ يڪ رُڪني سيٽ يا سنگلٽن بيان ڪرڻ

جدول 2

$A = \{5\}$, $B = \{x\}$

C = هڪ ڪان ننڍن قدرتي عددن جو سيٽ

D = چئن پاسن وارن ٽڪنڊن جو سيٽ

جدول 2 ۾ سيٽ C ۾ ڪوبہ رُڪن نہ آهي، ڇاڪاڻ جو هڪ ڪان ننڍو قدرتي عدد نہ هوندو آهي.

تنهنڪري C هڪ خالي سيٽ آهي.

اهو سيٽ جنهن ۾ ڪوبہ رُڪن نہ هجي، اُن کي **خالي سيٽ** چئبو آهي. خالي سيٽ کي $\emptyset$ يا { } سان ظاهر ڪبو آهي.

جدول 2 ۾ سيٽ D بہ هڪ خالي سيٽ آهي. خالي سيٽن جا ڪجهہ ٻيا مثال هيٺيان آهن.

مثال:

(i) پنجن پاسن وارن چورسن جو سيٽ

(ii) "A" کان پهريان انگريزي الفابيٽ جي اکرن جو سيٽ

جدول 2 ۾ هڪ سيٽ آهي $A = \{5\}$ جنهن ۾ رڳو هڪ رُڪن آهي، اهڙي سيٽ کي **يڪ رُڪني سيٽ يا سنگلٽن** چئبو آهي.

اهڙو سيٽ جنهن ۾ رڳو هڪ ميمبر هجي، اُن کي سنگلٽن يا يڪ رُڪني سيٽ چئبو آهي.

جدول 2 ۾ سيٽ B پڻ سنگلٽن آهي. يڪ رُڪني يا سنگلٽن جا ڪجهہ ٻيا مثال هيٺيان آهن.

مثال:

$P = \{8\}$, $Q = \{a\}$, $R = \{1\}$, $S = \{0\}$ ۽ $T = \{\emptyset\}$

برابر ۽ هڪ جيترا سيٽ بيان ڪرڻ

جدول 3

$A = \{1, 2, 3, 4\}$,	$B = \{x, y, z\}$
$C = \{4, 3, 2, 1\}$,	$D = \{a, e, i, o, u\}$
$E = \{2, 4, 6, 8, 10\}$,	$F = \{y, z, x\}$

جدول 3 مان سيٽ A ۽ C تي غور ڪريو. ٻنهي سيٽن جا سيئي ميمبر ساڳيا آهن. تنهنڪري انهن کي **برابر سيٽ** يا **مساوي سيٽ** چئبو آهي.

بن سيٽن A ۽ B کي برابر سيٽ چئبو، جيڪڏهن انهن جا سڀ رُڪن ساڳيا هجن. نشانيءَ ۾ اسين هن ريت لکندا سين $A = B$

جدول 3 ۾ B ۽ F به برابر سيٽ آهن.
جڏهن اسين سيٽ D ۽ E کي ڏسون ٿا ته انهن جي ميمبرن جو تعداد ساڳيو آهي. اهڙن سيٽن کي **هڪ جيترا سيٽ** چئبو آهي.

بن سيٽن A ۽ B کي هڪجيترا سيٽ چئبو، جيڪڏهن انهن جي ميمبرن جو تعداد ساڳيو هجي. نشانيءَ ۾ اسين هن ريت لکندا سين:

$$A \sim B$$

جدول 3 ۾

$A \sim C$ ۽ $B \sim F$

سڀ برابر سيٽ، هڪجيترا سيٽ هوندا آهن. سڀ هڪجيترا سيٽ، برابر سيٽ نه هوندا آهن.

مثال طور جدول 3 ۾ (i) $A = C$ ۽ $A \sim C$

(ii) $D \sim E$ پر $D \neq E$

استاد لاءِ هدايت: اُستاد کي شاگردن جي همت افزائي ڪرڻ گهرجي ته هو مختلف قسمن جي سيٽن جا مثال پاڻ ناهين.

ماتحت ۽ بالا سيٽ بيان ڪرڻ

جدول 4 ۾ ڏنل سيٽن تي غور ڪريو.

جدول 4

$A = \{1\}$,	$B = \{1, 2, 3\}$
$C = \{1, 2, 3, 4\}$,	$D = \{4, 3, 2, 1\}$

اچو تہ سيٽ B ۽ C کي ڏسون. سيٽ B جا سيئي رُڪن، سيٽ C جا بہ رُڪن آهن. تنهنڪري اسين چونداسين تہ B سيٽ C جو **ماتحت سيٽ** آهي.

جيڪڏهن سيٽ A جو هرهڪ رُڪن، سيٽ B جو بہ رُڪن هجي، تہ سيٽ A کي سيٽ B جو ماتحت سيٽ چئبو. نشانيءَ ۾ اسين هن ريت لکنداسين: $A \subseteq B$

ڏنل جدول 4 ۾

$A \subseteq B$، $B \subseteq C$ ، $C \subseteq D$ ۽ $D \subseteq C$

ياد رکو تہ:

هر سيٽ پنهنجي پاڻ جو ماتحت سيٽ هوندو آهي.

جيئن $B \subseteq B$ ۽ $D \subseteq D$

وري جيڪڏهن اسين B ۽ D تي غور ڪريون تا تہ B، سيٽ D جو ماتحت سيٽ آهي. تنهنڪري D، سيٽ B جو **بالاسيٽ** آهي.

جيڪڏهن سيٽ A، سيٽ B جو ماتحت سيٽ آهي تہ سيٽ B کي سيٽ A جو **بالا سيٽ** چئبو آهي. نشانيءَ ۾ اسين هن ريت لکنداسين: '$B \supseteq A$'

ڏنل جدول 4 ۾

$B \supseteq A$ ۽ $D \supseteq B$ (D **بالاسيٽ** آهي سيٽ B جو)

واجب ۽ غير واجب ماتحت سيٽن کي بيان ڪرڻ ۽ مثالن ذريعي واضح ڪري ڏيکارڻ

هاڻي جدول 4 ۾ ڏنل سيٽ B ۽ D تي غور ڪريو.

هتي $B \subseteq D$ ۽ $B \neq D$

تنهنڪري B سيٽ D جو واجب ماتحت سيٽ آهي.

واجب ماتحت سيٽ:

جيڪڏهن سيٽ A ماتحت سيٽ آهي سيٽ B جو ۽ A سيٽ B جي برابر نه آهي ته A کي سيٽ B جو واجب ماتحت سيٽ چئبو. نشاني ۾ اسين هن ريت لکنداسين: $A \subset B$

ڏنل جدول 4 ۾ $A \subset B$ ۽ $B \subset D$

جدول 4 ۾ اسين ڏسون ٿا ته سيٽ D ماتحت سيٽ آهي سيٽ C جو، پر D سيٽ C جي برابر به آهي. تنهنڪري D غيرواجب ماتحت سيٽ آهي C جو.

غيرواجب ماتحت سيٽ:

جيڪڏهن سيٽ A ماتحت سيٽ آهي سيٽ B جو ۽ A ۽ سيٽ B جي برابر به آهي ته A ۽ B هڪ ٻي جا غيرواجب ماتحت سيٽ چئبا.
نوٽ: حقيقت ۾ هر سيٽ پنهنجي پاڻ جو ئي غيرواجب ماتحت سيٽ آهي.

ڏنل جدول 4 ۾ C غيرواجب ماتحت سيٽ آهي D جو.

عملي ڪم: هيٺ ڏنل جدول مان هيٺيان سيٽ سجاڻو ۽ لکو:

(i) ٻه محدود سيٽ (ii) ٻه لامحدود سيٽ
(iii) ٻه خالي سيٽ (iv) ٻه برابر سيٽ
(v) ٻه هڪ جيترا سيٽ (vi) ٻه هڪ رُڪني يا سنگلٽن سيٽ
(vii) ٻه ماتحت سيٽ (viii) ٻه بالاسيٽ

2 ۽ 3 جي وچ وارن قدرتي عددن جو سيٽ، عدد 1 جي جزن جو سيٽ،
$D = \{2, 4, 6, 8\}$ چئن پاسن وارن ٽڪنڊن جو سيٽ،
$E = \{5, 10, 15, 20, 25, ...\}$ $B = \{6\}$, $A = \{1, 3, 5, 7, ...\}$,
$F = \{4, 6, 2, 8\}$, $C = \{a, b, c, d\}$,
انگريزي الفابيٽ جي پهرين چئن اکرن جو سيٽ

مشق 1.2

.1 سبب ڏيو ته هيٺيان ميڙ، سيٽ ڇو نه آهن.

(i) $\{d, o, o, r\}$
(ii) { ★, O, ★, △ }
(iii) $\{a, f, d, a\}$
(iv) $\{2, 2, 3, 3, 4, 4\}$
(v) خوبصورت پکين جوسيٽ
(vi) سٺن رانديگرن جو سيٽ

.2 هيٺين مان ڪهڙا سيٽ محدود يا لامحدود آهن؟

(i) $A = \{0, 1, 2, ..., 50\}$.
(ii) $B = \{100, 200, 300, 400, ...\}$.
(iii) ٻڪريءَ جي جسم جي وارن جو سيٽ.
(iv) آسمان ۾ تارن جو سيٽ.
(v) ٻليءَ جي ٽنگن جو سيٽ.
(vi) هڪ ٽبڪي مان گذرندڙ ليڪن جو سيٽ.
(vii) 20 کان وڏن قدرتي عددن جو سيٽ.
(viii) پاڪستان جي سيني شهرن جو سيٽ.
(ix) سنڌ جي سيني اسڪولن جو سيٽ.
(x) سيني ٻڏي عددن جو سيٽ.

.3 هيٺين مان ڪهڙا خالي سيٽ آهن؟

(i) توهان جي ڪلاس جي 20 سالن کان وڏن شاگردن جو سيٽ.
(ii) انگريزي الفابيٽ ۾ ”Z“ کان پوءِ وارن حرفن جو سيٽ.
(iii) توهان جي پاڙي ۾ انهن ٻارن جي نالن جو سيٽ، جن جا نالا ”ڪ“ سان شروع ٿين ٿا.
(iv) شمسي سالن جو سيٽ جن جا نالا ”ز“ سان شروع ٿين ٿا.
(v) واريءَ ۾ رهندڙ مڇين جو سيٽ.
(vi) 4 ۽ 10 جي وچ وارن ٻڏي عددن جو سيٽ.
(vii) $\{0\}$
(viii) $\{\phi\}$

.4 هيٺين مان ڪهڙا جوڙا برابر سيٽن جا آهن؟

(i) $\{2, 3, 1\}$ ۽ $\{1, 2, 3\}$
(ii) $\{t, a, p\}$ ۽ $\{p, a, t\}$
(iii) $\{b, i, t, e\}$ ۽ $\{k, i, t, e\}$
(iv) $\{x, y, z\}$ ۽ انگريزي الفابيٽ جي پهرين ٽن حرفن جو سيٽ
(v) 2 کان گهٽ اِڪي عددن جو سيٽ ۽ { }

.5 هيٺين مان ڪهڙا جوڙا هڪ جيترن سيٽن جا آهن؟

(i) $\{n, i, l, e\}$ ۽ $\{m, i, l, e\}$ (ii) $\{3, 2, 1\}$ ۽ $\{1, 2, 3\}$

(iii) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ ۽ {D, ▯, ○, ★, □}

(iv) $\{666, 7777, 77\}$ ۽ $\{6, 66, 666, 6666\}$

.6 هيٺين مان ڪهڙا صحيح يا غلط آهن؟

(i) B = {m, o, n} جيڪڏهن B سيٽ آهي لفظ "moon" جي حرفن جو

(ii) $A \subseteq B$ جيڪڏهن $A = \{1, 2\}$ ۽ $B = \{2, 3, 4, 5\}$ آهي.

(iii) جيڪڏهن $A = \{4, 5, 10\}$ ۽ $B = \{5, 10, 20\}$ ته پوءِ $B \sim A$ آهي.

(vi) جيڪڏهن $A = \{0, 1, 2, 3, 5\}$ ته B
6 کان گهٽ قدرتي عددن جو سيٽ ته پوءِ $A = B$

(v) جيڪڏهن x برابر آهي y جي ته پوءِ x هڪجيترو سيٽ آهي y جي

.7 سيٽن جي وچ ۾ تعلق ظاهر ڪرڻ لاءِ ڏنل نشانين مان مناسب نشاني چونڊيو.
($\sim$ ، $\supset$ ، $\subset$ ، $=$)

(i) $\{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$ ______ $\{10, 20, 30\}$

(ii) $\{7, 14, 21, 28, 35, 42, 49\}$ ______ 50 کان گهٽ،
7 جي ڀيڃ اُپتن جو سيٽ

(iii) $\{7, 5, 8\}$ ______ $\{5, 6, 7, 8, \ldots\}$

(iv) $\{\quad\}$ ______ $\{0\}$

(v) $\{a, e, t\}$ ______ $\{t, e, a\}$

(vi) سنڌ جي سيني شهرن جو سيٽ______ {حيدرآباد، ڪراچي، سکر}

(vii) $\{a, e, i, o, u\}$______ انگريزي الفابيٽ جي شروعاتي پنج اکرن جو سيٽ

(viii) $\{1, 2, 3, \ldots\}$ ______ $\{11, 22, 33\}$

جائــزي واري مشــق 1

.1 خال ڀريو.

(i) جيڪڏهن $A = \{a, b, c\}$ ته پوءِ a, b, c سيٽ A جا ــــــ آهن.

(ii) اهڙو سيٽ جنهن ۾ ڪوبه رُڪن نه هجي،اُن کي ــــــ چئبو آهي.

(iii) اهڙو سيٽ جنهن ۾ رُڪنن جو تعداد محدود هجي، اُن کي ــــــ چئبو آهي.

(iv) جيڪڏهن ٻن سيٽن A ۽ B کي ــــــ رُڪن آهن ته اُهي برابر سيٽ چئبا.

.2 صحيح جواب چونڊيو.

(i) جيڪڏهن سيٽ B انگريزي الفابيٽ جي حرف علت وارن اکرن جوسيٽ آهي ته پوءِ

(الف) $p \in B$ (ب) $e \notin B$ (ج) $b \in B$ (د) $a \in B$

(ii) $\{f\}$ کي ــــــ چئبو.

(الف) خالي سيٽ (ب) لامحدود سيٽ (ج) ماتحت سيٽ (د) سنگلٽن سيٽ

(iii) جيڪڏهن سيٽ A ۽ B پاڻ ۾ برابر آهن ته، اسين نشاني استعمال ڪنداسين.

(الف) $\in$ (ب) $\subset$ (ج) $\sim$ (د) $=$

(iv) جيڪڏهن $A = \{a, b, c\}$ ۽ $B = \{a, b, c, d, e\}$ ته پوءِ

(الف) $A = B$ (ب) $A \sim B$ (ج) $A \subset B$ (د) $B \subset A$

.3 سيٽ جا ڪي ٻه ٻه مثال لکو.

.4 هيٺيان سيٽ جدولي صورت ۾ لکو.

(i) 2 ۽ 10 جي وچ وارن سيني ٻڌي عددن جو سيٽ = A

(ii) 1 کان 17 تائين سيني اِڪي عددن جو سيٽ = B

(iii) 30 کان گهٽ ۽ 2 سان ونڊجندڙ قدرتي عددن جو سيٽ = C

(iv) ”ج“ سان شروع ٿيندڙ شمسي سال جي مهينن جو سيٽ = D

.5 هيٺين مان ڪهڙا محدود سيٽ آهن ۽ ڪهڙا لامحدود سيٽ آهن؟

(i) توهان جي ڪُتب جي پاتين جو سيٽ = A

(ii) سيني ٻڌي عددن جو سيٽ = B

(iii) 60 جي مفرد جزن جو سيٽ = C

(iv) 7 جي سيني پيچ اُپتن جو سيٽ = D

(v) هڪ انگي قدرتي عددن جو سيٽ = E

.6 هيٺين مان ڪهڙا خالي سيٽ آهن.

(i) ”س“ سان شروع ٿيندڙ هفتي جي ڏينهن جي نالن جو سيٽ = L

(ii) سال جي 32 ڏينهن وارن مهينن جي نالن جو سيٽ = F

(iii) 2 سان پورو پور ونڊجندڙ اڪي عددن جو سيٽ = M

(iv) 2 سان پورو پورو ونڊجندڙ مفرد عددن جو سيٽ = N

.7 جيڪڏهن $A = \{d\}$, $B = \{c, d\}$, $C = \{a, b, c\}$, $D = \{a, b\}$
ته هيٺين مان ڪهڙا صحيح يا غلط آهن؟

(i) $D \subseteq C$ (ii) $A \nsubseteq C$ (iii) $B \subseteq D$ (iv) $C \nsubseteq D$

.8 ظاهر ڪريو ته هيٺين مان ڪهڙا صحيح يا غلط آهن.

(i) ڪنهن به سيٽ جا رُڪن هميشه ساڳي قسم جا هوندا آهن.

(ii) سيٽ جي رُڪنن جي ترتيب جي ڪابہ اهميت نہ هوندي آهي.

(iii) ڪوبہ رُڪن سيٽ ۾ هڪ کان وڌيڪ ڀيرا اچي سگهي ٿو.

(iv) شين جي ڪنهن بہ ميڙ کي سيٽ چئبو آهي.

(v) ڪنهن رُڪن جو سيٽ ۾ هجڻ لاءِ نشاني ”$\in$“ استعمال ڪبي آهي.

(vi) چٽن شين جي واضح بيان ڪيل ميڙ کي سيٽ چئبو آهي.

(vii) $\{a, b, c, d\}$ سيٽ نہ آهي.

(viii) ڪنهن رُڪن جي سيٽ ۾ هجڻ لاءِ نشاني ”$\notin$“ استعمال ڪبي آهي.

(ix) $1, 2, 3, 4$ هڪ سيٽ آهي.

خلاصو

- سيٽ چٽن ۽ واضح بيان ڪيل شين جو ميڙ آهي.
- سيٽ جي هرهڪ شيءِ کي سيٽ جو رُڪن چئبو آهي.
- سيٽ ٻن طريقن سان ظاهر ڪيو ويندو آهي.

(i) موزون لفظن ۾ واضح طور بيان ڪرڻ جي طريقي کي بياني طريقو چئون ٿا.
(ii) سيني رُڪنن کي جدا جدا ڪري لکڻ جي طريقي کي جدولي طريقو چئون ٿا.

- محدود سيٽ ۾ رُڪنن جو تعداد محدود هوندو آهي.
- لامحدود سيٽ ۾ رُڪنن جو تعداد لامحدود هوندو آهي.
- اهو سيٽ جنهن ۾ ڪوبه رُڪن نه هجي، اُن کي خالي سيٽ چئبو آهي.
- ٻه سيٽ برابر هوندا، جيڪڏهن اُنهن جا رُڪن ساڳيا هجن.
- ٻه سيٽ هڪجيترا هوندا، جيڪڏهن انهن جي رُڪنن جو تعداد ساڳيو هجي.
- سيٽ B ماتحت سيٽ آهي A جو، جيڪڏهن B جو هر هڪ رُڪن سيٽ A جو رُڪن پڻ هجي.

ياد ڪرڻ جون نشانيون

$\in$	جو رُڪن آهي.
$\notin$	جو رُڪن نه آهي.
ϕ يا $\{\ \}$	خالي سيٽ.
$=$	جي برابر آهي.
$\neq$	جي برابر نه آهي.
$\sim$	جو هڪ جيترو آهي.
$\subseteq$	جو ماتحت سيٽ آهي.
$\subset$	جو واجب ماتحت سيٽ آهي.
$\supset$	جو بالاسيٽ آهي.
$\not\subseteq$	جو ماتحت سيٽ نه آهي.

يونٽ 2

پورا عدد

2.1 قدرتي ۽ پورا عدد

اسين عام زندگيءَ ۾ شين جي مقدارن کي ظاهر ڪرڻ لاءِ عدد 1، 2، 3، ... استعمال ڪندا آهيون. انهن عددن 1، 2، 3، ... کي قدرتي عدد چئبو آهي.

جڏهن اسين قدرتي عددن جي سيٽ ۾ '0' شامل ڪنداسين، ته اسان کي پورن عددن جو سيٽ حاصل ٿيندو.

0، 1، 2، 3، ... کي پورا عدد چئبو آهي.

هتي 1 کان اڳيون عدد 0 آهي ۽ 0 کان پويون عدد 1 آهي. ساڳئي ريت 2 کان اڳيون عدد 1 آهي ۽ 1 کان پويون عدد 2 آهي ۽ وغيره وغيره.

قدرتي عددن ۽ پورن عددن جي وچ ۾ فرق ظاهر ڪرڻ

قدرتي عددن جي سيٽ ۽ پورن عددن جي سيٽ ۾ رڳو هڪ عدد '0' جو فرق آهي. '0' قدرتي عددن جي سيٽ سان تعلق نٿو رکي. ٻنهي سيٽن جا باقي ٻيا سڀ عدد ساڳيا آهن

قدرتي عددن ۽ پورن عددن جي سڃاڻپ ڪرڻ

اسين قدرتي عددن جي سيٽ کي N سان ظاهر ڪندا آهيون.

يعني $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \ldots\}$

پورن عددن جو سيٽ، ٻڙي ۽ قدرتي عددن تي مشتمل آهي. ان کي W سان ظاهر ڪبو آهي

يعني $W = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$

ٻيهر هينين سيٽن کي ڏسو:

$$N = \{1, 2, 3, \ldots\}$$
$$W = \{0, 1, 2, \ldots\}$$

قدرتي عددن ۽ پورن عددن جي باري ۾ خاص ڳالهيون هيٺيون آهن.

- پهريون ۽ سڀ کان ننڍو قدرتي عدد '1' آهي.
- پهريون ۽ سڀ کان ننڍو پورو عدد '0' آهي.
- اسين سڀ قدرتي عدد ڳڻي نٿا سگهون، ڇو ته اِهي لامحدود آهن.
- پورن عددن جو سيٽ پڻ لامحدود سيٽ آهي.

ڏنل پورن عددن کي ظاهر ڪرڻ

عددي ليڪ، ڏنل پورا عدد ظاهر ڪرڻ ۾ مدد ڪندي آهي. پورن عددن کي، عددي ليڪ تي هيٺيان ڏاڪا استعمال ڪندي، ظاهر ڪري سگهون ٿا.

اچو ته عددن 0، 1، 2، 3، ... کي عددي ليڪ تي ظاهرڪريون:

ڏاڪوI: هڪ ليڪ ڪڍو

ڏاڪوII: ليڪ تي پهريون پورو عدد ”0“ ظاهر ڪرڻ لاءِ ڪنهن به هڪ ٽٻڪي جو نشان هڻو.

ڏاڪوIII: ساڳئي مفاصلي تي، بين ٽٻڪن لاءِ پڻ نشان هڻو. انهن کي ترتيبوار 1، 2، 3، ... جا نالا ڏيو، جيئن هيٺ ڏيکاريل آهي.

نوٽ: (i) عددي ليڪ تي، ڪوبه عدد پنهنجي کابي پاسي واري عدد کان وڏو هوندو آهي.
مثال طور 0 < 1، 1 < 2 ۽ 2 < 3 وغيره.

(ii) عددي ليڪ تي، ڪوبه عدد پنهنجي ساڄي پاسي واري عدد کان ننڍو هوندو آهي.
مثال طور 3 > 1، 12 > 25 > 0

عَددي ليڪ تي، ڏنل پوري عدد کان ننڍو > (يا وڏو<) پورو عدد ظاهر ڪرڻ

اچو ته هڪ مثال جي مدد سان، عددي ليڪ تي ڏنل پوري عدد کان ننڍو يا وڏو پورو عدد ظاهر ڪريون.

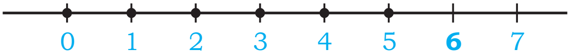
مثال: هيٺيان پورا عدد، عددي ليڪ تي ظاهر ڪريو.

(i) 6 کان ننڍا پورا عدد لکڻ

(ii) 4 کان وڏا پورا عدد لکڻ

حل: (i) 6 کان ننڍا پورا عدد لکڻ

6 کان ننڍن عددن جو مطلب آهي، 6 جي کابي پاسي وارا سڀ عدد لکون.



پورا عدد

ڳهاڙا ڪاري رنگ وارا نقطا، ڳهربل پورن عددن کي ظاهر ڪن ٿا.
تنهنڪري 0، 1، 2، 3، 4، 5 اُهي پورا عدد آهن، جيڪي 6 کان ننڍا آهن.

(ii) 4 کان وڏا پورا عدد لکڻ

عددي ليڪ تي ڳهاڙا ڪاري رنگ وارا نقطا، ڳهربل پورن عددن کي ظاهر ڪن ٿا.
تنهنڪري ...... ,7 ,6 ,5 ڳهربل پورا عدد آهن، جيڪي 4 کان وڏا آهن.

عددي ليڪ تي، ڏنل پوري عدد کان ننڍو آهي يا برابر آهي، وڏو آهي يا برابر آهي (≤ يا ≥)
سڀ پورا عدد ظاهر ڪرڻ

اچو ته هڪ مثال جي مدد سان عددي ليڪ تي ڏنل پوري عدد کان ≤ (يا ≥) پورا عدد ظاهر ڪريون ٿا.

مثال: هيٺيان پورا عدد، عددي ليڪ تي ظاهر ڪريو:

(i) 7 کان ننڍا يا برابر وارا پورا عدد

(ii) 3 کان وڏا يا برابر وارا پورا عدد

حل: (i) سڄا عدد ≤ 7

عددي ليڪ تي ڳهاڙا ٽُبڪا، ڳهربل پورن عددن کي ظاهر ڪن ٿا. تنهنڪري 7 ۽
7 کان ننڍا يا برابر وارا پورا عدد هي آهن: 7 ,6 ,5 ,4 ,3 ,2 ,1 ,0

(ii) پورا عدد ≥ 3

ڳهاڙا ٽبڪا ڳهربل پورن عددن کي هلندڙ سلسلي ۾ ظاهر ڪن ٿا. تنهنڪري 3 ۽ 3 کان وڏا
يا برابر پورا عدد هي آهن. ...... ,7 ,6 ,5 ,4 ,3

استاد لاءِ هدايت: اُستاد کي گهرجي ته عددي ليڪ تي پورن عددن کي ظاهر ڪرڻ جا ڪجهه وڌيڪ مثال ٻارن کان بليڪ بورڊ تي ۽ ڪاپيءَ ۾ حل ڪرائڻ ۾ مدد ڪري.

پورا عدد

عددي ليڪ تي، ڏنل پوري عددن کان وڏا (<) پر ڀي ڏنل عدد کان ننڍا (>) پورا عدد ظاهر ڪرڻ

اچو ته هڪ مثال جي مدد سان، عددي ليڪ تي ڏنل پوري عدد کان وڏا (<) پر ڀي پوري عدد کان ننڍا (>) پورا عدد ظاهر ڪريون.

مثال: عددي ليڪ تي 1 کان وڏا پر 13 کان ننڍا ٻڌي پورا عدد ظاهر ڪريو.

حل: ٻڌي پورا عدد 1 کان وڏا پر 13 کان ننڍا لکڻ جو مطلب آهي 1ء 13 جي وچ وارا ٻڌي عدد لکون ٿا.

يعني عددي ليڪ تي گهاٽا ڪاري رنگ وارا سپ ٽبڪا، گهربل ٻڌي پورن عددن کي ظاهر ڪن ٿا. اهڙيءَ طرح گهربل ٻڌي عدد آهن: 2, 4, 6, 8, 10 ۽ 12

عددي ليڪ تي، ڏنل پوري عدد کان ≤ ۽ ڀي عدد کان ≥ پورا عدد ظاهر ڪرڻ

اچو ته هڪ مثال جي مدد سان، عددي ليڪ تي ڏنل پوري عدد کان ≤ ۽ ڀي عدد کان ≥ پورا عدد ظاهر ڪريون.

مثال: عددي ليڪ تي، 5 کان وڏا يا برابر وارا پر 11 کان ننڍا يا برابر وارا اڪي پورا عدد ظاهر ڪريو.

حل: 5 کان وڏا ≥ پر 11 کان ننڍا ≤

مطلب ته عددي ليڪ تي گهاٽا ڪاري رنگ وارا ٽبڪا گهربل اڪي پورن عددن کي ظاهر ڪن ٿا. اهڙيءَ طرح گهربل اِڪي پورا عدد آهن: 5, 7, 9 ۽ 11

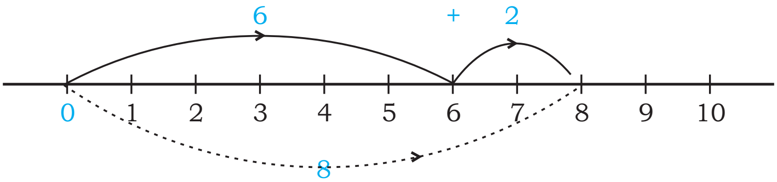
عددي ليڪ تي ڏنل ٻن يا ٻن کان وڌيڪ پورن عددن جو جوڙ ظاهر ڪرڻ

عددي ليڪ تي ڏنل ٻن يا ٻن کان وڌيڪ پورن عددن جي جوڙ جو طريقو هيٺين مثالن سان واضح ڪيو ويجي ٿو.

استاد لاءِ هدايت: اُستاد کي گهرجي ته بليڪ بورڊ تي هڪ عددي ليڪ ٺاهي پورن عددن جو جوڙ، عددي ليڪ تي ڏيکارڻ لاءِ هڪ شاگرد کي ليڪ جي اڳيان هلائي ۽ سمجهائڻ ۾ ڀرپور طريقي سان مدد ڪري.

مثال1: عددي ليڪ استعمال ڪندي پورن عددن 6 ۽ 2 جو جوڙ معلوم ڪريو.

حل:



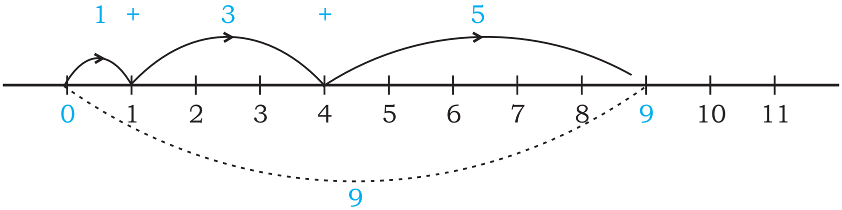
مليل عددن جي جوڙ جو طريقو هيٺ بيان ٿيل آهي:

0 ڪان شروع ڪريو ۽ 6 ايڪا ساڄي پاسي هلو. پيهر 6 ڪان شروع ڪندي، 2 ايڪا ساڄي پاسي هلو.

اسين عدد 8 تي وڃي پهچنداسين.

اهڙيءَ طرح $8 = 2 + 6$

مثال 2: عددي ليڪ جي مدد سان، 5+ 3 + 1 جو جوڙ معلوم ڪريو.



انهيءَ ڪري $9 = 5 + 3 + 1$

مشق 2.1

(1) جيڪڏهن ممڪن هجي ته عدد لکو.

(i) ننڍي ۾ ننڍو قدرتي عدد (ii) ننڍي ۾ ننڍو پورو عدد

(iii) وڏي ۾ وڏو قدرتي عدد (iv) وڏي ۾ وڏو پورو عدد

(2) پهريان ڏهه قدرتي عدد لکو.

(3) پهريان ڏهه پورا عدد لکو.

(4) عددي ليڪ تي ظاهر ڪريو.

(i) 8 کان > پورا عدد
(ii) 8 کان < پورا عدد
(iii) 8 کان ≥ پورا عدد
(iv) 8 کان ≤ پورا عدد
(v) 3 کان > ، پر 15 کان < پورا عدد
(vi) 5 کان > ، پر 12 کان ≤ پورا عدد
(vii) 4 کان ≥ ، پر 11 کان ≤ پورا عدد
(viii) 3 کان ≥ ، پر 9 کان < پورا عدد
(ix) 3 کان وڏا اڪي پورا عدد، پر 9 کان ننڍا
(x) 8 کان وڏا يا برابر، پر 16 کان ننڍا بڌي پورا عدد آهن

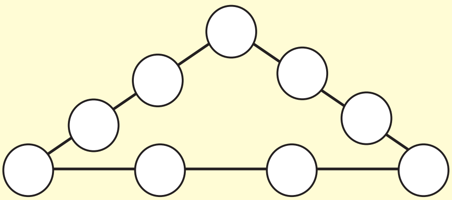
(5) عددي ليڪ استعمال ڪندي، هيٺين پورن عددن جو جوڙ معلوم ڪريو.

(i) 1 ۽ 5
(ii) 6 ۽ 3
(iii) 10 ۽ 2
(iv) 8 ۽ 4
(v) 2،3 ۽ 5
(vi) 3،2 ۽ 4

2.2 پورن عددن جو جوڙ ۽ ڪٽ

ٻن ڏنل قدرتي عددن ڪي جوڙ ۽ ڪٽ ڪرڻ اسان اڳ ۾ ئي پڙهي چڪا آهيون، تہ ٻن پورن عددن جو جوڙ ۽ ڪٽ ڪيئن ڪجي. هاڻي ٻن ڏنل پورن عددن ڪي جوڙ ۽ ڪٽ ڪرڻ سکنداسين.

اسان کي اها ہ چاڻ آهي تہ ٽڪنڊي جي هرهڪ پاسي جو جوڙ 17 رکڻ لاءِ ٽڪنڊي جي پاسن تي ڏنل خالي گول 1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8 ۽ 9 سان ڪيئن ڀرجن؟



قدرتي عددن وارا ساڳيا اصول ۽ طريقا پورن عددن جي جوڙ جڪ ۽ ڪٽ تي بہ لڳندا.

مثال طور 5 ۽ 14 جو جوڙ 19 آهي، جيڪو پاڻ هڪ پورو عدد آهي. ان ڪري اها ڳالھ اصول تحت اسين چئي سگھون ٿا، تہ پورن عددن جو جوڙ هميشہ پورو عدد ئي ٿيندو.

ساڳيءَ ريت 84664 = 25941 + 58723 جيڪو هڪ پورو عدد آهي.

مطلب تہ ٻن پورن عددن جو جوڙ هميشہ هڪ پورو عدد هوندو آهي.

جڏهن اسين 53 مان 23 ڪٽ ڪنداسين تہ اسان کي 30 حاصل ٿيندا. يعني 30 = 23 − 53 هتي 23، 53 ۽ 30 سڀ سچا عدد آهن. تنهنڪري پورن عددن جي ڪٽ جو جوابي عدد هڪ پورو عدد ٿي بہ سگهي ٿو ۽ نہ بہ.

مثال 1: 389 ۽ 245 کي جوڙ ڪريو.

جيئن تہ
9 + 5 = 14
1 + 8 + 4 = 13
1 + 3 + 2 = 6

$$\begin{array}{r} {}^{1}3\;{}^{1}8\;9 \\ +\;2\;\;4\;\;5 \\ \hline 6\;\;3\;\;4 \end{array}$$

تنهنڪري 634 = 389 + 245

مثال 2: 1000 مان 535 کي ڪٽ ڪريو.

جيئن تہ
10 − 5 = 5
9 − 3 = 6
9 − 5 = 4
0 − 0 = 0

$$\begin{array}{r} {}^{0}1\;{}^{9}\cancel{0}\;{}^{9}\cancel{0}\;{}^{1}0 \\ -\;\;5\;\;3\;\;5 \\ \hline 0\;\;4\;\;6\;\;5 \end{array}$$

تنهنڪري 465 = 535 − 1000

مثال 3: اسلم هڪ مهيني ۾ 56,835 رپيا ڪمائي ٿو ۽ هُن جي زال 35,600 رپيا ڪمائي ٿي. انهن جي مهيني جو خرچ 65,000 رپيا آهي. انهن جي مهيني جي ڪُل آمدني ۽ بچت معلوم ڪريو.

حل: اسلم جي مهيني جي آمدني = 56835 رپيا

هن جي زال جي مهيني جي آمدني = 35600+ رپيا

مهيني جي ڪُل آمدني = 92435 رپيا

هاڻي ماهوار بچت معلوم ڪرڻ لاءِ اسين ڪُل ماهوار آمدني مان مهيني جو خرچ ڪٽ ڪنداسين

مهيني جي ڪُل آمدني = 92435 رپيا

مهيني جو خرچ = 65000− رپيا

مهيني جي بچت = 27435 رپيا

تنهنڪري هن جي ماهوار ڪُل آمدني آهي 92,435 رپيا ۽ ماهوار بچت 27,435 رُپيا آهي.

مثال4: پنج انگي ننڍي ۾ ننڍي عدد ۽ چار انگي وڏي ۾ وڏي عدد جي جوڙ اُپٽ معلوم ڪريو.

حل: ننڍي ۾ ننڍو پنج انگي عدد = 10000

وڏي ۾ وڏو چار انگي عدد = 9999 +

19999

تنهنڪري گهربل جوڙ اُپٽ = 19,999

پورن عددن ۾ جوڙ جي لحاظ کان مٽا سٽا واري خاصيت ۽ سنگت واري خاصيت جي چڪاس ڪرڻ

(الف) جوڙ جي لحاظ کان مٽا سٽا واري خاصيت يا اصول

جڏهن اسين 30 ۾ 9 جوڙ ڪريون ٿا ته اسان 39 حاصل ڪريون ٿا. هاڻي وري 9 ۾ 30 جوڙ ڪريون ٿا ته اسان ساڳيو 39 حاصل ڪريون ٿا. ساڳي ريت 40 ۾ 100 جوڙ ڪندي ۽ 100 ۾ 40 جوڙ ڪندي: اسان ساڳيو پورو عدد 140 حاصل ڪريون ٿا.

ٻين لفظن ۾ اسان چئي سگهون ٿا ته:

$$100 + 40 = 40 + 100 \quad ۽ \quad 9 + 30 = 30 + 9$$

ان مان ظاهر ٿئي ٿو ته ٻن ڏنل پورن عددن کي ڪهڙي به ترتيب ۾ رکي انهن کي جوڙ ڪريون ٿا ته اسان کي هر حالت ۾ ساڳي جوڙ اُپٽ ملي ٿي. ان کي جوڙ جي لحاظ کان مٽا سٽا واري خاصيت چئجي ٿو.

اهڙيءَ طرح جوڙ جي لحاظ کان مٽا سٽا وارو اصول هي آهي

ٻن پورن عددن جي جوڙ اُپٽ، ڪنهن به ترتيب ۾ هميشه ساڳي رهندي.

مثال: پورن عددن 85 ۽ 95 لاءِ جوڙ جي لحاظ کان مٽا سٽا واري خاصيت جي چڪاس ڪريو.

حل: جوڙ جي لحاظ کان مٽا سٽا واري اصول جي مطابق،

$$\begin{array}{r} 85 \\ +\ 95 \\ \hline 180 \end{array} \qquad \begin{aligned} LHS &= 85 + 95 \\ &= 180 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 95 \\ +\ 85 \\ \hline 180 \end{array} \qquad \begin{aligned} RHS &= 95 + 85 \\ &= 180 \end{aligned}$$

تنهنڪري LHS = RHS

ان ڪري جوڙ جي لحاظ کان مٽا سٽا وارو اصول ثابت ٿيو.

(ب) جوڙ جي لحاظ کان سنگت واري خاصيت يا اصول

ٻن پورن عددن جي جوڙ مطابق اسين هڪ ئي وقت رڳو ٻه پورا عدد جوڙ ڪري سگهون ٿا. تنهنڪري اسين ٽن سچن عددن مثال طور 3، 7 ۽ 12 جي جوڙ اُپت ٻن طريقن سان حاصل ڪري سگهون ٿا:

يا

$$\boxed{3 + 7} + 12 = 10 + 12 = 22 \qquad 3 + \boxed{7 + 12} = 3 + 19 = 22$$

انهيءَ ڪري، اسين چئي سگهون ٿا: $(3 + 7) + 12 = 3 + (7 + 12)$

تنهنڪري ٽن پورن عددن جو جوڙ ، ڪنهن به ترتيب ۾ رکي ڪنداسين ته هر حالت ۾ جوڙ اُپت جو ساڳيو ئي جواب ملي ٿو. ان کي جوڙ جي لحاظ کان سنگت وارو اصول چئبو آهي. اهڙيءَ طرح جوڙ جي لحاظ کان سنگت وارو اصول آهي.

> ٽن پورن عددن جي جوڙ اُپت، ڪنهن به ترتيب ۾ ساڳي رهندي

مثال: مليل ٽن پورن عددن 23، 59 ۽ 37 لاءِ جوڙ جي لحاظ کان سنگت واري اصول جي چڪاس ڪريو.

حل: جوڙ جي لحاظ کان سنگت واري اصول جي مطابق $(23 + 59) + 87 = 23 + (59 + 87)$

$$\text{LHS} = (23 + 59) + 87 = 82 + 87 = 169$$

$$\begin{array}{r} 23 \\ +\ 59 \\ \hline 82 \\ +\ 87 \\ \hline 169 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{RHS} = 23 + (59 + 87) = 23 + 146 = 169$$

$$\begin{array}{r} 59 \\ +\ 87 \\ \hline 146 \\ +\ 23 \\ \hline 169 \\ \hline \end{array}$$

انهيءَ ڪري $\text{LHS} = \text{RHS}$ $\quad (23 + 59) + 87 = 23 + (59 + 87)$

تنهنڪري جوڙ جي لحاظ کان سنگت وارو اصول ثابت ٿيو.

عملي ڪم 1:

جوڙ جي متا ستا ۽ سنگت واري اصول کي استعمال ڪندي، هيٺيان خال پريو.

(i) $56{,}123 + 71{,}045 = 71{,}045 +$ **56,123**

(ii) $24{,}125 + (41{,}625 + 7{,}123) = (24{,}125 +$ ________ $) + 7{,}123$

(iii) $47{,}813 +$ ________ $= 51{,}623 +$ ________

(iv) $567 + ($ ________ $+ 1{,}784) = ($ ________ $+ 962) +$ ________

جوڙ جي ذاتي عنصر ‘0’ جي سڃاڻپ ڪرڻ

هيءَ ڳالهه غور ۽ ڌيان طلب آهي ته پورن عددن جي سيٽ ۾ هڪ عدد، اهڙو آهي جنهن ۾ هڪ مخصوص خاصيت آهي، جيڪا ٻين پورن عددن ۾ نه آهي. اُهو عدد ‘0’ ٻڙي آهي ۽ مخصوص خاصيت هيءَ آهي ته

> جڏهن اسين 0 کي ڪنهن به پوري عدد ۾ جوڙ ڪنداسين ته جوڙ اُپت هميشه اهو ساڳيو ڏنل عدد پاڻ ٿيندو.

مثال طور

$$1 + 0 = 0 + 1 = 1$$
$$25 + 0 = 0 + 25 = 25$$

مطلب ته عدد ‘0’ کي جوڙ جو ذاتي عنصر چئبو آهي.

مشق 2.2

(1) وڏي ۾ وڏي ڇهه انگي عدد ۽ ننڍي ۾ ننڍي ست انگي عدد جي جوڙ اُپت معلوم ڪريو.

(2) هڪ ڳوٺ جي آبادي 2,700 آهي. جيڪڏهن 1,070 مرد ۽ 915 عورتون آهن ته ٻارن جو تعداد معلوم ڪريو.

(3) عارف پنهنجي بئنڪ اڪائونٽ ۾ 45,800 رپيا جمع ڪرايا. هڪ مهيني ڪانپوءِ هن پنهنجي بئنڪ اڪائونٽ مان 3,500 رپيا ڪڍيا. هن جي اڪائونٽ ۾، ڪيتري رقم باقي بچي؟

(4) ڪاشف وٽ 82,000 رپيا هئا. هُن پنهنجي زال کي 6 500 رُپيا، پُٽ کي 10,550 رُپيا ۽ ڌيءَ کي 15,335 رُپيا ڏنا. ٻڌايو ته هُن وٽ ڪُل ڪيتري رقم باقي بچي؟

(5) هينين عددن لاءِ جوڙ جي لحاظ کان مٽا سٽا واري اصول جي چڪاس ڪريو.

(i) 7,628 ۽ 39,780 (ii) 924,981 ۽ 228

(iii) 29,000 ۽ 106,99 (iv) 50,102 ۽ 9,019,854

(6) هينين عددن لاءِ جوڙ جي لحاظ کان سنگت واري اصول جي چڪاس ڪريو.

(i) 2,389،34,006 ۽ 44,380 (ii) 127،583,031 ۽ 3,405

(iii) 6,090،231 ۽ 25,996 (iv) 3,007، 412 ۽ 102,341

(7) جوڙ جي اصولن مطابق، هينين کي صحيح ڪرڻ لاءِ خال پريو.

(i) 5,020 + 849 = ________________ + 5,020

(ii) 97864 + 0 = ________________

(iii) 74,9 + 0 = 0 + ______ = ______

(iv) 3,971 + (430 + 300) = (3,971 + ____________) + 300

(v) 4,853 + 93 = 93 + 4,853 = _________________

(8) پنهنجي دوست کي چئو ته هڪ عدد سوچي،عدد جي ٻيڻ ڪري، اُن ۾ 9 جوڙ ڪري. پوءِ ان ۾ اُهو عدد جوڙ ڪري جنهن سان هُن شروعات ڪئي. ان ڪانپوءِ رقم کي 3 سان ونڊ ڪريو ۽ ونڊ اُپت مان به 3 ڪٽ ڪريو. توهان ڪهڙو عدد حاصل ڪيو؟

2.3 پورن عددن جي ضرب ۽ ونڊ

اسين ڄاڻون ٿا ته ضرب، جوڙ جو ورجائيندڙ عمل آهي. ساڳئي وقت ونڊ، ڪٽ جو ورجائيندڙ عمل آهي.

ٻن ڏنل پورن عددن جي ضرب ۽ ونڊ ڪرڻ

(الف) ضرب جو عمل. ٻن پورن عددن کي ضرب ڪرڻ جو طريقو اهو ئي آهي، جيڪو ٻن قدرتي عددن کي ضرب ڪرڻ جو آهي.

استاد لاءِ هدايت: اُستاد کي گهرجي ته پورن عددن ۾ جوڙ جي اصولن جو تصور سمجهڻ ۾ شاگردن جي ڀرپور طريقي سان مدد ڪري.

هيٺ ڏنل ضرب تي غور ڪريو.

$5 \times 4 = 20, \quad 10 \times 153 = 1530, \quad 0 \times 2453 = 0$

ان سيني مثالن مان ظاهر آهي ته ٻن پورن عددن جي ضرب اُپت مان هڪ سڄو عدد ملي ٿو.

ياد رکو: ٻن پورن عددن جي ضرب اُپت هميشه هڪ پورو عدد هوندو آهي.

اچو ته هيٺين مثالن تي غور ڪريون.

مثال1: 2483 کي 253 سان ضرب ڪريو.

حل:

$$\begin{array}{r} 2483 \\ \times\ \ 253 \\ \hline 7449 \\ 124150 \\ +\,496600 \\ \hline \boxed{628199} \end{array}$$

تنهنڪري $2483 \times 253 = 628,199$

مثال2: زاهده 80 رپيا في ڪڙي جي حساب سان 20 ڪڙا خريد ڪيا. ٻڌايو ته زاهده ڪُل ڪيتري رقم خرچ ڪئي؟

حل:

ڪڙن جو تعداد 20
قيمت 80

$$\begin{array}{r} 20 \\ \times\ 80 \\ \hline 00 \\ 160\times \\ \hline \mathbf{1600} \end{array}$$

تنهنڪري ڪل قيمت تي 1600 رُپيا

(ب) ونڊ جو عمل

جيڪڏهن اسين 9 کي 2 سان ونڊ ڪريون ٿا ته ونڊ اُپت 4 ايندي ۽ پاڇي 1 بچندو.

$$\begin{array}{r} 4 \\ 2\overline{)\,9} \\ -\,8 \\ \hline 1 \end{array}$$

اچو ته ڪجهه ٻين پورن عددن جي ونڊ جي مثالن تي غور ڪريون. گڏوگڏ انهن جي ونڊ اُپت ۽ پاڇي تي به غور ڪريون.

پاڇي	ونڊ اُپت	ونڊيندڙ	ونڊٽي
0	3	3	9
2	1	5	7
6	1	8	14
0	8	7	56

نوٽ:

ڪنهن به پوري عدد جي ونڊ اُپت، عدد پنهنجو پاڻ ٿيندو، جيڪڏهن ان کي 1 سان ونڊجي. 0 ٻڙي جي ونڊ اُپت ٻڙي هوندي، جڏهن ونڊيندڙ هڪ پورو عدد (ٻڙي کانسواءِ) هجي.

مثال1: 435 کي 3 سان وند ڪريو. وند اُپت ۽ پاڃي لکو.

حل:

وند اُپت — 145
وندبينڊز — 3) 435 — وندبڻي
$$
\begin{array}{r}
145 \\
3\overline{)435} \\
-3 \\
\hline
13 \\
-12 \\
\hline
15 \\
-15 \\
\hline
0
\end{array}
$$
پاڃي — 0

تنهنڪري $435 \div 3 = 145$

مثال2: 15 ڪتابن جي قيمت 600 رپيا آهي. هڪ ڪتاب جي قيمت معلوم ڪريو.

حل: هڪ ڪتاب جي قيمت معلوم ڪرڻ لاءِ اسين ڪل قيمت 600 رپين کي ڪتابن جي تعداد يعني 15 سان وند ڪنداسين.

$$
\begin{array}{r}
40 \\
15\overline{)600} \\
-600 \\
\hline
0
\end{array}
$$

تنهنڪري هڪ ڪتاب جي قيمت 40 رُپيا آهي.

مثال3: وڏي ۾ وڏو 4 انگي عدد معلوم ڪريو، جيڪو 23 سان پورو پورو وندي سگهجي.

حل: جيئن ته 4 انگي وڏي ۾ وڏو عدد 9999 آهي.

$$
\begin{array}{r}
434 \\
23\overline{)9999} \\
-92 \\
\hline
79 \\
-69 \\
\hline
109 \\
-92 \\
\hline
17
\end{array}
$$

پاڃي =

$= 9999 - 17$

$= 9982$ اهڙيءَ طرح گهربل عدد آهي

مشق 2.3

(1) هيٺ ڏنل پورن عددن جي ضرب اُپت لهو.

(i) 854 x 96 (ii) 736 x 103

(iii) 256 x 1,008 (iv) 995 x 158

(2) ونڊ ڪريو ۽ ونڊ اُپت ۽ پاچي معلوم ڪريو.

(i) 7,772 ÷ 58 (ii) 96,324 ÷ 245

(iii) 16,025 ÷ 1000 (iv) 92,845 ÷ 300

(3) هڪ مالهي 570 وڻن کي 19 قطارن ۾ پوکڻ جي رٿابندي ڪري ٿو. هرهڪ قطار ۾ برابر برابر وڻ هجڻ گهرجن. ٻڌايو ته هرهڪ قطار ۾ ڪيترا وڻ هوندا؟

(4) هڪ دُڪاندار 125 ٽيليويزن سيٽ خريد ڪيا، جيڪڏهن هڪ ٽيليويزن سيٽ جي قيمت 9820 رپيا آهي ته سڀني سيٽن جي ڪُل قيمت معلوم ڪريو.

(5) وڏي ۾ وڏو 5 ـ انگي عدد معلوم ڪريو، جيڪو 75 سان پورو ونڊي سگهجي.

(6) وڏي ۾ وڏي چار انگي عدد کي، ننڍي ۾ ننڍي ٽه انگي عدد سان ضرب ڪريو.

ضرب جي لحاظ کان مٽا سٽا ۽ سنگت واري خاصيتن يا اصولن جي چڪاس ڪرڻ

(الف) ضرب جي لحاظ کان مٽا سٽا وارو اصول

ٻن پورن عددن 5 ۽ 6 جي ضرب تي غور ڪريو جيڪا هيٺين ريت آهي
5 x 6 = 30 يا 6 X 5 = 30 اهڙيءَ طرح 5 سان 6 ضرب ڪريون يا 6 سان 5 ضرب ڪريون ته ٻنهي جي ضرب جي اُپت ساڳي رهندي. ساڳي ريت 401 x 98 = 98 x 401
3,256 x 23 = 23 x 3,256 (101 x 0 = 0 x 101) ۽ 255 x 1 = 1 x 255

تنهنڪري، ٻه پورا عدد ڪنهن به ترتيب ۾ ضرب ٿين، ته ضرب اُپت هميشه ساڳي رهندي. اِن کي ضرب جي لحاظ کان مٽا سٽا وارو اصول چئبو آهي.

ٻن پورن عددن جي ضرب اُپت، ڪنهن به ترتيب ۾ ساڳي رهندي.

ضرب جي لحاظ کان سنگت وارو اصول

ٽن پورن عددن 3، 2 ۽ 4 جي ضرب تي غور ڪريو. جيڪڏهن اسين پهريان 3 ۽ 2 کي ضرب ڪريون ۽ پوءِ جوابي عدد کي 4 سان ضرب ڪريون ته اسين حاصل ڪنداسين:

$$(3 \times 2) \times 4 = 6 \times 4 = 24.$$

ٻي طرف، جيڪڏهن اسين 2 کي 4 سان ضرب ڪريون ۽ انهن جي ضرب اُپت کي 3 سان ضرب ڪريون ته اسين حاصل ڪنداسين:

$$3 \times (2 \times 4) = 3 \times 8 = 24$$

اهڙيءَ طرح:

$$(3 \times 2) \times 4 = 3 \times (2 \times 4)$$

ٽنهنڪري ٽي پورا عدد ڪنهن به ترتيب ۾ ضرب ڪجن ته انهن جي ضرب اُپت هميشه ساڳي رهندي. اِهو ضرب جي لحاظ کان سنگت وارو اصول آهي.

اهڙي طرح اهو ضرب جي لحاظ کان سنگت وارو اصول آهي.

ٽن پورن عددن جي ضرب اُپت، ڪنهن به ترتيب ۾ هميشه ساڳي رهندي.

ضرب جي ذاتي عنصر ”1“ جي سڃاڻپ ڪرڻ

پوري عدد 1 جو ضرب ۾ خاص ڪردار آهي. جيئن 0 کي جوڙ ۾ آهي. جيئن ته $3 \times 1 = 1 \times 3 = 3$ ۽ $1 \times 5 = 5 \times 1 = 5$ وغيره وغيره. تنهنڪري 1 رڳو هڪ اهڙو عدد آهي، جنهن ۾ اها خاصيت آهي ته جڏهن ڪنهن به پوري عدد سان ڪنهن به ترتيب ۾ 1 کي ضرب ڪبو ته جواب ساڳيو پورو عدد ايندو.

تنهنڪري ”1“ کي ضرب جو ذاتي عنصر چئبو آهي.

نوٽ: عدد ‘0’ کي به ضرب ۾ هڪ خاص خاصيت آهي.

$8 \times 0 = 0,\ 0 \times 200 = 0$ ۽ $283{,}450 \times 0 = 0.$

تنهنڪري جڏهن 0 ڪنهن به پوري عدد سان ضرب ٿيندو ته جواب 0 ايندو.

2.4 پورن عددن جي ضرب ۽ جوڙ (ڪٽ)

ضرب جي جوڙ جي لحاظ کان ورهاست واري خاصيت يا اصول جي چڪاس ڪرڻ

ٽن پورن عددن 2، 4 ۽ 7 لاءِ پهريائين اسين 4×7 ڪٽنداسين

۽ پوءِ $2 \times (4+7)$ کي حل ڪري حاصل ڪنداسين $2 \times 11 = 22$

جيئن ته $(2 \times 4) + (2 \times 7) = 8 + 14 = 22$

تنهنڪري $2 \times (4+7) = (2 \times 4) + (2 \times 7)$

ان کي ضرب جو جوڙ جي لحاظ کان ورهاست وارو اصول چئبو آهي.

اچو ته مثال جي مدد سان ضرب جو جوڙ جي لحاظ کان ورهاست واري اصول جي وضاحت ڪري ڏيکاريون.

$$5\ (10 + 8) = (5 \times 10) + (5 \times 8)$$

حل:

L.H.S $= 5\ (10 + 8)$	R.H.S $= 5 \times 10 + 5 \times 8$
$= 5\ (18)$	$= 50 + 40$
$= 90$	$= 90$

$$\because \text{L.H.S} = \text{R.H.S}$$

$$\therefore 5\ (10 + 8) = (5 \times 10) + (5 \times 8)$$

تنهنڪري ضرب جو جوڙ جي لحاظ کان ورهاست وارو اصول ثابت ٿيو.

ضرب جي ڪٽ جي لحاظ کان ورهاست واري اصول جي چڪاس ڪرڻ (واڌو فرق سان)

مٿين ٽن پورن عددن 2، 4 ۽ 7 لاءِ

$(2 \times 7) - (2 \times 4) = 14 - 8 = 6$ ۽ $2 \times (7 - 4) = 2 \times 3 = 6$

انهيءَ ڪري $2 \times (7 - 4) = (2 \times 7) - (2 \times 4)$

تنهنڪري ان کي ضرب جو ڪٽ جي لحاظ کان ورهاست وارو اصول چئبو آهي.

اچو ته مثال جي مدد سان ضرب جو ڪٽ جي لحاظ کان ورهاست واري اصول جي وضاحت ڪري ڏيکاريون

$$5\ (20 - 2) = (5 \times 20) - (5 \times 2)$$

حل:

L.H.S	= 5 (20 – 2)		R.H.S	= 5 x 20 – 5 x 2
	= 5 (18)			= 100 – 10
	= 90			= 90

$\because$ L.H.S = R.H.S

$\therefore$ 5 (20 – 2) = (5 x 20) – (5 x 2)

تنهنڪري ضرب جو ڪٽ جي لحاظ کان ورهاست وارو اصول ثابت ٿيو.

مشق 2.4

(1) خال پريو.

(i) 5 x 0 = ________

(ii) 6 x 1 = ________

(iii) 2 x 5 = 5 x ______

(iv) 3 x (1 x 4) = (3 x 1) x _____

(v) 5 x (_____ x 8) = (_____ x 7) x 8

(vi) 541 x (645 + ______) = (541 x 645) + (541 x 964)

(vii) 345 x (650 – 125) = (345 x 650) ______ (345 x ______)

(2) صحيح يا غلط لکو.

(i) 545 x 248 = 545 + 248 ________

(ii) 67 – (125 – 12) = (67 – 125) – 12 ________

(iii) 64 x (245 – 10) = (64 x 245) – (64 x 10) ________

(iv) 95 x (25 x 14) = (95 x 25) x 14 ________

(3) هيٺين ۾ استعمال ٿيندڙ اصولن جا نالا ڏيو ۽ چڪاس ڪريو.

(i) $9 \times 7 = 7 \times 9$

(ii) $4 \times (6 \times 3) = (4 \times 6) \times 3$

(iii) $5 \times (7 - 1) = (5 \times 7) - (5 \times 1)$

(iv) $2 \times (8 + 3) = (2 \times 8) + (2 \times 3)$

(4) 530 ۽ 750 لاءِ جوڙ جي لحاظ ڪان مٽا سٽا واري اصول جي چڪاس ڪريو.

(5) 240، 425 ۽ 35 لاءِ ضرب جي لحاظ ڪان سنگت واري اصول جي چڪاس ڪريو.

(6) 300، 615 ۽ 975 لاءِ ضرب جي جوڙ جي لحاظ ڪان ورهاست واري اصول جي چڪاس ڪريو.

جائزي واري مشق 2

(1) پورن عددن جي ضرب واري اصولن کي استعمال ڪندي، هيٺيان خال پريو.

(i) 2 x _______ = 3 x _______

(ii) 112 x 528 = _______ x _______

(iii) 5 x (3 x 8) = (5 x 3) x _______

(iv) _______ x 7 = 7 x _______ = 7

(v) 9 x (2 + 16) = (_______ x 2) + (_______ x 16)

(vi) (20 + 4) x 1 = (_______ x 1) + (4 x _______)

(vii) 17 x (8 – 3) = (17 x _______) – (_______ x 3)

(viii) (12 – 6) x 32 = (12 x _______) – (6 x _______)

(2) خالي چوڪندا پريو.

(i) 5 x 4 = □ x 5

(ii) 15 x (10 x 6) = (□ x 10) x 6

(iii) 10 x (15 + 6) = (10 x 15) + (□ x 6)

(iv) 10 x (100 + 60) = (□ x 100) + (10 x □)

(3) صحيح يا غلط لکو.

(i) $5 - 3 = 3 - 5$
(ii) $3 \times 1 + 7 = 3 \times 8$
(iii) $2 + (0 - 8) = (2 + 0) + 8$
(iv) $9 + (7 + 5) = (9 + 7) + 5$
(v) $4 \times (35 \times 2) = (4 \times 35) \times 2$
(vi) $24 - (50 - 6) = (24 - 50) - 6$
(vii) $0 \div 14 = 14$
(viii) $0 \div 125 = 0$
(ix) $18 \div 18 = 0$
(x) $75 \div 75 = 1$

(4) هيٺ ڏنل هرهڪ عدد جو اڳيون ۽ پنيون عدد لکو.

(i) 671 (ii) 245 (iii) 99 (iv) 999

(5) صحيح جواب چونڊيو.

(i) ننڍي ۾ ننڍو قدرتي عدد ______ آهي.
(الف) 0 (ب) 1 (ج) 2 (د) 100

(ii) پورن عددن جي سيٽ ۾ 1 جو اڳيون عدد ______ آهي
(الف) 0 (ب) 2 (ج) 3 (د) 1

(iii) ننڍي ۾ ننڍو ست انگي عدد ______ آهي.
(الف) 123,456 (ب) 9,999,999 (ج) 1,111,111 (د) 1000,000

(iv) وڏي ۾ وڏو ڇهه انگي عدد ______ آهي.
(الف) 876,543 (ب) 999,999 (ج) 111,111 (د) 100,000

(v) 2 سان پورو پورو ونڊجندڙ عددن کي ______ عدد چئبو آهي.
(الف) مفرد (ب) ٻڌي (ج) اکي (د) سچو

(6) هيٺ ڏنل پورن عددن کي ظاهر ڪرڻ لاءِ عددي ليڪ ڪيو.

(i) 0، 1، 3، 9
(ii) 3 کان وڏا پورا عدد
(iii) 8 کان ننڍا يا برابر پورا عدد
(iv) 5 کان وڏا پر 10 کان ننڍا پورا عدد
(v) 1 کان وڏا يا برابر پر 8 کان ننڍا يا برابرپورا عدد.

(7) عددي ليڪ تي 4، 2، 3 ۽ 5 جي جوڙ اُپت معلوم ڪريو.

(8) 190 ۽ 330 لاءِ جوڙ ۽ ضرب جي لحاظ ڪان مٽا سٽا واري اصولن جي چڪاس ڪريو.

(9) 20، 30 ۽ 60 لاءِ جوڙ ۽ ضرب جي لحاظ ڪان سنگت واري اصولن جي چڪاس ڪريو.

(10) 700، 500 ۽ 100 لاءِ ضرب جا جوڙ ۽ ڪٽ جي لحاظ ڪان ورهاست وارن اصولن جي چڪاس ڪريو.

(11) 640 فوٽو ڪاپين جي قيمت ڇا ٿيندي؟ 1.50رپيا في ڪاپي جي حساب سان

(12) ڇئن انگن وارو وڏي ۾ وڏو عددلکو جيڪو 44سان پورو ونڊجي سگهي.

خلاصو

- قدرتي عدد ڳڻپ لاءِ استعمال ٿيندا آهن.
- ڪجهه عددن جا سيٽ ۽ انهن جون نشانيون هيٺين ريت آهن
  - قدرتي عددن جو سيٽ $N = \{1,2,3,...,\}$
  - پورن عددن جو سيٽ $W =\{0,1,2,3,...\}$
- ٻن پورن عددن جي جوڙ اُپت ۽ ضرب اُپت هميشه هڪ سچو عدد هوندو آهي.
- پورن عددن جي جوڙ ۾ مٽا سٽا ۽ سنگت وارو اصول هوندو آهي.
- پورن عددن جي سيٽ ۾ ٻڙي،جوڙ جو ذاتي عنصر آهي.
- پورن عددن جي سيٽ ۾ 1 ضرب جو ذاتي عنصر آهي.
- پورن عددن جي سيٽ ۾ ضرب جا جوڙ ۽ ڪٽ جي واڌو فرق جي لحاظ ڪان ورهاست وارا اصول هوندا آهن.
- ٻن پوري عددن جي ونڊ هڪ سچو عدد ڏيندي، جڏهن ونڊيندڙ ڏنل عدد کي پورو پورو ونڊي ۽ پاڇي ٻُڙي هجي.

يونٽ 3

جزا ۽ ضربيندڙ

3.1 جزا ۽ ضربيندڙ

جزي جي وصف ته اهو هڪ عدد آهي، جيڪو ونڊٽيءَ کي مڪمل طرح سان ونڊي ٿو ۽ ڪابه پاڇي نه ٿي بچي.

اسان کي ڄاڻ آهي ته، جڏهن ونڊٽيءَ کي ونڊيندڙ سان ونڊ ڪبو، ته ونڊ اُپت ۽ پاڇي ملندي. اچو ته 8 کي 2 ۽ 3 سان ڌار ونڊ ڪري ڏسون:

2 سان ونڊ

2) 8 (4
− 8
0

8 ÷ 2 = 4 ۽ پاڇي 0 آهي

3 سان ونڊ

3) 8 (2
− 6
2

8 ÷ 3 = 2 ۽ پاڇي 2 آهي

هتي 2 جزو 8 جو ڇاڪاڻ ته پاڇي 0 آهي، يعني 2 مڪمل طور ونڊي ٿو 8 کي.

هتي 3 جزو نه آهي 8 جو، ڇاڪاڻ ته پاڇي 0 نه آهي. يعني 3 مڪمل طور نه ٿو ونڊي 8 کي.

جزو هڪ عدد آهي، جيڪو ونڊٽيءَ کي مڪمل طرح ونڊي ٿو ۽ ڪابه پاڇي نه ٿي بچي.

مثال. ٻڌايو ته 10 جا ڪهڙا ڪهڙا جزا آهن؟

(a) 2 (b) 4 (c) 5 (d) 6

حل:

(a)
2) 10 (5
− 10
0

10 = 2 x 5

ڏسون ٿا ته پاڇي = 0

تنهنڪري 2 جزو آهي 10 جو

(b)
4) 10 (2
− 8
2

ڏسون ٿا ته پاڇي ٻڙي نه آهي.

تنهنڪري 4 جزو نه آهي 10 جو.

(c)
5) 10 (2
− 10
0

10 = 5 x 2

ڏسون ٿا ته پاڇي = 0

تنهنڪري 5 جزو آهي 10 جو

(d)
6) 10 (1
− 6
4

ڏسون ٿا ته پاڇي 0 نه آهي،

تنهنڪري 6 جزو نه آهي 10 جو.

مثال2: هيٺين جا جزا لکو.

(a) 12 (b) 20

حل:

(b) 20	(a) 12
جيئن ته $20 = 1 \times 20$	جيئن ته $12 = 1 \times 12$
$20 = 2 \times 10$	$12 = 2 \times 6$
تنهنڪري $20 = 4 \times 5$	$12 = 3 \times 4$
يعني 1، 2، 4، 5، 10 ۽ 20 عدد 20 سان مڪمل طرح ونڊي سگهجي ٿو.	يعني 1، 2، 3، 4، 6 ۽ 12 عدد 12 سان پورو پورو ونڊجي سگهي ٿو.
يعني 1، 2، 4، 5، 10 ۽ 20 عدد 20 سان مڪمل طرح ونڊي سگهجي ٿو.	يعني 1، 2، 3، 4، 6 ۽ 12 عدد 12 سان مڪمل طرح ونڊي سگهجي ٿو.

عدد پاڻ ۽ 1 هميشه مليل عدد جا جزا آهن.

ضربيندڙ جي وصف ته اها هڪ ونڊٽي آهي، جنهن کي هڪ جزو مڪمل طرح ونڊي سگهي ٿو.

اچو ته 18 کي 2 سان ونڊڻ تي غور ڪريون.

$$\begin{array}{r} 2\,\overline{)\,18\,}(9 \\ -18 \\ \hline 0 \end{array}$$

$\boxed{18 = 2 \times 9}$

هتي ونديندڙ 2 کي 18 جو جزو سڏجي ٿو، چاڪاڻ ته پاڇي ٻڙي آهي. ونڊٽي 18 کي 2 جو ضربيندڙ سڏجي ٿو، چاڪاڻ ته 2 جزو آهي 18 جو.

مطلب ته

ڪنهن به عدد جو ضربيندڙ، هڪ اهڙي ونڊٽي آهي، جنهن لاءِ مليل عدد ان جو هڪ جزو آهي. تنهنڪري هڪ عدد کي هميشه ڪيترائي ضربيندڙ ٿين ٿا.

استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي، ته شاگردن کي ڪنهن به عدد جي جزي ۽ ضربيندڙ ۾ فرق واضح ڪرڻ لاءِ مثالن ذريعي سمجهائڻ ۾ ڀرپور مدد ڪري.

مثال1: ڇا عدد 20 ضربيندڙ آهي 3 جو؟

حل:

$$3\overline{)\,20\,}(6$$
$$\underline{-\,18}$$
$$2$$

ڏسون ٿا تہ 3 جزو نہ آهي 20 جو.
ان ڪري 20 ضربيندڙ نہ آهي 3 جو.

مثال2: 2 جا سڀ ضربيندڙ لهو.

2 جا ضربيندڙ هينئين طرح ٿي سگهن ٿا.

$2 \times 1 = 2$

$2 \times 2 = 4$

$2 \times 3 = 6$

$2 \times 4 = 8$ وغيره

تنهنڪري 2 جا ضربيندڙ آهن: 2،4،6،8،10،12،14،16،18،20،22،.......

مثال3: عدد 3 جا 15 کان ننڍا ضربيندڙ لهو.

حل: 3 جا ضربيندڙ آهن: 3،6،9،12،15،18،.......

تنهنڪري گهربل 3 جا 15 کان ننڍا ضربيندڙ آهن: 3،6،9 ۽ 12

مثال4: عدد 4 جا اُهي ضربيندڙ لهو، جيڪي 9 ۽ 23 جي وچ ۾ اچن ٿا.

حل: عدد 4 جا ضربيندڙ آهن: 4،8،12،16،20،24،28،.......

تنهنڪري عدد 4 جا گهربل ضربيندڙ 9 ۽ 23 جي وچ وارا آهن: 12 ,16 ,20

ٻڌي عددن جي وصف: اُهي عدد جيڪي 2 جا ضربيندڙ آهن.

ڪوبہ عدد جيڪو 2 جو ضربيندڙ آهي، ان کي ٻڌي عدد سڏجي ٿو.

ڏسون ٿا تہ 2، 4، 6، 8، 10، 12، .... ضربيندڙ آهن 2 جا.

تنهنڪري 2، 4، 6، 8، 10، 12 .... ٻڌي عدد آهن.

بين لفظن ۾ ٻڌي عدد اهو عدد آهي، جيڪو 2 سان پوري طرح ونڊجي سگهي.

ڪوبہ عدد جنهن جي ايڪن جي جاءِ تي 0، 2، 4، 6 يا 8 آهي تہ اُهي ٻڌي عدد آهن.

مثال: هيٺ ڏنل عددن مان ڪهڙا ٻڌي عدد آهن؟

(الف) 257 (ب) 7208 (ج) 11114 (د) 15683

حل: (الف) مليل عدد 257 ٻڌي عدد نہ آهي، ڇاڪاڻ تہ ايڪي جي جاءِ تي ڏنل انگ 7 اِڪي عدد آهي.

(ب) مليل عدد 7208 ٻڌي عدد آهي، ڇاڪاڻ تہ ايڪي جي جاءِ تي ڏنل انگ 8 ٻڌي عدد آهي.

(ج) مليل عدد 11114 ٻڌي عدد آهي، ڇاڪاڻ تہ ايڪي جي جاءِ تي ڏنل انگ 4 ٻڌي عدد آهي.

(د) مليل عدد 15683 ٻڌي عدد نہ آهي، ڇاڪاڻ تہ ايڪي جي جاءِ تي ڏنل انگ 3 اِڪي عدد آهي.

اڪي عددن جي وصف: اُهي عدد جيڪي 2 جا ضربيندڙ نہ آهن.

ڪوبہ عدد جيڪو 2 جو ضربيندڙ نہ آهي، ان کي اڪي عدد سڏجي ٿو. جيئن تہ 1، 3، 5، 7، 9، 11، 13 .... 2 جا ضربيندڙ نہ آهن.

تنهنڪري 1، 3، 5، 7، 9، 11، 13، 15... اڪي عدد آهن.

ٻين لفظن ۾

اڪي عدد اهو عدد آهي، جيڪو 2 سان پوري طرح ونڊجي نہ ٿو سگهي.

قاعدو: ڪوبہ عدد جنهنجي ايڪي جي جاءِ تي 1، 3، 5، 7 يا 9 هجي، تہ اهو اڪي عدد سڏجي ٿو.

مثال: اڪي يا ٻڌي عدد سڃاڻو، 2 جا ضربيندڙ هيٺ ڪري ۽ وضاحت ڪريو.

(الف) 3145 (ب) 6784 (ج) 9210 (د) 2461

حل:

	عدد	قسم	وضاحت
(الف)	3145	اڪي	ڏسون ٿا تہ مليل عدد ۾ ايڪي وارو انگ 5، اڪي آهي ۽ ٻڌي نہ آهي. تنهنڪري 3145 ٻڌي عدد نہ ڇئبو، پر اهو اِڪي عدد آهي.
(ب)	6784	ٻڌي	ڏسون ٿا تہ مليل عدد ۾ ايڪي وارو انگ 4، ٻڌي آهي. تنهنڪري مليل عدد 6784 ٻڌي عدد آهي.
(ج)	9210	ٻڌي	ڏسون تہ مليل عدد ۾ ايڪي وارو انگ ٻڙي، ٻڌي آهي تنهنڪري مليل 9210 ٻڌي عدد آهي.
(د)	2461	اڪي	ڏسون ٿا تہ مليل عدد ۾ ايڪي وارو انگ 1، اڪي آهي ۽ ٻڌي نہ آهي. تنهنڪري 2461 ٻڌي عدد نہ ڇئبو پر اهو اڪي عدد آهي.

مفرد عدد: اُهي عدد، جن جا جزا صرف ٻه آهن (يعني 1 ۽ پاڻ خود عدد)

اهو قدرتي عدد، جنهن جا مختلف جزا تعداد ۾ صرف ٻه جزا آهن. 1 ۽ عدد پاڻ، ته پوءِ اهو مفرد عدد چئبو. ڏسون ٿا ته 2، 3، 5، 7، 11، 13، 17، 19،.... انهن سڀني کي صرف ٻه جزا آهن. 1 ۽ ٻيو پاڻ، تنهنڪري اهي سڀ مفرد عدد سڏجن ٿا.

مثال: هيٺين عددن مان ڪهڙو مفرد عدد آهي.

(الف) 23 (ب) 8

حل:

(الف) مليل عدد 23 جا ٻه جزا آهن: 1 ۽ 23 تنهنڪري مليل عدد 23 مفرد عدد آهي.

(ب) مليل عدد 8 جا چار جزا آهن: 1، 2، 4 ۽ 8 تنهنڪري مليل عدد 8 مفرد عدد نه آهي.

مرڪب عدد جي وصف: اُهي عدد جن جا جزا ٻن کان وڌيڪ آهن.

اهو قدرتي عدد، جنهن جا جزا ٻن کان وڌيڪ آهن، انهيءَ کي مرڪب عدد چئبو آهي.

ڏسون ٿا ته 4، 6، 8، 9، 10، 12، 14، 15، .... مان هرهڪ عدد جا ٻن کان وڌيڪ جزا ٿين ٿا. ان ڪري اهي سڀ مرڪب عدد آهن.

مثال: هيٺ ڏنل عددن کي سڃاڻو ته مرڪب عدد آهن يا مفرد.

(الف) 8 (ب) 17 (ج) 9 (د) 5

حل:

	عدد	قسم	وضاحت
(الف)	8	مرڪب عدد	ڏسون ٿا ته مليل عدد 8 جا جزا 1، 2، 4 ۽ 8 آهن. يعني جزن جو تعداد ٻه کان وڌيڪ آهي. تنهنڪري مليل عدد 8، مرڪب عدد آهي.
(ب)	17	مفرد عدد	ڏسون ٿا ته مليل عدد 17 جا جزا صرف 1 ۽ 17 آهن يعني جزن جو تعداد فقط ٻه آهي. تنهنڪري مليل عدد 17 مفرد عدد آهي.
(ج)	9	مرڪب عدد	ڏسون ٿا ته مليل عدد 9 جا جزا 1، 3 ۽ 9 آهن يعني جزن جو تعداد ٻه کان وڌيڪ آهي، تنهنڪري مليل عدد 9 مرڪب عدد آهي.
(د)	5	مفرد عدد	ڏسون ٿا ته مليل عدد 5 جا جزا صرف 1 ۽ 5 آهن. يعني جزن جو تعداد فقط ٻه آهي، تنهنڪري مليل عدد 5 مفرد عدد آهي.

جاڻ ڏيڻ ته 1 نه مفرد آهي ۽ نه وري مرڪب، ڇاڪاڻ ته انهيءَ کي فقط هڪ ئي جزو 1 پنهنجو پاڻ آهي

عددن جي جزن جي تعداد جي لحاظ کان، قدرتي عددن جا ڪل ٽي قسم هينئن ريت آهن:

قدرتي عدد	قسم	جزو
1	نه مفرد عدد ۽ نه وري مرڪب عدد	1
2	مفرد عدد	1، 2
3	مفرد عدد	1، 3
4	مرڪب عدد	1، 2، 4
5	مفرد عدد	1، 5
6	مرڪب عدد	1، 2، 3، 6

تنهنڪري 2، 3، 5، 7، 11، 13 .... مفرد عدد آهن.

4، 6، 8، 9، 10، 12، 14، 15.... مرڪب عدد آهن ۽ 1 نه مفرد عدد آهي، نه وري مرڪب عدد ڇاڪاڻ ته عدد 1 جا جزا فقط 1 ئي پنهنجو پاڻ آهي.

مثال: هيٺ ڏنل عددن مان سڃاڻو، ته ڪهڙا مفرد عدد آهن، ڪهڙا مرڪب عدد آهن ۽ ڪهڙا نه مفرد ۽ نه وري مرڪب عدد آهن؟

19، 1، 16، 8، 5

حل: مفرد عدد آهن: 5 ۽ 19

مرڪب عدد آهن: 8 ۽ 16

اهو عدد جيڪو نه مفرد عدد ۽ نه وري مرڪب عدد آهي، اهو 1 آهي.

جاڻ ڏيڻ ته 1 جزو سڀني عددن جو آهي

جيڪڏهن اسان ڪنهن به عدد کي 1 سان ونڊ ڪنداسين، ته پاڇي هر حالت ۾ هميشه ٻڙي ٿيندي، جيڪو هينئن مثالن مان صاف ظاهر آهي.

(1) 1 جزو آهي عدد 5 جو. (2) 1 جزو آهي عدد 8 جو.

(3) 1 جزو آهي عدد104 جو.

ان طرح 1 جزو آهي هر هڪ عدد جو، ڇاڪاڻ ته اهو ڏيڪاري ٿو ته اِتي پاڇي ٻڙي آهي.

مثال: عددن 2، 5 ۽ 6 جا جزا لکو ۽ ڪهڙو عدد سيني عددن 2، 5 ۽ 6 مان هر هڪ جو جزو آهي.

حل: عدد 2 جا جزا آهن: 1 ، 2

عدد 5 جا جزا آهن: 1 ، 5

عدد 6 جا جزا آهن: 1 ، 2 ، 3 ، 6

ڏسون ٿا ته فقط 1 ئي اهو عدد آهي، جيڪو سيني عددن 2، 5 ۽ 6 مان هرهڪ جو جزو آهي.

جاڻ ڏيڻ ته هڪ عدد 2 ئي، فقط ٻڌي مفرد عدد آهي، جڏهن ته ٻيا سڀ مفرد عدد، اکي عدد ٿين ٿا

اسان کي ڄاڻ آهي ته ٻڌي قدرتي عدد هي آهن: 10, 8, 6, 4, 2

انهن سيني ٻڌي عددن مان فقط هڪ عدد 2 کي ئي ٻه جزا آهن: 2, 1

باقي سيني ٻڌي عددن کي ٻه کان وڌيڪ جزا ٿين ٿا.

تنهنڪري 2 ئي فقط واحد هڪ ٻڌي عدد آهي، جيڪو مفرد عدد ٻه آهي.

اسان کي ڄاڻ آهي ته هي سڀ مفرد عدد آهن: .... ,19 ,17 ,13 ,11 ,7 ,5 ,3 ,2

انهن سيني مفرد عددن مان، فقط 2 ئي واحد ٻڌي مفرد عدد آهي. باقي سڀ اِکي مفرد عدد آهن.

مشق 3.1

(1) هيٺين مان ڪهڙا ڪهڙا عدد 20 جا جزا آهن.

(الف) 2 (ب) 8 (ج) 5 (د) 3

(2) هيٺ ڏنل هرهڪ عدد جا سڀ جزا لکو.

(الف) 15 (ب) 30 (ج) 50 (د) 125 (ح) 150

(3) هيٺين مان ڪهڙا 6 جا ضربيندڙ آهن.

(الف) 10 (ب) 18 (ج) 96 (د) 200

(4) هيٺين جا پهريان ست ضربيندڙ لکو.

(الف) 4 (ب) 7 (ج) 12 (د) 15 (ح) 20

5. هيٺ ڏيڪاريل عددن جي وچ ۾ مفرد عدد لکو.
(الف) 6 ۽ 15 (ب) 20 ۽ 40 (ج) 60 ۽ 95
6. ٻڌي مفرد عدد لکو.
7. هيٺين عددن مان ٻڌي ۽ اکي عدد ڌار ڪريو.
(الف) 10 (ب) 47 (ج) 75 (د) 91 (ح) 100 (خ) 117
8. عدد 21 ۽ 51 جي وچ ۾ سڀ ٻڌي عدد لکو.
9. 10 ۽ 40 جي وچ ۾ سڀ اکي عدد لکو.
10. عدد 40 کان ننڍا سڀ مرڪب عدد لکو.
11. عدد 71 ۽ عدد 101 جي وچ ۾ سڀ مرڪب عدد لکو.
12. عدد 20 ۽ 60 جي وچ ۾ سڀ مفرد عدد لکو.
13. عدد 1 نہ مفرد آهي ۽ نہ وري مرڪب، ڇو سبب ٻڌايو؟

3.2 پورو پورو ونڊجڻ جي چڪاس

چڪاسڻ: ڇا 2، 3، 4، 5، 6، 8، 9، 10، 11، 12، 15 ۽ 25 مليل عدد کي پورو ونڊي سگهن ٿا. ڪجهہ قاعدا ۽ اصول آهن، انهن سان چڪاسي، ٻڌائي سگهجي ٿو تہ مليل عدد 2، 3، 4، 5، 6، 8، 9، 10، 11، 12، 15 ۽ 25 سان پورو پوروندي سگهبو يا نہ.
انهن قاعدن ۽ اصولن کي پورو پورو ونڊڻ وارا اصول چئجي ٿو.

2 سان پورو ونڊجڻ: ڪوبہ مليل عدد 2 سان تڏهن پورو ونڊجي سگهجي ٿو، جڏهن سندس ايڪي واري جاءِ تي 0، 2، 4، 6 يا 8 هوندو.
مثال: 50، 72462، 9126، 3338 وغيره. سڀ عدد 2 سان ونڊجي سگهجن ٿا.

3 سان پورو ونڊجڻ: ڪوبہ مليل عدد 3 سان، تڏهن پورو ونڊجي سگهجي ٿو، جڏهن مليل عدد ۾ سيني استعمال ٿيل انگن جي جوڙ کي 3 سان پورو ونڊي سگهجي.
مثال. عدد 24510 کي 3 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو، ڇاڪاڻ تہ
(2 + 4 + 5 + 1 + 0 = 12) ۽ عدد 12 کي 3 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو.

4 سان پورو ونڊجڻ

ڪوبہ مليل عدد 4 سان پورو ونڊجي سگهجي ٿو، جڏهن مليل عدد جي آخري ٻن انگن يعني ايڪن ۽ ڏهاڪن سان نهندڙ عدد کي 4 سان پورو ونڊي سگهجي يا
مليل عدد جا آخري ٻہ انگ (ايڪا ۽ ڏهاڪا) ٻُڙي هجن.

مثال: عدد 10,02,316 کي 4 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو، چاڪاڻ تہ ايڪن ۽ ڏهاڪن سان نهندڙ عدد 16 آهي، جيڪو 4 سان ونڊي سگهجي ٿو.

5 سان پورو ونڊجڻ

ڪوبہ مليل عدد 5 سان تڏهن پورو ونڊي سگهجي ٿو، جڏهن مليل عدد جي ايڪن واري جاءِ تي 0 يا 5 جو انگ هوندو.

مثال: عدد 5210 ۽ 4115 کي 5 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو.

6 سان پورو ونڊجڻ

ڪنهن بہ مليل عدد کي 6 سان تڏهن ونڊي سگهجي ٿو، جڏهن مليل عدد 2 ۽ 3 ٻنهي سان ڌار ڌار پورو پورو ونڊي سگهجي.

مثال: عدد 2,142 کي 6 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو، چاڪاڻ تہ اهو 2 ۽ 3 سان ڌار ڌار پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو.

8 سان پورو ونڊجڻ

ڪوبہ مليل عدد 8 سان پورو ونڊجي سگهجي ٿو، جڏهن مليل عدد جي آخري ٽن انگن يعني ايڪن، ڏهاڪن ۽ سوَن سان نهندڙ عدد کي 8 سان پورو ونڊي سگهجي يا آخري ٽي انگ يعني ايڪا، ڏهاڪا ۽ سوَ ٽيئي ٻُڙي هجن.

مثال: عدد 213,832 کي 8 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو، چاڪاڻ تہ آخري ٽن انگن يعني ايڪا، ڏهاڪا ۽ سوَن سان نهندڙ عدد 832 کي 8 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو.

9 سان پورو ونڊجڻ

ڪنهن بہ مليل عدد کي 9 سان تڏهن پورو ونڊي سگهجي ٿو، جڏهن مليل عدد ۾ سڀني استعمال ٿيل انگن جي جوڙ اُپت کي 9 سان پورو ونڊي سگهجي.

مثال: عدد 9,241, 011 کي 9 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو چاڪاڻ تہ
(18 = 1+1+ 0+ 1+ 4 + 2 +9) ۽ 18 کي 9 سان پورو پورو ونڊي سگهبو.

10 سان پورو ونڊجڻ

ڪوبہ مليل عدد 10 سان تڏهن پورو ونڊي سگهبو، جڏهن مليل عدد جي ايڪن واري جاءِ تي 0 جو انگ هوندو.

مثال: عدد 25,670 کي 10 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو، چاڪاڻ تہ ايڪن واري جاءِ تي ٻڙيءَ جو انگ آهي.

11 سان پورو ونڊجڻ:

ڪوبہ مليل عدد 11 سان تڏهن پورو پورو ونڊي سگهبو، جڏهن مليل عدد جي اِڪي جاين وارن انگن جي جوڙ اُپت ۽ ٻڌي جاين وارن انگن جي جوڙ اُپت جو فرق ٻڙي هجي يا حاصل ٿيندڙ عدد کي 11 سان پورو ونڊي سگهجي.

مثال: عدد 7,546 کي 11 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو چاڪاڻ تہ

$(7 + 4) - (5 + 6) = 11 - 11 = 0$

اهڙي طرح مليل عدد 907,665 کي 11 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو، چاڪاڻ تہ

$(9 + 7 + 6) - (0 + 6 + 5) = 22 - 11 = 11$

يعني حاصل ٿيل عدد 11 آهي، جيڪو 11 سان پورو ونڊجي سگهجي ٿو.

12 سان پورو ونڊجڻ:

ڪوبہ مليل عدد 12 سان تڏهن پورو پورو ونڊي سگهبو، جڏهن انهيءَ مليل عدد کي 3 ۽ 4 ٻنهي سان ڌار ڌار پورو پورو ونڊي سگهجي.

مثال: عدد 234,084 کي 12 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو، چاڪاڻ تہ اهو 3 ۽ 4 سان ڌار ڌار پورو ونڊي سگهجي ٿو. جيئن تہ $(2 + 3 + 4 + 0 + 8 + 4 = 21)$ ۽ 21 کي 3 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو. ايڪن ۽ ڏهاڪن سان نهندڙ عدد 84 کي 4 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو.

15 سان پورو ونڊجڻ:

ڪوبہ مليل عدد 15 سان تڏهن پورو پورو ونڊي سگهبو، جڏهن انهيءَ مليل عدد کي 3 ۽ 5 ٻنهي سان ڌار ڌار پورو ونڊي سگهجي.

مثال: عدد 26,130 کي 15 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو، چاڪاڻ تہ مليل عدد کي 3 ۽ 5 سان ڌار ڌار پورو ونڊي سگهجهي ٿو. جيئن تہ $(2 + 6 + 1 + 3 + 0 = 12)$ يعني 12 کي 3 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو.

وڌيڪ ڏسون ٿا تہ ايڪن جي جاءِ تي ٻُڙي آهي، تنهنڪري مليل عدد کي 5 سان پورو ونڊي سگهبو).

25 سان پورو ونڊجڻ:

ڪوبہ مليل عدد 25 سان تڏهن پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو، جڏهن آخري ٻن عددن يعني ايڪن ۽ ڏهاڪن سان ٺهيل عدد 25 سان پورو پورو ونڊي سگهجي.

مثال: عدد 2,341,625 کي 25 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو، چاڪاڻ تہ ايڪن ۽ ڏهاڪن سان ٺهيل عدد 25 آهي ۽ 25 کي 25 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو.

مثال. چڪاس ڪريو.

(i) عدد 2,412,006 پورو پوروونڊجي سگهي ٿو 3 سان.
(ii) عدد 6,123,816 پورو پورو ونڊجي سگهي ٿو 8 سان.
(iii) عدد 61,710 پورو پورو ونڊجي سگهجي ٿو 6 سان.
(iv) عدد 6,571,246 پورو پورو ونڊجي سگهجي ٿو 11 سان.
(v) عدد 43,210,284 پورو پورو ونڊجي سگهي ٿو 12 سان.
(vi) عدد 32,412,075 پورو پورو ونڊجي سگهي ٿو 15 سان.

حل:

(i) مليل عدد ۾ 15 = 6 + 0 + 0 + 2 + 1 + 4 + 2 ڏسون ٿا ته عدد 15 کي 3 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو. تنهنڪري مليل عدد 2,412,006 کي 3 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو.

(ii) مليل عدد 6,123,816 کي 8 سان پورو پورو ونڊجي سگهجي ٿو چاڪاڻ ته آخري ٽن انگن يعني ايڪن، ڏهاڪن ۽ سوَن سان ٺهندڙ عدد 816 کي 8 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو.

(iii) مليل عدد 61710 کي 6 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو، چاڪاڻ ته ايڪن جي جاءِ تي 0 آهي. تنهنڪري 2 سان پورو پورو ونڊجي سگهبو. جيئن ته (15 = 0 + 1 + 7 + 1 + 6) 15 کي 3 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو.

(iv) مليل عدد 6,571,246 کي 11 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو چاڪاڻ ته 11 = 10 ـ 21 = (5+ 1+4) ـ (6+7+2+6) تفاوت 11 کي، 11 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو.

(v) مليل عدد 43,210,284 کي 12 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو، چاڪاڻ ته مليل عدد کي 3 ۽ 4 سان ڌار ڌار پورو ونڊي سگهجي ٿو.
جيئن ته (24 = 4+8+2+0+1+2+3+4) ۽ 24 کي 3 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو.
مليل عدد جي آخري ٻن انگن يعني ايڪن ۽ ڏهاڪن سان ٺهندڙ عدد 84 آهي، جيڪو 4 سان پورو ونڊي سگهجي ٿو.

(vi) مليل عدد 32,412,075 کي 15 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو، چاڪاڻ ته مليل عدد 3 ۽ 5 سان ڌار ڌار پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو.
چاڪاڻ ته (24 = 5+7+0+2+1+4+2+3) ۽ 24 کي 3 سان پورو پورو ونڊي سگهجي ٿو.
جيئن ته مليل عدد ۾ ايڪن جي جاءِ تي انگ 5 آهي، جنهن کي 5 سان مڪمل ونڊي سگهجي ٿو.

مشق 3.2

(1) چڪاس ڪريو:

(i) ڇا عدد 251,061 کي 3 سان پورو پورو ونڊي سگھجي ٿو؟
(ii) ڇا عدد 92,348 کي 4 سان پورو پورو ونڊي سگھجي ٿو؟
(iii) ڇا عدد 49,230 کي 9 سان پورو پورو ونڊي سگھجي ٿو؟
(iv) ڇا عدد 421,50 کي 8 سان پورو پورو ونڊي سگھجي ٿو؟
(v) ڇا عدد 1000 کي 2 سان پورو پورو ونڊي سگھجي ٿو؟
(vi) ڇا عدد 241,566 کي 3 سان پورو پورو ونڊي سگھجي ٿو؟
(vii) ڇا عدد 24,268 کي 2 سان پورو پورو ونڊي سگھجي ٿو؟
(viii) ڇا عدد 241,361 کي 4 سان پورو پورو ونڊي سگھجي ٿو؟
(ix) ڇا عدد 123,864 کي 8 سان پورو پورو ونڊي سگھجي ٿو؟
(x) ڇا عدد 4,158,720 کي 9 سان پورو پورو ونڊي سگھجي ٿو؟
(xi) ڇا عدد 210,006 کي 2 سان پورو پورو ونڊي سگھجي ٿو؟
(xii) ڇا عدد 1,234,562 کي 3 سان پورو پورو ونڊي سگھجي ٿو؟

(2) هينين مان ڪهڙا عدد 6 سان پورو پورو ونڊي سگھجن ٿا؟

(i) 2,456 (ii) 7,121,700 (iii) 19,206

(3) هينين مان ڪهڙا عدد 5 سان پورو پورو ونڊي سگھجن ٿا؟

(i) 24,567 (ii) 230,590 (iii) 111,165

(4) هينين مان ڪهڙا عدد 10 سان پورو پورو ونڊي سگھجن ٿا؟

(i) 25,670 (ii) 123,600 (iii) 14,675

(5) هينين مان ڪهڙا عدد 11 سان پورو پورو ونڊي سگھجن ٿا؟

(i) 215,762 (ii) 52,958,400 (iii) 94,857,290

(6) هينين مان ڪهڙا عدد 12 سان پورو پورو ونڊي سگھجن ٿا؟

(i) 245,168 (ii) 512,100 (iii) 2,561,742

(7) هيٺين مان ڪهڙا عدد 15 سان پورو پورو ونڊي سگهجن ٿا؟

(i) 51,300 (ii) 523,449 (iii) 236,790

(8) هيٺين مان ڪهڙا عدد 25 سان پورو پورو ونڊي سگهجن ٿا؟

(i) 2,563,400 (ii) 341,236 (iii) 4,102,375

(9) هيٺين مان ڪهڙا عدد 2، 3 ۽ 6 سان پورو پورو ونڊي سگهجن ٿا؟

(i) 14,562 (ii) 1,101,361 (iii) 518,214

(10) هيٺين مان ڪهڙا عدد 4 ۽ 8 سان پورو پورو ونڊي سگهجن ٿا؟

(i) 513,864 (ii) 617,116 (iii) 2,415,848

(11) هيٺين مان ڪهڙا عدد 2، 5 ۽ 10 سان پورو پورو ونڊي سگهجن ٿا؟

(i) 120,340 (ii) 210,785 (iii) 412,360

3.3 جزو ضربي

جزن معلوم ڪرڻ جو طريقيڪار, جنهن سان مليل عدد کي مختلف جزن جي ضربي صورت ۾ ظاهر ڪيو وڃي. انهيءَ عمل کي عدد جو جزو ضربي چيو وڃي ٿو.

اصول: ڪنهن به عدد جي سڀني جزن جي ضرب اُپت معلوم ڪرڻ سان, اهو ساڳيو عدد ملي ٿو.

مثال طور

(I) $8 = 2 \times 4$ (ii) $12 = 6 \times 2$

هتي 2 ۽ 4 جزا آهن 8 جا. هتي 2 ۽ 6 جزا آهن 12 جا.

مفرد جزو ضربيءَ جي وصف بيان ڪرڻ، ته اهو هڪ طريقيڪار آهي، جنهن سان ڪنهن به عدد جا مفرد جزا معلوم ڪري، انهن کي ضربي صورت ۾ رکجي ٿو

ڪنهن به عدد جي جزن لهڻ جو طريقيڪار، جنهن سان مليل عدد کي مفرد جزن جي ضربي صورت ظاهر ڪيو وڃي. انهيءَ عمل کي عدد جو مفرد جزو ضربي چيو وڃي ٿو.

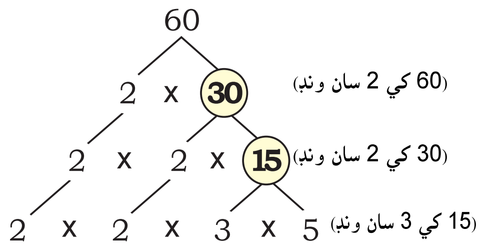
مثال طور (I) $8 = 2 \times 2 \times 2$ (ii) $12 = 2 \times 2 \times 3$

ڪنهن به عدد جي مفرد جزو ضربي، ٻن طريقن سان معلوم ٿي سگهي ٿي. جنهن جي وضاحت هيٺ ڏنل مثال جي حل ۾ بيان ڪيل آهي.

مثال 1: عدد 60 جي مفرد جزو ضربي معلوم ڪريو.

حل:

وڻ جي شاخن وارو طريقو



تنهنڪري $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

جيڪا مليل عدد 60 جي گهربل مفرد جزو ضربي آهي.

ونڊ وارو طريقو

2	60
2	30
3	15
5	5
	1

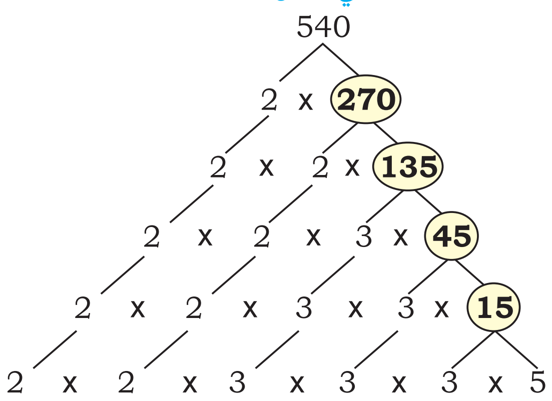
تنهنڪري $60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$

جيڪا مليل عدد 60 جي گهربل مفرد جزو ضربي آهي.

مثال 2: عدد 40 جي مفرد جزو ضربي معلوم ڪريو.

حل:

وڻ جي شاخن وارو طريقو



تنهنڪري

$540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$

مطلب ته اها مليل عدد 540 جي گهربل مفرد جزو ضربي آهي.

ونڊ وارو طريقو

2	540
2	270
3	135
3	45
3	15
5	5
	1

تنهنڪري

$540 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5$

مطلب ته اها مليل عدد 540 جي گهربل مفرد جزو ضربي آهي.

استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي ته شاگردن کي وڌيڪ مشق ڪرائڻ لاءِ ٻنهي طريقن سان مفرد جزو ضربي لهڻ ۾ ڀرپور طرح سان همت افزائي ۽ مدد ڪري.

سگھ يا قوت نما جي نشانين ۾ ظاهر ڪرڻ

عدد 360 جي جزن تي غور ڪريو.

2	360
2	180
2	90
3	45
3	15
5	5
	1

$$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

هتي جزو 2 ٽي دفعا آيو آهي = 2^3 (يعني قوت يا سگھ = 3)

جزو 3 ٻه دفعا آيو آهي = 3^2 (يعني قوت يا سگھ = 2)

۽ جزو 5 هڪ دفعو آيو آهي = 5^1 (يعني قوت يا سگھ = 1)

تنهنڪري مليل عدد 360 جي مفرد جزو ضربيءَ کي سگھ يا قوت نما ۾ هينئن طرح ظاهر ڪنداسين.

$$\boxed{360 = 2^3 \times 3^2 \times 5^1}$$

مطلب ته عدد 360 جي مفرد جزو ضربيءَ کي مٿين طريقي سان پيش ڪرڻ کي سگھ يا قوت نما جي نشانين ۾ ظاهر ڪرڻ چئون ٿا.

ڪنهن به مليل عدد جا جزا معلوم ڪرڻ ۽ انهن جزن کي سگھ يا قوت نما جي نشانين ۾ ظاهرڪرڻ

اچو ته پهريائين ڪنهن مليل عدد جا جزا معلوم ڪريون ۽ انهن جزن کي سگھ يا قوت نما جي نشانين ۾ لکون. انهيءَ عمل کي سمجھڻ لاءِ هينئن مثالن تي غور ڪريو.

مثال: هيٺ ڏنل هرهڪ عدد جي مفرد جزو ضربي معلوم ڪريو ۽ انهن کي سگھ يا قوت نما ۾ ظاهر ڪريو.

(i) 432 (ii) 1500

حل:

(i) 432

2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

تنهنڪري

$$432 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$
$$= 2^4 \times 3^3$$

(ii) 1500

2	1500
2	750
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

تنهنڪري

$$1500 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$
$$= 2^2 \times 3^1 \times 5^3$$

مشق 3.3

(1) هيٺين کي سگهه يا قوت نما صورت ۾ لکو.

(I) 2 x 2 x 2 x 3 x 5 x 3 (ii) 3 x 5 x 5 x 5 x 7 x 7

(iii) 2 x 3 x 3 x 7 x 7 x 3 x 3

(2) هيٺين جا مفرد جزو ضربي ونڊ جي طريقي سان لهو ۽ ان کي سگهه يا قوت نما صورت ۾ ظاهر ڪريو.

(i) 24	(ii) 48	(iii) 216	(iv) 250
(v) 468	(vi) 540	(vii) 1024	(viii) 5000

(3) ڇا مفرد عدد جي جزو ضربيءَ کي سگهه يا قوت نما صورت ۾ لکي سگهجي ٿو؟

3.4 وڏو عام پورو ونڊيندڙ (و.ع.پ.و)

وڏي عام پوري ونڊيندڙ جي وصف: اهو وڏي ۾ وڏو عدد جيڪو ٻن يا ٻن کان وڌيڪ عددن جو عام جزو هجي.

ٻه يا ٻن کان وڌيڪ مليل عددن جو وڏو عام پورو ونڊيندڙ، مليل عددن جو اهو عام جزو آهي، جيڪو سيني عام جزن کان وڏي ۾ وڏو ٿئي ٿو.

مثال: ٻن عددن 24 ۽ 40 جو وڏو عام پورو ونڊيندڙ لهو.

حل: عدد 24 جا جزا آهن: 1 ,2 ,3 ,4 ,6 ,8 ,12 ,24

عدد 40 جا جزا آهن: 1 ,2 ,4, 5 ,8 ,10 ,20 ,40

ٻنهي عددن جا عام جزا آهن: 1 ,2 ,4 ,8

سيني عام جزن مان وڏي ۾ وڏو عام جزو آهي 8

تنهنڪري و.ع.پ.و = 8

ٻه يا ٻن کان وڌيڪ عددن جو و.ع.پ.و مفرد جزو ضربي ۽ ڊگهي ونڊ واري طريقي سان معلوم ڪرڻ

و.ع.پ.و جي معلوم ڪرڻ جا ٻه خاص طريقا آهن.

(i) مفرد جزو ضربي طريقو

هن طريقي ۾ اسان هيٺيون اصول استعمال ڪيون ٿا.

> و.ع.پ.و = ٻه يا ٻن کان وڌيڪ عددن جي عام جزن جي ضرب اُپت

مثال: ٽن عددن 48، 36 ۽ 40 جو و.ع.پ.و لهو

حل:

2	40
2	20
2	10
5	5
	1

2	36
2	18
3	9
3	3
	1

2	48
2	24
2	12
2	6
3	3
	1

عام جزا آهن 2 ۽ 2

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$
$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$
$$40 = 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

تنهنڪري و.ع.پ.و $= 2 \times 2$

$= 4$

(ii) ڊگهي ونڊ وارو طريقو

ٻن عددن جي صورت ۾ و.ع.پ.و هيٺ ڏنل طريقي موجب لهنداسين.

- وڏي عدد کي، ننڍي عدد سان ونڊ ڪريو.
- جيڪا پاڇي اچي، اُن کي ونڊيندڙ بڻائي، پهرين ونڊيندڙ کي ونڊ ڪريو.
- ان طرح ونڊ جو عمل ڪري، ٻيهر پاڇي حاصل ڪريو.
- ٻيهر حاصل ٿيل پاڇيءَ کي وري ونڊيندڙ بڻائي، ٻئي ونڊيندڙ کي ونڊٽي ڪريو.
- ان ريت ونڊ جو عمل ڪندا رهو، جيستائين پاڇي ٻُڙي اچي.
- جنهن ونڊيندڙ سان پاڇي ٻُڙي اچي اُهو ونڊيندڙ و.ع.پ.و آهي.

نوٽ: ان کان پوءِ حاصل ٿيل و.ع.پ.و ۽ رهيل ٽئين عدد سان ساڳي متي ڏنل طريقي موجب ونڊ جو عمل جاري رکي، ٽئون و.ع.پ.و لهنداسين.

مثال 1: ٻن عددن 24 ۽ 64 جو و.ع.پ.و ڏگهي ونڊ جي طريقي سان معلوم ڪريو.

حل:

$$
\begin{array}{l}
24\overline{)\,64\,}(2 \\
\quad -48 \\
\qquad 16\overline{)\,24\,}(1 \\
\qquad\quad -16 \\
\qquad\qquad 8\overline{)\,16\,}(2 \\
\qquad\qquad\quad -16 \\
\qquad\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

و.ع.پ.و ⟵ 8

تنهنڪري و.ع.پ.و = 8

مثال 2: مليل ٽن عددن 16، 36 ۽ 70 جو و.ع.پ.و لهو.

حل: پهريائين اسان 16 ۽ 36 جو و.ع.پ.و لهنداسين.

$$
\begin{array}{l}
16\overline{)\,36\,}(2 \\
\quad -32 \\
\qquad 4\overline{)\,16\,}(4 \\
\qquad\quad -16 \\
\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

تنهنڪري 16 ۽ 36 جو و.ع.پ.و = 4

هاڻي اسان 4 ۽ 70 جو و.ع.پ.و لهنداسين.

$$
\begin{array}{l}
4\overline{)\,70\,}(17 \\
\quad -4 \\
\quad\ \ 30 \\
\quad -28 \\
\qquad 2\overline{)\,4\,}(2 \\
\qquad\quad -4 \\
\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

و.ع.پ.و ⟵ 2

مطلب ته مليل ٽن عددن 16، 36 ۽ 70 جو و.ع.پ 2 آهي.

مشق 3.4

(1) هيٺ ڏنل عددن جو و.ع.پ.و مفرد جزو ضربي واري طريقي سان لهو.

(i) 50, 75 (ii) 98, 196 (iii) 144, 198
(iv) 120, 144, 204 (v) 106, 159, 265
(vi) 12, 48, 36, 24 (vii) 60, 70, 420, 480

(2) هيٺ ڏنل عددن جو و.ع.پ.و ڏگهي ونڊ واري طريقي سان لهو.

(i) 12, 20 (ii) 81, 117 (iii) 935, 1320
(iv) 252, 576 (v) 2241, 8217, 747
(vi) 30, 120, 90, 210

(3) ٻن مفرد عددن جو و.ع.پ.و ڇا ٿيندو؟

3.5 ننڍي عام ٻيڻ اُپت (ن.ع.ٻ.اُ)

ننڍي عام ٻيڻ اُپت جي وصف ننڍي ۾ ننڍو عدد جيڪو هڪ عام ضربيندڙ آهي ٻه يا ٻن کان وڌيڪ عددن جو

ٻه يا ٻن کان وڌيڪ مليل عددن جي ن.ع.ٻ.اُ هڪ ننڍي ۾ ننڍو عام ضربيندڙ آهي.

مثال: مليل ٻن عددن 3 ۽ 4 جي ن.ع.ٻ.اُ لهو.

3 جا ضربيندڙ آهن: 3، 6، 9، 12، 15، 18، 21، 24، 27، 30، 33، 36،......

4 جا ضربيندڙ آهن. 4، 8، 12، 16، 20، 24، 28، 32، 36،.....

ٻنهي عددن 3 ۽ 4 جا عام ضربيندڙ آهن. 12، 24، 36،......

ننڍي ۾ ننڍو عام ضربيندڙ = 12

تنهنڪري ن.ع.ٻ.اُ = 12

ٻہ يا ٻن کان وڌيڪ عددن جي ن.ع.پ.اُ معلوم ڪرڻ مفرد جزو ضربيءَ جي طريقي سان ۽ ونڊ جي طريقي سان

ننڍي عام پيچ اُپت معلوم ڪرڻ جا ٻہ خاص طريقا آهن. جيڪي هيٺ مثالن ذريعي وضاحت سان بيان ڪيل آهن.

(i) مفرد جزو ضربي وارو طريقو

هن طريقي ۾، پهريائين اسان هرهڪ مليل عدد جا مفرد جزا معلوم ڪريون ٿا. ان کان پوءِ اسان ن.ع.پ.اُ هيٺين اصول مطابق معلوم ڪريون ٿا.

ن.ع.پ.اُ = مليل عددن جي عام جزن ۽ غير عام جزن جي ضرب اُپت

نوٽ: (i) ٽن عددن جي صورت ۾، اسان هڪ جُزي کي عام جزو تڏهن چئون ٿا، جڏهن اهو مليل ڪن بہ ٻن عددن جو عام جزو هجي يا ٽنهي مليل عددن جو عام جزو هجي.

(ii) اهو ساڳيو اصول ٽن کان وڌيڪ عددن سان بہ لاڳو ڪري سگهجي ٿو.

مثال: مليل ٽن عددن 12، 18 ۽ 24 جي ن.ع.پ.اُ معلوم ڪريو.

حل:

2	24
2	12
2	6
3	3
	1

2	18
3	9
3	3
	1

2	12
2	6
3	3
	1

هتي

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$
$$18 = 2 \times 3 \times 3$$
$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

هاڻي مليل عددن جا عام جزا آهن: 2، 2، 3

۽ مليل عددن جا غير عام جزا آهن: 2، 3

تنهنڪري ن.ع.پ.اُ = $2 \times 2 \times 3 \times 2 \times 3$ =

72 =

(ii) وند وارو طريقو

هن طريقي جا خاص نقطا هيٺين ريت آهن:

(1) ننڍي ۾ ننڍو ونڊيندڙ چونڊيو، جيڪو مليل عددن سان گهٽ ۾ گهٽ ڪنهن هڪڙي عدد کي ضرور ونڊي سگهي.

(2) ونڊ اُپت ۾ جيڪي عدد ونڊ نہ ٿي سگهيا هُجن، اُهي بہ قطار ۾ لاهي رکو.

(3) وري بيهر ننڍي ۾ ننڍو ونڊيندڙ چونڊيو، جيڪو بہ قطار ۾ لاهي رکيل، سڀني عددن مان ڪنهن بہ هڪ عدد کي ضرور ونڊي.

اهو طريقيڪار جاري رکو، جيستائين مليل سڀني عددن جي ونڊ اُپت 1 اچي. انهيءَ طرح آخري قطار ۾ فقط 1، 1، 1... رهي ته. ن.ع.پ.اُ = سڀني ونڊيندڙن جي ضرب اُپت

مثال 1. مليل عدد 3، 4 ۽ 5 جي ن.ع.پ.اُ لهو.

حل:

2	3, 4, 5
2	3, 2, 5
3	3, 1, 5
5	1, 1, 5
	1, 1, 1

تنهنڪري ن.ع.پ.اُ $= 2 \times 2 \times 3 \times 5$

$= 60$

مثال 2. مليل عدد 12، 15 ۽ 50 جي ن.ع.پ.اُ لهو.

حل:

2	12, 15, 50
2	6, 15, 25
3	3, 15, 25
5	1, 5, 25
5	1, 1, 5
	1, 1, 1

تنهنڪري ن.ع.پ.اُ $= 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$

$= 300$

و.ع.پ.و ۽ ن.ع.پ.اُ جو پاڻ ۾ لاڳاپو

فرض ڪريو بہ عدد 16 ۽ 24 آهن.

انهن ٻنهي عددن جي ضرب اُپت $= 16 \times 24 = 384$ ..... (I)

مليل ٻنهي عددن جو و.ع.پ.و $= 8$

مليل ٻنهي عددن جي ن. ع. پ. اُ $= 48$

هاڻي و.ع.پ.و کي ن.ع.پ.اُ سان ضرب ڪريو. $8 \times 48 = 384 =$..... (ii)

مطلب تہ مليل عدد 16 ۽ 24 جي ضرب اُپت = ٻنهي عددن جو و. ع. پ. و(8) x ن. ع. پ. اُ (48)

ان طرح ٻن غير ٻڙي عددن جي ضرب اُپت = (و.ع.پ.و) x (ن.ع.پ.اُ)

مثال: ٻن عددن جي ضرب اُپت 300 آهي ۽ انهن جي ن.ع.پ.اُ 60 آهي. ٻڌايو تہ انهن ٻنهي عددن جو و.ع.پ.و ڇا ٿيندو؟

حل: مليل ٻن عددن جي ضرب اُپت = 300

مليل ٻن عددن جي ن.ع.پ.اُ = 60

اسان کي ڄاڻ آهي تہ

ٻنهي عددن جي ضرب اُپت = (ن.ع.پ.اُ) x (و.ع.پ.و)

تنهنڪري 300 = 60 × (و.ع.پ.و)

و.ع.پ.و = $\frac{300}{60}$

مطلب تہ و.ع.پ.و = 5

مشق 3.5

(1) مفرد جزو ضربي جي طريقي سان، هيٺين عددن جي ن.ع.پ.اُ معلوم ڪريو.

(i) 12, 25, 40 (ii) 21, 49, 63

(iii) 144, 180, 384 (iv) 108, 135, 162

(v) 35, 65, 75 (vi) 24, 36, 48, 72

(2) هيٺ ڏنل عددن جي ن.ع.پ.اُ ونڊ واري طريقي سان لکو.

(i) 45 ۽ 55 (ii) 35،21 ۽ 70

(iii) 40،24 ۽ 60 (iv) 108،72 ۽ 120

(3) ٻن عددن جي ضرب اُپت 360 آهي. جيڪڏهن ٻنهي عددن جو و.ع.پ.و 16 آهي تہ انهن ٻنهي عددن جي ن.ع.پ.اُ ڇا ٿيندي؟

3.6 و.ع.پ.و ۽ ن.ع.پ.اُ جو روزاني زندگيءَ ۾ استعمال

عام زندگيءَ ۾ و.ع.پ.و ۽ ن.ع.پ.اُ سان واسطو رکندڙ حساب

و.ع.پ.و ۽ ن.ع.پ.اُ اسان جي روزاني زندگيءَ ۾ استعمال ٿين ٿا، جنهن ڳالهه جي وضاحت هيٺ ڏنل مثالن مان ملي سگهي ٿي.

مثال 1: وڏي ۾ وڏي ماپ واري ٽيپ پٽيءَ جي ڊيگهه ٻڌايو، جنهن سان 520 س.م ۽ 360 س.م ڊيگهه پوري طرح ماپ ڪري سگهجي.

حل: وڏي ۾ وڏي ماپ واري ٽيپ پٽيءَ جي ڊيگهه، مليل ٻن ماپن 520 س.م ۽ 360 س.م جي و.ع.پ و جي برابر آهي.

تنهنڪري مليل ٻنهي ماپن جو و.ع.پ.و لهون ٿا.

$$\begin{array}{r}
360\,\overline{)\,520\,}(1 \\
-\,360 \\ \hline
160\,\overline{)\,360\,}(2 \\
-\,320 \\ \hline
40\,\overline{)\,160\,}(4 \\
-\,160 \\ \hline
0
\end{array}$$

مطلب ته 520 ۽ 360 جو و.ع.پ و 40 آهي.

تنهنڪري گهربل وڏي ۾ وڏي ماپ واري ٽيپ پٽيءَ جي ڊيگهه = 40 س.م

مثال 2: وڏي ۾ وڏي ڊگهي لٺ جي ڪيتري ماپ هئڻ گهرجي، جو جيڪڏهن 63 س.م، 85 س م ۽ 47 س م ماپ ڪجي ٿي ته ترتيبوار 3 س.م، 5 س.م ۽ 7 س.م ماپ جا ٽڪرا بچي پون ٿا. گهربل لٺ جي ماپ ٻڌايو.

حل:

مليل ماپون (س.م)	63, 85, 47
بچيل ٽڪرن جي ماپ	−3, −5, −7
	60, 80, 40

هاڻي اسان ڪٽ اُپت مان مليل عددن 60، 80 ۽ 40 جو و.ع.پ و معلوم ڪنداسين.

استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي ته شاگردن کي وڌيڪ مثال عام زندگيءَ سان واسطو رکندڙ جن ۾ و.ع.پ.و ۽ ن.ع.پ.اُ جو استعمال ٿيندو هجي، اُنهن جي وضاحت ۽ سمجهاڻي ڏيڻ ۾ شاگردن جي ڀرپور مدد ڪن.

و.ع.پ.و معلوم ڪرڻ لاءِ ونڊ وارو طريقو استعمال ڪريون ٿا.

ان ريت معلوم ٿيو تہ 60 ۽ 80 جو و.ع.پ.و 20 آهي.
هاڻي اسان 20 ۽ 40 جو و.ع.پ.و معلوم ڪنداسين.
مطلب تہ 60، 80 ۽ 40 جو و.ع.پ.و 20 آهي.
تنهنڪري گهربل ڊگهي ۾ ڊگهي لٺ جي ماپ 20 س.م آهي.

60) 80 (1
− 60
20) 60 (3
− 60
0

20) 40 (2
− 40
0

مثال3: 100 گرام، 150 گرام ۽ 200 گرام جا وٽ استعمال ڪندي، ڪيتري گهٽ ۾ گهٽ ڪنڊ پوري طرح توري سگهجي ٿي.

حل:

گهربل گهٽ ۾ گهٽ ڪنڊ جو مقدار معلوم ڪرڻ لاءِ اسان کي ن.ع.پ.اُ جي مدد وٺڻي پوندي.

2	100, 150, 200
2	50, 75, 100
2	25, 75, 50
3	25, 75, 25
5	25, 25, 25
5	5, 5, 5
	1, 1, 1

تنهنڪري ن.ع.پ.اُ $= 5\times5\times3\times2\times2\times2$

$= 600$

مطلب تہ گهربل گهٽ ۾ گهٽ ڪنڊ جو مقدار 600 گرام آهي، جيڪو انهن ٽنهي وٽن جي استعمال سان پوري طرح توري سگهجي ٿو.

مثال4: گهٽ ۾ گهٽ ٻارن جو تعداد ٻڌايو جيڪي قطارن ۾ 10، 30 ۽ 60 ٻار اهڙي طرح بيهارجن ٿا، جو هرهڪ قطار ۾ 7 ٻار بچن ٿا.

حل: پهريائين اسان 10، 30 ۽ 60 جي ن.ع.پ.اُ معلوم ڪنداسين.

2	10, 30, 60
2	5, 15, 30
3	5, 15, 15
5	5, 5, 5
	1, 1, 1

مطلب ن.ع.پ.اُ $= 5\times3\times2\times2$

$= 60$

تنهنڪري گهربل گهٽ ۾ گهٽ ٻارن جو تعداد $= 60+7$

$= 67$

مثال5: ٽي گھنڊ ترتيبوار 10 منٽ، 30 منٽ ۽ 40 منٽ جي وقفن سان وڄن ٿا. ٻڌايو ته ٻيهر وري ڪھڙي ٽائيم تي ٽيئي گھنڊ گڏ وڄندا، جڏهن ته پهريون ڀيرو صبح جو 9 بجي ٽيئي گڏ وڳا آهن.

حل: پهريائين اسان مليل وقفن 10 منٽ، 30 منٽ ۽ 40 منٽ جي ن.ع.پ.اُ معلوم ڪنداسين:

2	10, 30, 40
2	5, 15, 20
2	5, 15, 10
3	5, 15, 5
5	5, 5, 5
	1, 1, 1

تنهنڪري ن.ع.پ.اُ $= 2\times2\times2\times3\times5 = 120$

مطلب ته ٽيئي گھنڊ وري 120 منٽن کان پوءِ گڏ وڄندا.

9 a.m+ 2 ڪلاڪ =11.0 a.m

ٻيو ڀيرو ٽيئي گھنڊ 11 بجي صبح جو گڏ وڄندا

مشق 3.6

(1) وڏي ۾ وڏي ڪاٺ جي پٽيءَ جي ڊيگھه ٻڌايو، جنهن سان 540 س م ۽ 360 ڊيگھه پوري طرح ماپي سگھجي.

(2) وڏي ۾ وڏو عدد ٻڌايو، جنهن سان جيڪڏهن 232 ۽ 305 کي ڌار ڌار ونڊ ڪجي، ته باقي ترتيبوار 7 ۽ 5 بچي.

(3) وڏي ۾ وڏو عدد ٻڌايو، جنهن سان جيڪڏهن 245 ۽ 1029 کي ڌار ڌار ونڊ ڪجي ته باقي هر حالت ۾ 5 بچي.

(4) ٻه ٽئنڪر جنهن ۾ ترتيبوار 600 لٽر ۽ 570 لٽر پيٽرول موجود آهي، وڏي ۾ وڏو ڪيتري سائيز جو ماپو ڪٽجي، جو ٻنهي ٽئنڪرن مان پيٽرول ماپڻ لاءِ، مڪمل دفعا ماپو استعمال ڪري سگھجي.

(5) هڪ ڪمري جي ڊيگھه، ويڪر ۽ اوچائي ترتيبوار 8 ميٽر، 6 ميٽر ۽ 4 ميٽر آهي. ڏگھي ۾ ڏگھي پٽي ڪيتري ماپ جي ڪٽجي جو ڪمري جي ڊيگھه، ويڪر ۽ اوچائي مڪمل طور ماپي سگھجي.

(6) ٽي گھنڊ ترتيبوار 5 منٽ، 10 منٽ ۽ 15 منٽ جي وقفي سان الارم وڄائين ٿا. جيڪڏهن انهن ٽنهي صبح جو 8 بجي گڏجي الارم وڄايو. ٻڌايو ته وري ٻيهر ڪھڙي ٽائيم سڀ گڏجي الارم وڄائيندا؟

(7) ننڍي ۾ ننڍو اهو عدد ٻڌايو، جنهن کي جيڪڏهن 30، 45 ۽ 60 سان ڌار ڌار ونڊ ڪجي ته هر حالت ۾ پاڇي 9 بچي ٿي.

(8) کير جو گهٽ ۾ گهٽ تعداد لٽرن ۾ ٻڌايو، جيڪو پوري طرح ڌار ڌار ماپي سگهجي، ٽن قسمن جي بالٽين سان،جنهن جو ترتيبوار مقدار آهي 12 لٽر، 16 لٽر ۽ 24 لٽر.

(9) ٽريفڪ لائيٽ ٽن مختلف روڊ ڪراسنگ تي ترتيبوار تبديل ٿئي ٿي، پهرين هر 48 سيڪنڊن ڪان پوءِ، ٻي هر 72 سيڪنڊن ڪان پوءِ ۽ ٽين هر 108 سيڪنڊن ڪان پوءِ جيڪڏهن اُهي ٽيئي پهريون ڀيرو 7.00 a.m تي گڏ ٿيون آهن ته وري ڪهڙي ٽائيم تي گڏ ٿينديون؟

جائزي واري مشق 3

(1) سامهون ڏنل عددن جا سڀ جزا معلوم ڪريو: (i) 60 (ii) 250

(2) ڏنل عددن جون پهريون پنج ضرب اُپتون لکو: (i) 13 (ii) 20

(3) 1 کان 50 تائين سڀ مفرد عدد لکو.

(4) 30 ۽ 60 تائين مرڪب عدد لکو.

(5) هيٺين مان ڪهڙا 2 سان ونڊ تي سگهن ٿا؟

(i) 31621 (ii) 7008 (iii) 91130 (iv) 5178

(6) هيٺين مان ڪهڙا 3 سان ونڊ تي سگهن ٿا؟

(i) 51237 (ii) 30001 (iii) 1001001 (iv) 56712

(7) هيٺين مان ڪهڙا 4 سان ونڊ تي سگهن ٿا؟

(i) 2173 (ii) 41524 (iii) 71611 (iv) 40048

(8) هيٺين مان ڪهڙا 5 سان ونڊ تي سگهن ٿا؟

(i) 2010 (ii) 31625 (iii) 7128 (iv) 1001

(9) هيٺين مان ڪهڙا 10 سان ونڊ تي سگهن ٿا؟

(i) 2165 (ii) 71230 (iii) 10000 (iv) 25618

(10) هيٺين جا مفرد جزا لهو. ونڊ جي طريقي سان، وڻ جي شاخن واري طريقي سان ۽ انهن مفرد جزن کي پڻ سگهه ياقوت نما واري صورت ۾ پڻ لکو.

(i) 450 (ii) 720

(11) هيٺين جو و.ع.پ.و ۽ ن.ع.پ.اُ جزو ضربي طريقي سان لهو.

(i) 18, 24 (ii) 12, 15, 40

(12) هيٺين جو و.ع.پ.و ۽ ن.ع.پ.اُ ونڊ واري طريقي سان لهو.

(i) 65, 80 (ii) 26, 65, 169

(13) وڏي ۾ وڏو اهو عدد لهو، جنهن سان جيڪڏهن 43، 55 ۽ 67 کي ڏار ونڊ ڪريون ته پاڇي ترتيبوار 3، 5 ۽ 7 اچي.

(14) اهو ننڍي ۾ ننڍو عدد لهو، جنهن کي جيڪڏهن 20، 30 ۽ 45 سان ونڊ ڪجي، ته هر حالت ۾ پاڇي 6 بچي.

خلاصو

- جزو هڪ عدد آهي، جيڪو ونڊٽيءَ کي پورو پورو ونڊي.
- هڪ عدد کي محدود تعداد جزن جو ٿئي ٿو.
- ڪنهن مليل عدد جو ضربيندڙ هڪ ونڊٽي آهي، جنهن لاءِ مليل عدد اُن جو جزو آهي.
- ڪنهن مليل عدد جا ضربيندڙ لاتعداد ٿين ٿا.
- هڪ عدد جيڪو 2 جو ضربيندڙ آهي، ان کي ٻڌي عدد چئون ٿا.
- هڪ عدد جيڪو 2 جو ضربيندڙ نه آهي، ان کي اکي عدد چئون ٿا.
- هڪ قدرتي عدد جنهن کي فقط ٻه واضح جزا آهن، ان کي مفرد عدد چئجي ٿو.
- هڪ قدرتي عدد جنهن کي ٻن کان وڌيڪ جزا آهن، ان کي مرڪب عدد چئجي ٿو.
- عدد 1 نه مفرد ۽ نه وري مرڪب آهي.
- عدد 1 هر هڪ عدد جو جزو آهي.
- فقط عدد 2 واحد ٻڌي عدد آهي، جيڪو مفرد عدد پڻ آهي.

- ونڊجڻ جي چڪاس: هڪ عدد پورو پورو ونڊجي سگهي ٿو:

(i) 2 سان، جيڪڏهن سندس ايڪي جي جاءِ تي انگ 0، 2، 4، 6 يا 8 هوندو .

(ii) 3 سان، جيڪڏهن مليل سندس عدد جي سيني انگن جي جوڙ اُپت 3 جو ضربيندڙ آهي.

(iii) 4 سان، جيڪڏهن آخري ٻن انگن يعني ايڪن ۽ ڏهاڪن سان ٺهندڙ عدد، 4 سان ونڊجي سگهي يا آخري ٻہ عدد يعني ايڪا ۽ ڏهاڪا ٻڙي آهن.

(iv) 5 سان، جيڪڏهن سندس ايڪي جي جاءِ تي انگ 0 يا 5 هوندو.

(v) 6 سان، جيڪڏهن مليل عدد 2 ۽ 3 ٻنهي سان ڌار ڌار ونڊجي سگهي.

(vi) 8 سان، جيڪڏهن آخري ٽن انگن يعني ايڪا، ڏهاڪا ۽ سوَن سان ٺهندڙ عدد 8 سان ونڊجي سگهي يا آخري ٽي عدد يعني ايڪا، ڏهاڪا ۽ سوَ مان هرهڪ ٻڙي آهي.

(vii) 9 سان، جيڪڏهن مليل عدد جي سيني انگن جي جوڙ اُپت ڪي 9 سان ونڊ ٿي سگهي.

(viii) 10 سان، جيڪڏهن مليل عدد جي ايڪي جي جاءِ تي ٻڙي آهي.

(ix) 11 سان، جيڪڏهن مليل عدد جي اڪيءَ وارين جاين سان ٺهندڙ عدد ۽ ٻڌيءَ وارين جاين سان ٺهندڙ عدد، ٻنهي جو فرق ٻڙي آهي يا 11 جو ضربيندڙ آهي.

(x) 12 سان، جيڪڏهن مليل عدد 3 ۽ 4 ٻنهي سان ڌار ڌار ونڊجي سگهي ٿو.

(xi) 15 سان، جيڪڏهن مليل عدد 3 ۽ 5 ٻنهي سان ڌار ڌار ونڊجي سگهي ٿو.

(xii) 25 سان، جيڪڏهن مليل عدد ۾آخري ٻن انگن سان ٺهندڙ عدد 25 سان ونڊجي سگهي ٿو يا ايڪن ۽ ڏهاڪن جي جاءِ تي ٻڙي آهي.

- سيني جزن جي ضرب اُپت = مليل عدد
- و.ع.پ.و = مليل ٻن يا ٻن کان وڌيڪ عددن جي عام جزن جي ضرب اُپت
- ن.ع.پ.اُ = مليل ٻن يا ٻن کان وڌيڪ عام جزن ۽ غير عام جزن جي ضرب اُپت
- مليل ٻن غير ٻڙي عددن جي ضرب اُپت = (ن.ع.پ.اُ) x (و.ع.پ.و)

سچا عدد

4.1 سچا عدد

جاڻڻ ته قدرتي عدد 1، 2، 3، .... پڻ واڌو سچا عدد سڏجن ٿا ۽ لاڳاپيل ڪاٽو عدد
1− ، 2−، 3−، ... ڪاٽو سچا عدد سڏجن ٿا.

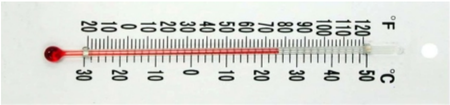
اسان کي قدرتي عددن 1، 2، 3، ..... سان گهڻي واقفيت آهي.
انهن قدرتي عددن کي پڻ واڌو سچا عدد سڏجي ٿو ۽ اهي گهڻو ڪري شين ڳڻڻ ۽ ماپڻ لاءِ استعمال ٿين ٿا. مثال طور

(1) صوفن جا 5 ڪلوگرام

(2) کير جا 15 لٽر، وغيره

ساڳي طرح لاڳاپيل ڪاٽو عدد 1−، 2−، 3−،... ڪاٽو سچا عدد سڏجن ٿا ۽ اهي به گهڻو ڪري شين ماپڻ لاءِ استعمال ٿين ٿا. مثال طور

(3) 2− درجا سينٽي گريڊ گرمي پد



(4) 5− ميٽر اوچائي

(مطلب 5 ميٽر سمنڊ جي متاچري کان هيٺ)

> قدرتي عدد 1، 2، 3،.... پڻ واڌو سچا عدد سڏجن ٿا ۽ لاڳاپيل عدد 1−، 2−، 3−،... ڪاٽو سچا عدد سڏجن ٿا.

جاڻ ڏيڻ ته '0' هڪ سچو عدد آهي، جيڪو نه واڌو آهي ۽ نه وري ڪاٽو
واڌو ۽ ڪاٽو سچن عددن کان علاوه هڪ ٻيو به سچو عدد آهي، جيڪو نه واڌو آهي ۽ نه وري ڪاٽو آهي پر اهو "0" آهي.

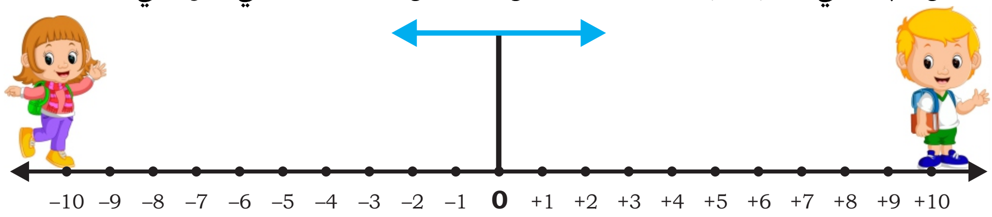
> "0" هڪ   عدد آهي، جيڪو نه واڌو آهي ۽ نه ڪاٽو آهي.

سچا عدد سڃاڻڻ

هيٺ ڏنل سڀ سچا عدد آهن: $\ldots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots$

استاد لاءِ هدايت: استادن کي گهرجي ته شاگردن کي روزاني زندگيءَ مان طرفي عددن جا وڌيڪ مثال ڏئي طرفي عددن جو تصور پڪو ڪرائڻ ۾ مدد ڪري.

انهن سچن عددن کي پڻ طرفي عدد به ڪري چئجي ٿو، اهي مفاصلي کي طرف سان گڏ يا ڪنهن جڳهه کي ظاهر ڪرڻ لاءِ استعمال ٿين ٿا، جيئن هيٺ سمجهاڻي ڏنل آهي.



هڪ ڇوڪرو ۽ هڪ ڇوڪري ساڳي نقطي 0 کان گهمڻ شروع ڪن ٿا. هڪ ٻار وڃي ٿو ساڄي پاسي ۽ 10 ميٽر مفاصلو طئي ڪري ٿو. ٻيو ٻار وڃي ٿو کاٻي پاسي ۽ 10 ميٽر مفاصلو طئي ڪري ٿو. شروعاتي نقطي کي ”0“ سان ظاهر ڪريون ٿا. شروعاتي ٽڪي کان ساڄي پاسي واري طئي ڪيل 10 ميٽر مفاصلي کي 10 + ميٽر سان ظاهر ڪريون ٿا.

ساڳي طرح شروعاتي ٽڪي کان کاٻي پاسي واري طئي ڪيل 10 ميٽر مفاصلي کي 10 – ميٽر سان ظاهر ڪريون ٿا.

مثال: خال ڀريو.

(i) جيڪڏهن +5 ميٽر ظاهر ڪن ٿا مفاصلو 5 ميٽر اوڀر طرف، ته پوءِ مفاصلو 10 ميٽر اولهه طرف ظاهر ڪبو –10 ميٽر سان.

(ii) جيڪڏهن –6 ميٽر ظاهر ڪن ٿا مفاصلو 6 ميٽر سمنڊ جي مٿاڇري کان هيٺ، ته مفاصلو 8 ميٽر سمنڊ جي مٿاڇري کان مٿي ظاهر ڪبو +8 ميٽر سان.

عملي ڪم: سچن عددن کي استعمال ڪري هيٺيان خال ڀريو.

(i) جيڪڏهن –10 ميٽر ظاهر ڪن ٿا مفاصلو 10 ميٽر اولهه طرف ۾ ته پوءِ مفاصلو 10 ميٽر اوڀر طرف ۾ +10 ميٽر ظاهر ڪندو.

(ii) جيڪڏهن +6 ملين ظاهر ڪن ٿا، 6 ملين آدمشماريءَ ۾اضافو، ته پوءِ ____ ظاهر ڪندي گهٽتائي آدمشماريءَ ۾.

(iii) جيڪڏهن +20 ميٽر ظاهر ڪن ٿا 20 ميٽر مفاصلو سمنڊ جي مٿاڇري کان مٿي ته پوءِ ____ ظاهر ڪندو مفاصلو سمنڊ جي مٿاڇري کان هيٺ.

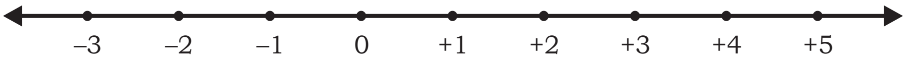
(iv) جيڪڏهن –20 رپيا ظاهر ڪن ٿا نقصان 20 رپين جو ڪنهن ڪاروبار ۾، ته پوءِ ____ ظاهر ڪندو فائدو ڪاروبار ۾.

(v) جيڪڏهن –50 ميٽر ظاهر ڪن ٿا مفاصلو 50 ميٽر ڏکڻ طرف ۾، ته پوءِ ____ ظاهر ڪندو مفاصلو 60 ميٽر اُتر طرف ۾.

4.2 سچن عددن جي ترتيب

سچن عددن کي عددي ليڪ تي ظاهر ڪرڻ

اسان کي اڳ ۾ ڄاڻ آهي ته قدرتي عددن کي، ڪيئن عددي ليڪ تي ظاهر ڪجي.
هاڻي اچو ته سچن عددن کي، عددي ليڪ تي ظاهر ڪريون.

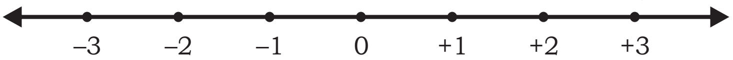


متين شڪل ۾ ڏنل ليڪ کي عددي ليڪ چئون ٿا.
نوٽ: ڪن به ٻن نقطن يا عددن جي وچ ۾ فاصلو هميشه هڪ جيترو ٿئي ٿو.
ڄاڻ ڏيڻ ته عددي ليڪ تي ڪوبه عدد جيڪو ٻڙيءَ جي ساڄي پاسي آهي ته ان کي واڌو عدد چيو وڃي ٿو.
هيٺين عددي ليڪ تي غور ڪريو.

اسان ڏسون ٿا ته سڀ عدد جيڪي به ٻڙيءَ جي ساڄي پاسي آهن، اهي سڀ واڌو عدد آهن.
مثال طور +1 ٻڙيءَ جي ساڄي پاسي آهي.
يعني واڌو عدد آهي. تنهنڪري $0 < 1 +$
ساڳي نموني +2 به ٻڙيءَ جي ساڄي پاسي آهي يعني واڌو عدد آهي. تنهنڪري $0 < 2 +$

مطلب ته: ڪوبه عدد جيڪو ٻڙيءَ جي ساڄي پاسي آهي، اُهو واڌو عدد آهي.

اها ڄاڻ ڏيڻ ته عددي ليڪ تي ڪوبه عدد، جيڪو ٻڙيءَ جي کابي پاسي آهي، ان کي ڪاٽو عدد چيو وڃي ٿو.
هيٺين عددي ليڪ تي غور ڪريو.



اسان ڏسون ته سڀ عدد جيڪي ٻڙيءَ جي کابي پاسي آهن، اُهي سڀ ڪاٽو عدد آهن.
مثال طور: −1 ٻڙيءَ جي کابي پاسي آهي يعني ڪاٽو عدد آهي. تنهنڪري $0 < 1 -$
ساڳي طرح −2 ٻڙيءَ جي کابي پاسي آهي يعني ڪاٽو عدد آهي. تنهنڪري $0 < 2 -$

مطلب ته: ڪوبه عدد جيڪو ٻڙيءَ جي کابي پاسي آهي، اهو ڪاٽو عدد آهي.

جاڻ ڏيڻ ته عددي ليڪ تي ڪوبه عدد، جيڪو ٻئي عدد جي ساڄي پاسي آهي، اهو اُن عدد کان وڏو آهي

هاڻي وري ٻيهر عددي ليڪ تي غور ڪريون ٿا.

عددي ليڪ تي اسان اها ڳالهه ظاهر طور ڏسون ٿا ته ڪوبه عدد جيڪو ٻئي عدد جي ساڄي پاسي آهي، اُهو هميشه اُنهيءَ عدد کان وڏو آهي.

مثال طور: +3 هڪ اهڙو عدد آهي، جيڪو +1 جي ساڄي پاسي آهي. تنهنڪري +3 وڏو آهي +1 کان يعني $+3 > +1$

مطلب ته عددي ليڪ تي ڪوبه عدد، جيڪو ٻئي عدد جي ساڄي پاسي آهي، اهو ساڄي پاسي وارو عدد وڏو آهي ٻئي کان.

جاڻ ڏيڻ ته عددي ليڪ تي ڪوبه عدد جيڪو ٻئي عدد جي کاٻي پاسي آهي، اهو ان عدد کان ننڍو آهي.

هاڻي عددي ليڪ تي وري هڪ دفعو ٻيهر غور ڪريون ٿا.

عددي ليڪ تي اسان اها ڳالهه صاف ظاهر طور ڏسون ٿا ته ڪوبه عدد جيڪو ٻئي عدد جي کاٻي پاسي آهي، اهو هميشه اُنهيءَ عدد کان ننڍو آهي.

مثال طور –2 هڪ اهڙو عدد آهي جيڪو +1 جي کاٻي پاسي آهي. تنهنڪري –2 ننڍو آهي +1 کان يعني $+1 > -2$

مطلب ته: عددي ليڪ تي ڪوبه عدد، جيڪو ٻئي عدد جي کاٻي پاسي آهي، اهو کاٻي پاسي وارو عدد، ٻئي کان ننڍو آهي.

مثال: عددي ليڪ استعمال ڪري ٻڌايو ته پهريون عدد، ٻئي کان وڏو آهي يا ننڍو.

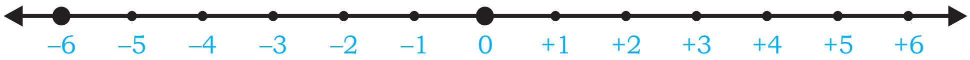
(i) $+5, -2$ (ii) $-6, 0$ (iii) $+4, 0$ (iv) $-3, -5$

حل: هاڻي اسان مليل عددن +5 ۽ –2 کي عددي ليڪ تي ظاهر ڪريون ٿا.

جيئن ته پهريون عدد +5، ٻئي عدد –2 جي ساڄي پاسي واقع آهي.

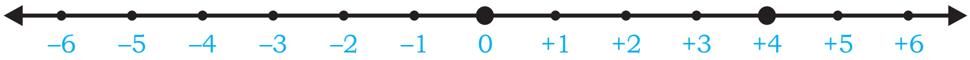
تنهنڪري $-2 < +5$

(ii) ڀريائين مليل ٻنهي عددن 6− ۽ ٻڙيءَ کي عددي ليڪ تي ظاهر ڪريون ٿا.



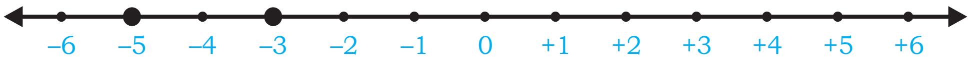
ڏسون ٿا تہ ڀريون مليل عدد 6 −، ٻئي مليل عدد ٻڙيءَ جي کابي پاسي واقع آهي.
تنهنڪري $0 < -6$ −

(iii) مليل ٻنهي عددن 4+ ۽ ٻڙيءَ کي عددي ليڪ تي ظاهر ڪريون ٿا.



ڏسون ٿا تہ ڀريون مليل عدد 4+، ٻئي مليل عدد ٻڙيءَ جي ساڄي پاسي آهي.
تنهنڪري $+4 > 0$

(iv) هاڻي مليل ٻنهي عددن 3− ۽ 5− کي عددي ليڪ تي ظاهر ڪريون ٿا.



ڏسون ٿا تہ ڀريون مليل عدد 3−، ٻئي مليل عدد 5− جي ساڄي پاسي آهي.
تنهنڪري $-3 > -5$

عملي ڪم 1: ڏنل جوابن مان صحيح جواب چونڊي خال ڀريو.

(i) 2− کابي پاسي آهي 3+ جي. (کابي، ساڄي)
(ii) 5+ ______ پاسي آهي 10− جي. (کابي، ساڄي)
(iii) 0 ______ پاسي آهي 6− جي. (کابي، ساڄي)

عملي ڪم 2: ڏنل جوابن مان صحيح جواب چونڊي خال ڀريو.

(i)	+5 ___>___ −5		(<, >)
(ii)	+7 ______ +11		(<, >)
(iii)	−9 ______ −4		(<, >)
(iv)	+2 ______ −20		(<, >)

جاڻ ڏيڻ تہ هرهڪ واڌو سچو عدد وڏو آهي، ڪاٽو سچي عدد کان. ساڳي طرح هرهڪ عدد ڪاٽو سچو عدد ننڍو آهي، واڌوسچي عدد کان

اچو تہ هيٺ ڏنل مثالن جي ذريعي واڌو ۽ ڪاٽو عددن جو پاڻ ۾ لاڳاپو جاچيون.

(i) $+6 > -7$ (ii) $+1 > -20$ (iii) $+8 > -1$

هاڻي اسان پهريائين مليل عددن کي عددي ليڪ تي ظاهر ڪريون ٿا.

اهو ڏسون ٿا تہ:

(i) $-7 < 6+$ چاڪاڻ تہ پهريون مليل عدد $6+$، ٻئي مليل عدد $7-$ جي ساڄي پاسي آهي.

(ii) $20 - < 1+$ چاڪاڻ تہ پهريون مليل عدد $1+$، مليل عدد $20-$ جي ساڄي پاسي آهي.

(iii) $1 - < 8+$ چاڪاڻ تہ پهريون مليل عدد $8+$، ٻئي مليل عدد $1-$ جي ساڄي پاسي آهي.

متين مثالن مان صاف ظاهر آهي تہ سڀ واڌو عدد، ڪاٽو عددن جي ساڄي پاسي ٿين ٿا.

تنهنڪري هرهڪ واڌو سچوعدد، ڪاٽو سچي عدد کان وڏو آهي

اها بہ ڳالهہ عددي ليڪ مان واضح آهي تہ سڀ ڪاٽو عدد، واڌو عددن جي کاٻي پاسي ٿين ٿا.

تنهنڪري هرهڪ ڪاٽو سچو عدد واڌو سچي عدد کان ننڍو آهي.

مثال طور

(i) $-2 < +6$ (iv) $+7 > -2$

(ii) $-3 < +1$ (v) $+20 > -50$

(iii) $-36 < +2$

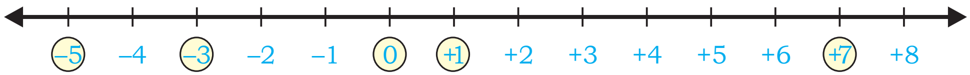
مليل سچن عددن کي وڏ نندائي ۽ نند وڏائي ترڪيب ۾ ناهي رکڻ

مليل سچن عددن جي هڪ گروپ کي وڏ نندائي ۽ نند وڏائي ترڪيب ۾ عددي ليڪ جي مدد سان ناهي رکي سگهون ٿا.

عددي ليڪ تي ساڄي پاسي وارو سڀ کان اڳيون عدد، وڏي ۾ وڏو عدد ٿئي ٿو. اهڙي طرح کاٻي پاسي وارو سڀ کان اڳيون عدد، ننڍي ۾ ننڍو ٿئي ٿو.

مثال: مليل عددن5−,1,7,0,3− کي ننڍ وڏائي ۽ وڏ ننڍائي ترڪيب ۾ ٺاهي لکو.

حل: سڀ کان پهريائين مليل عددن (5−, 1, 7, 0, 3−) کي عددي ليڪ تي ظاهر ڪريون ٿا.



هتي شڪل ۾ اسان ڏسي سگهون ٿا، ته سڀ کان وڏي ۾ وڏو عدد 7 آهي ۽ ننڍي ۾ ننڍو عدد 5− آهي. تنهنڪري ننڍ وڏائي ترڪيب (ننڍي ۾ ننڍي کان، وڏي ۾ وڏي ڏانهن آهي)

$$-5, -3, 0, 1, 7$$

ساڳي طرح وڏ ننڍائي ترڪيب (وڏي ۾ وڏي کان ننڍي ۾ ننڍي ڏانهن) آهي:

$$7, 1, 0, -3, -5$$

4.3 سچي عدد جي مطلق يا قطعي قيمت

ڪنهن عدد جي مطلق يا قطعي قيمت جي وصف بيان ڪرڻ ته عددي ليڪ تي اهو هڪ فاصلو آهي جيڪو ٻڙيءَ کان ان عدد تائين ٿئي ٿو ۽ اهو هميشه واڌو عدد ٿئي ٿو.
اسان کي ڄاڻ آهي ته هرهڪ سچو عدد، ٻڙي کان سواءِ، عددي ليڪ تي هڪ فاصلو ٻڙي کان وٺي،ان عدد تائين طرف سميت ظاهر ڪري ٿو. جيئن ته 5+ جو مطلب آهي 5 ايڪا ٻڙيءَ جي ساڄي پاسي ۽ 5− جو مطلب آهي 5 ايڪا ٻڙيءَ جي کابي پاسي.

> جيڪڏهن اسان طرف کي نظرانداز ڪري، صرف فاصلي تي غور ڪريون ته ان فاصلي کي مطلق يا قطعي قيمت چئجي ٿو جنهن جي وصف هن طرح بيان ڪريون ٿا.

عدد جو مطلق ملهه يا قطعي قيمت عددي ليڪ تي ٻڙي کان ان عدد تائين فاصلي کي چيو وڃي ٿو، جيڪو هميشه واڌو يا ٻڙي ٿئي ٿو.

عدد جي مطلق ملهه يا قطعي قيمت، کي نشانيءَ ۾ '| |' سان ظاهر ڪريون ٿا.

مثال طور $|-6| = 6$ ان کي پڙهنداسين ” 6− جو مطلق ملهه يا قطعي قيمت 6 آهي“.

ساڳي طرح $|+7| = 7$، $|-15| = 15$ ۽ $|0| = 0$

مليل سچن عددن جي مطابق مُلهن يا قطعي قيمتن کي ننڍ وڏائي ۽ وڏ ننڍائي ترتيب ۾ آڻڻ

اچو ته مليل پورن عددن جي مطلق مُلهن يا قطعي قيمتن کي ننڍ وڏائي يا وڏ ننڍائي ترتيب ۾ آڻڻ جي سمجهاڻي ۽ وضاحت هيٺ ڏنل مثالن سان ڪريون.

مثال: هيٺ ڏنل پورن عددن جي مطلق مُلهن يا قطعي قيمتن کي ننڍ وڏائي ۽ وڏ ننڍائي ترتيب ۾ لکو.

$+4, -2, +1, -3, 0, -5, +6$

حل:

$|+4| = 4$
$|-2| = 2$
$|+1| = 1$

۽

$|-3| = 3$
$|0| = 0$
$|-5| = 5$
$|+6| = 6$

ان طرح مليل سچن عددن جا مطلق ملهه يا قطعي قيمتون

$4, 2, 1, 3, 0, 5, 6$

انهن مٿي ڏيکاريل قطعي قيمتن کي ننڍ وڏائي ترتيب ۾ لکنداسين:

$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$

هاڻي وڏ ننڍائي ترتيب ۾ لکنداسين:

$6, 5, 4, 3, 2, 1, 0$

مشق 4.1

(1) هيٺ ڏنل سچن عددن کي عددي ليڪ تي ظاهر ڪريو.

(i) $-2, -1, 0, +1, +2$

(ii) $-3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4$

(iii) $-4, -3, -2, -1, 0, +1, +2$

(iv) $+5, -5, -4, +3, +1, -2$

(2) ٻڌايو ته پهريون عدد ٻئي کان وڏو آهي يا ننڍو.

(i) $+15, -6$

(ii) $-8, 0$

(iii) $+16, 0$

(iv) $-2, -8$

(v) $+7, +9$

(vi) $-4, -1$

(3) هيٺ ڏنل جوابن مان صحيح جواب چونڊي خال ڀريو.

(i) –5 ______ پاسي آهي +6 جي (کاٻي، ساڄي)

(ii) +6 ______ پاسي آهي –7 جي (کاٻي، ساڄي)

(iii) 0 ______ پاسي آهي –15 جي (کاٻي، ساڄي)

(iv) 0 ______ پاسي آهي 20 جي (کاٻي، ساڄي)

(4) هيٺ ڏنل جوابن مان صحيح جواب چونڊي خال ڀريو.

(i) +10 ______ –20 (<, >)

(ii) –16 ______ –4 (<, >)

(iii) +25 ______ –100 (<, >)

(iv) +30 ______ +50 (<, >)

(v) –17 ______ +17 (<, >)

(vi) 0 ______ –5 (<, >)

(5) هيٺ ڏنل سچن عددن کي ننڍ وڏائي ۽ وڏ ننڍائي ترتيب ۾ ڻاهي لکو.

(i) +5, –7, +1, 0, –3, –1 (ii) –3, +4, 0, –1, +2, +5

(iii) 0, –4, +4, –5, +5 (iv) –4, –1, –7, –2, –8

(6) هيٺ ڏنل سچن عددن جا مطلق ملهه يا قطعي قيمتون لکو.

(i) –5 (ii) +20 (iii) 0 (iv) –18 (v) +50

(7) هيٺ ڏنل سچن عددن جي مطلق مُلهن يا قطعي قيمتن کي ننڍ وڏائي ۽ وڏ ننڍائي ترتيب ۾ لکو.

(i) –4, +1, –6, +3, 0, +5 (ii) –25, 0, +17, –10, +30, –60

(iii) –20, –10, +11, +7, 0, –4 (iv) +8, –5, +13, –9, –12, +3

(8) هينين جملن تي غور ڪري صحيح يا غلط لکو.

(i) واڌو سچو عدد هميشه وڏو ٿئي ٿو، ڪاٽو سچي عدد کان ( )

(ii) ٻڙي هڪ واڌو سچو عدد آهي. ( )

(iii) هرهڪ ڪاٽو سچو عدد، ٻڙيءَ کان ننڍو ٿئي ٿو. ( )

(iv) –5 جو مطلق ننڍو آهي +4 جي مطلق کان. ( )

(v) –5 ننڍو آهي –10 کان ( )

(vi) –25 وڏو آهي –100 کان

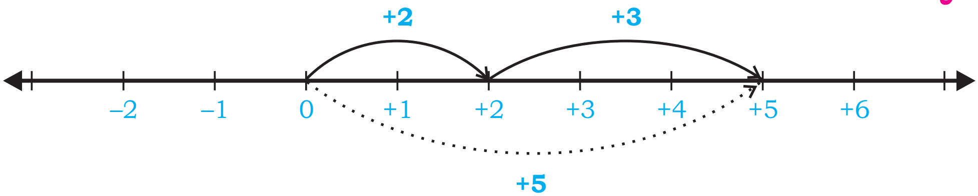
(vii) ڪنهن به عدد جو عددي ملهه ڪڏهن به ڪاٽو نه ٿو ٿي سگهي. ( )

4.4 سچن عددن جو جوڙ

اسان اڳ ۾ به يا ٻن کان وڌيڪ سچن عددن جو جوڙ، عددي ليڪ تي سکي آيا آهيون. اچو تہ پهريائين سکيل ڪم جو دؤر، هيٺين مثالن سان ڪريون.

مثال1: مليل ٻن سچن عددن 2 + ۽ 3 + جو، عددي ليڪ تي جوڙ لهو.

حل:



تنهنڪري $(+2) + (+3) = +5$

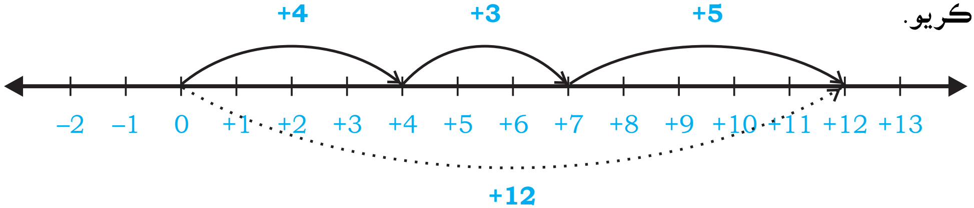
سمجهاڻي: عددي ليڪ تي ٻڙيءَ کان شروع ڪري، اسان 2 قدم ٻڙيءَ جي ساڄي پاسي هلون ٿا ۽ 2+ جي نقطي تي پهچون ٿا.

تنهنڪري $\boxed{(+2) + (+3) = (+5)}$

عددي ليڪ تي انهيءَ 2+ واري نقطي کان، اڳتي 3 قدم ساڄي پاسي هلون ٿا ۽ 5+ واري نقطي تي پهچون ٿا. اهڙي طرح $(+2) + (+3) = (+5)$

ساڳي طرح اسان ٻن کان وڌيڪ پورن عددن جو جوڙ، عددي ليڪ تي هيٺ ڏنل مثال ذريعي ڪريون ٿا.

مثال2: مليل ٽن سچن عددن $(+5) + (+3) + (+4)$ جي جوڙ اُپت عددي ليڪ تي معلوم ڪريو.



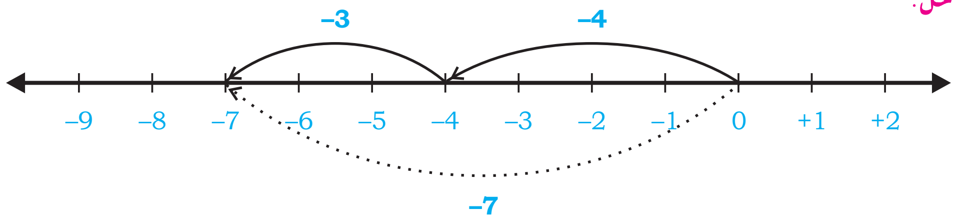
تنهنڪري $(+4) + (+3) + (+5) = (+12)$

عددي ليڪ تي ٻن يا ٻن کان وڌيڪ ڪاٽو سچن عددن جو جوڙ

ٻن يا ٻن کان وڌيڪ ڪاٽو **سچن** عددن جو جوڙ، عددي ليڪ تي هيٺ ڏنل مثالن وسيلي سمجهايو ويو آهي.

مثال 1: عددي ليڪ تي ٻن ڪاٽو **سچن** عددن -4 ۽ -3 جي جوڙ اُپت لهو.

حل:



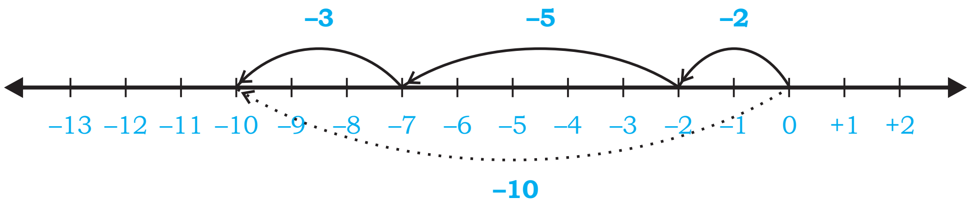
مطلب تہ: $(-4) + (-3) = -7$

سمجهاڻي: عددي ليڪ تي ٻڙيءَ کان شروع ڪريون ٿا. پهريائين 4 قدم ٻڙيءَ جي ڪاٻي پاسي هلون ٿا ۽ -4 نقطي تي پهچون ٿا.
هاڻي (-4) واري نقطي کان ٽي قدم، ڪاٻي پاسي اڳتي هلون ٿا ۽ نقطي -7 تي پهچون ٿا.

يعني $\boxed{(-4) + (-3) = -7}$

مثال 2: مليل ٽن **سچن** عددن $(-3) + (-5) + (-2)$ جي جوڙ اُپت لهو.

حل:



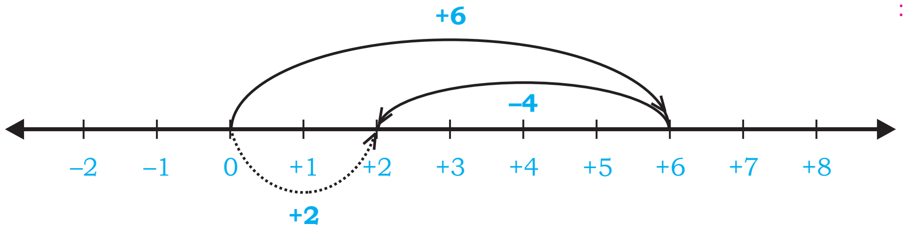
مطلب تہ: $(-2) + (-5) + (-3) = -10$

عددي ليڪ تي ٻن واڌو سچن عددن جوفرق

عددي ليڪ ذريعي واڌو ۽ ڪاٽو سچن عددن جو جوڙ، هيٺ مثالن وسيلي سمجهايل آهي.

مثال: عددي ليڪ تي ٻن سچن عددن +6 ۽ −4 جو جوڙ لهو.

حل:



تنهنڪري: (+6) + (−4) = +2

سمجهاڻي: عددي ليڪ تي +6 جو مطلب ڦهريائين اسان 6 قدم ٻڙيءَ کان ساڄي هلنداسين ۽ نقطي +6 تي پهچنداسين.

انهيءَ (+6) نقطي کان پوءِ (−4) يعني 4 قدم کاٻي پاسي هلنداسين تہ نقطي +2 تي پهچنداسين.

مطلب تہ: (+6) + (−4) = +2

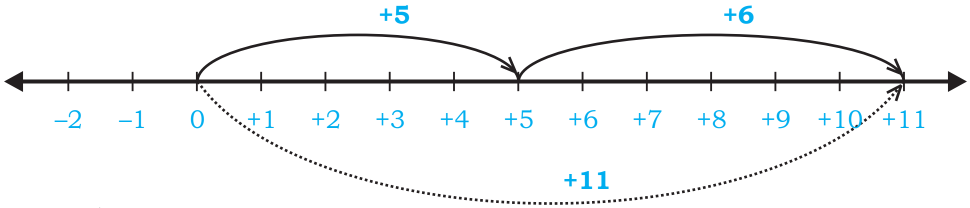
عددي ليڪ تي ٻن سچن عددن جو جوڙ، هيٺ ڏنل مثالن جي وسيلي حل ڪرڻ سکون ٿا.

مثال: هيٺ ڏنل سچن عددن جو جوڙ لهو.

(i) +5 ۽ +6 (ii) −7 ۽ −2

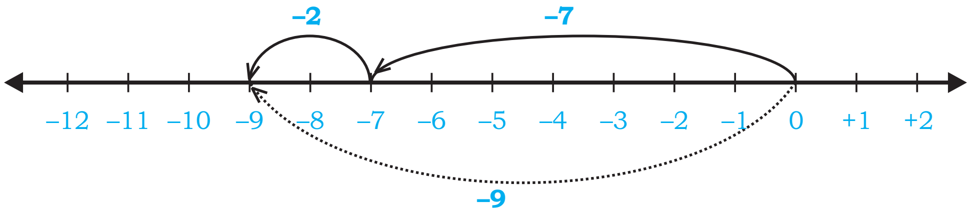
(iii) +8 ۽ −5 (iv) −6 ۽ +2

حل: (i) 5 + ۽ 6 +



ڦهريائين اسان 5 قدم ٻڙيءَ جي ساڄي پاسي، عددي ليڪ تي هلنداسين ۽ نقطي +5 تي پهچنداسين. اتان پوءِ وري 6 قدم اڳتي، ساڄي پاسي هلنداسين ۽ نقطي +11 تي پهچنداسين. اهڙي طرح (+5) + (+6) = +11

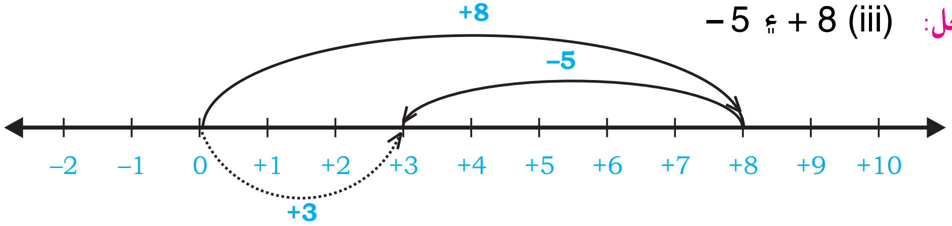
حل: (ii) 7− ۽ 2− کي جوڙ ڪرڻ جو مطلب آهي: (2−) +(7−) کي حل ڪرڻ



پهريائين اسان عددي ليڪ تي 7 قدم، ٻڙيءَ جي کابي پاسي، هلي ڪري نقطي 7− تي پهچنداسين. اُتان کان پوءِ 2 قدم وڌيڪ اڳتي، ساڳي کابي پاسي هلنداسين ۽ نقطي 9− تي پهچنداسين.

اهڙي طرح: $(-7) + (-2) = -9$

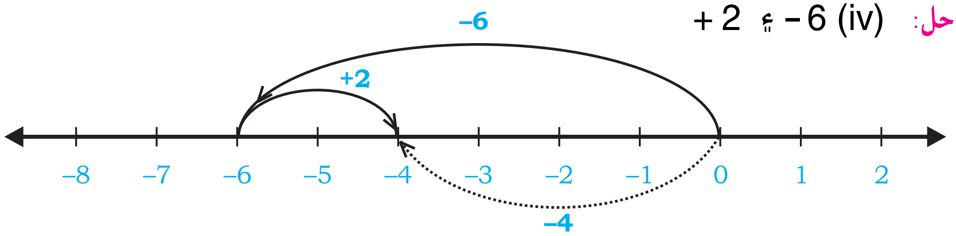
حل: (iii) 8 + ۽ 5 −



سمجهاڻي: عددي ليڪ تي اسان پهريائين، 8 قدم ٻڙيءَ جي ساڄي پاسي هلنداسين ۽ نقطي 8+ تي پهچنداسين. اُتان کان پوءِ 5 قدم کابي پاسي هلنداسين ۽ نقطي 3+ تي پهچنداسين.

اهڙي طرح: $(+8) + (-5) = +3$

حل: (iv) 6 − ۽ 2 +



سمجهاڻي: عددي ليڪ تي ٻڙيءَ کان شروع ڪري، 6 قدم ٻڙيءَ جي کابي پاسي هلي، نقطي 6− تي پهچنداسين. اُتان کان پوءِ 2 قدم ساڄي پاسي هلي، نقطي 4− تي پهچنداسين.

اهڙي طرح: $(-6) + (+2) = -4$

ٻن سڄن عددن کي جوڙ ڪرڻ (جڏهن سچا عدد ساڳين نشانين سان آهن)

ٻہ سچا عدد (ساڳين نشانين سان) جوڙ ڪيا وڃن ٿا جنهن لاءِ هيٺيان ٿي قدم استعمال ڪريون ٿا.

قدم (i) مليل سڄن عددن جو، مطلق ملهہ يعني قطعي قيمت ڪڍون ٿا.

قدم (ii) حاصل ٿيل مطلق مُلهہ يعني قطعي قيمتون، پاڻ ۾ جوڙ ڪريون ٿا.

قدم (iii) آخر ۾ نتيجي کي، عام نشاني ڏيون ٿا.

مثال: حل ڪريو (i) $(+12) + (+13)$ (ii) $(-10) + (-14)$

حل:

(i) $(+12) + (+13)$

هتي $|+12| = 12$

$|+13| = 13$

هاڻي $(+12) + (+13)$

$= +(12 + 13)$

$= +25$

(ii) $(-10) + (-14)$

هتي $|-10| = 10$

$|-14| = 14$

هاڻي $(-10) + (-14)$

$= -(10 + 14)$

$= -24$

ٻن سڄن عددن جو جوڙ (جڏهن ٻہ سچا عدد غير ساڳين نشانين سان آهن)

ٻہ عدد (جيڪي غير ساڳين نشانين وارا آهن.) انهن کي جوڙ ڪرڻ لاءِ، هيٺيان ٿي قدم استعمال ڪريون ٿا.

قدم (i) مليل سڄن عددن جو، مطلق مُلهہ يا قطعي قيمتون ظاهر ڪريو.

قدم (ii) حاصل ٿيل مطلق مُلهہ يا قطعي قيمتن جو، پاڻ ۾ فرق معلوم ڪريو يعني وڏي مطلق مُلهہ مان ننڍو مطلق مُلهہ ڪٽ ڪريو.

قدم (iii) آخر ۾ نتيجي کي، وڏي مطلق مُلهہ واري، سڄي عدد واري نشاني لڳايو.

مثال: حل ڪريو: (i) $(+15) + (-10)$ (ii) $(-20) + (+12)$

حل:

(i) $(+15) + (-10)$

هتي $|+15| = 15$

$|-10| = 10$

تنهنڪري $(+15) + (-10)$

$= +(15 - 10)$ وڏي مطلق مُلهہ واري، سڄي عدد واري نشاني "+" لڳايو.

$= +5$

(ii) $(-20) + (+12)$

هتي $|-20| = 20$

$|+12| = 12$

تنهنڪري $(-20) + (+12)$

$= -(20 - 12)$ وڏي مطلق مُلهہ واري، سڄي عدد واري نشاني "—" لڳايو.

$= -8$

استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي تہ شاگردن کان زباني آسان سوال پورن عددن جي جوڙ جي باري ۾ پڇي ۽ عددن جي جوڙ جي مشق ڪرائڻ ۾ ڀرپور مدد ڪري.

مشق 4.2

(1) هيٺ ڏنل سچن عددن جو جوڙ، عددي ليڪ تي ڪريو.

(i) (+2) + (+7) (ii) (–5) + (–6) (iii) (+7) + (–4)
(iv) (–8) + (+2) (v) (+5) + (– 8) (vi) (+9) + (–9)

(2) هيٺ ڏنل سچن عددن جو جوڙ عددي ليڪ تي ڪريو.

(i) (+5) + (+2) + (+3) (ii) (–5) + (–3) + (–4)
(iii) (+4) + (+5) + (+1) (iv) (–2) + (–6) + (–5)

(3) هيٺيان حل ڪريو.

(i) (+10) + (+20) (ii) (–15) + (–25) (iii) (–20) + (–7)
(iv) (+5) + (–14) (v) (–14) + (+8) (vi) (–30) + (+30)

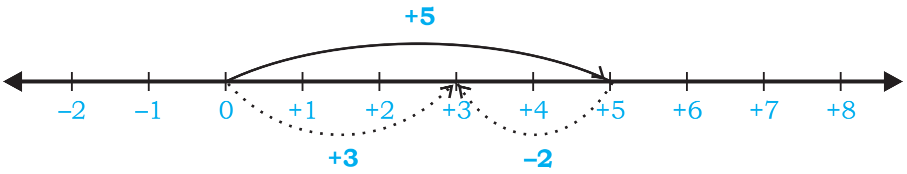
4.5 سچن عددن جي ڪٽ

ڄاڻ ڏيڻ ته سچن عددن جي ڪٽ، جوڙ جو اُبتو عمل آهي

عام طرح ڪٽ، جوڙ جو اُبتو عمل سڏيو وڃي ٿو. اسان کي اها به ڄاڻ آهي، ته ڪنهن مليل عدد مان، ڪو عدد ڪٽ ڪرڻ جو مطلب آهي، ان ڪٽ ٿيندڙ عدد کي اُبتي رُخ ۾ رکي، مليل عدد ۾ جوڙ ڪريو. اچو ته هاڻي هيٺ ڏنل مثال کي حل ڪريون.

مثال 1: مليل سچي عدد +5 مان پيو سچو عدد +2 عددي ليڪ جي مدد سان ڪٽ ڪريو.

حل: پهريائين ڪٽ ٿيندڙ سچي عدد +2 جي نشاني تبديل ڪنداسين ته اسان کي –2 ملندو. هاڻي +5 ۾ –2 کي عددي ليڪ تي جوڙ ڪنداسين.



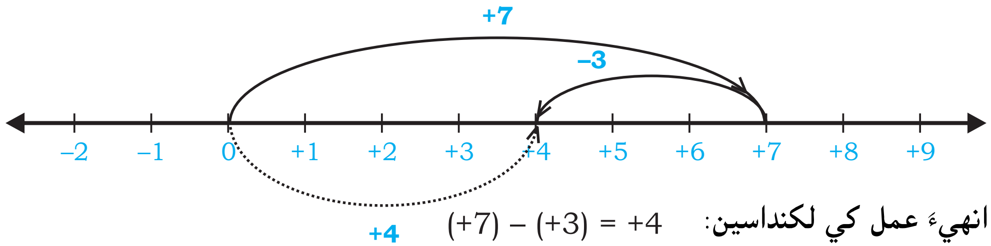
تنهنڪري (+5) – (+2)
= (+5) + (–2)
= +3

تنهنڪري اسان چئي سگهون ٿا ته ڪٽ، اُبتو عمل آهي جوڙ جو.

سمجهاڻي: جيئن ته اسان کي +5 مان +2 ڪٽ ڪرڻا آهن. پر اسان (+2) کي اُبتي رُخ ۾ يعني (–2) ڪري رکيوسين ۽ پوءِ (+5) ۾ ڪيس جوڙ ڪيو آهي.

مثال2: عددي ليڪ کي استعمال ڪري **سچي** عدد $+3$ کي ڪٽ ڪريو، **سچي** عدد $+7$ مان

حل: **سچي** عدد $(+3)$ کي، **سچي** عدد $(+7)$ مان ڪٽ ڪرڻو آهي.



انهيءَ عمل کي لکنداسين: $(+7) - (+3) = +4$

هڪ سچو عدد، ٻئي سچي عدد مان ڪٽ ڪرڻ لاءِ پهريائين نشاني تبديل ڪريو انهي سچي عدد جي، جيڪو ڪٽ ڪرڻو هجي. ان ڪانپوءِ ان نشاني تبديل ٿيل عدد کي، ٻئي سچي عدد سان سچن عددن جي جوڙ جي اصول مطابق جوڙ ڪريو.

پهرين مثال مان اها ڳالهه صاف ظاهر ٿي ته جيڪڏهن ڪو **سچو** عدد ڪنهن ٻئي پوري عدد مان ڪٽ ڪرڻو آهي ته هينئن اصول مطابق عمل ڪنداسين.

> هڪ **سچو** عدد ٻئي **سچي** عدد مان ڪٽ ڪرڻ وقت، ٻئي **سچي** ڪٽ ٿيندڙ عدد جي نشاني تبديل ڪئي وڃي ٿي ۽ ان کي پهرين **سچي** عدد ۾ **سچن** عددن ۾ جوڙ جي اصولن تحت، جوڙ ڪيو وڃي ٿو.

مثال1: ڪٽ ڪريو: (i) $+2$ کي $+6$ مان (ii) -3 کي $+8$ مان

حل: (i) $+2$ کي $+6$ مان

يعني اسان کي $+2$ ڪٽ ڪرڻو آهي $+6$ مان، جنهن جو مطلب آهي ته مليل ٻنهي پورن عددن $+6$ ۽ $+2$ ۾ فرق معلوم ڪريون.

مطلب ته فرق $= (+6) - (+2)$

$= (+6) + (-2)$ (نشاني تبديل ڪري، جوڙ ڪرڻ سان)

$= +(6 - 2)$ $\because |+6| = 6$

$= +4$ $|-2| = 2$

حل: (ii) $+8$ مان -3 کي ڪٽ ڪريو.

فرق $= (+8) - (-3)$

$= (+8) + (+3)$ (نشاني تبديل ڪري، جوڙ ڪرڻ سان)

$= +(8 + 3)$ $\because |+8| = 8$

$= +11$ $|+3| = 3$

نوٽ: اسان (+2) + (+6) کي ، جوڙ جي اُبتي عمل وسيلي هينين طرح حل ڪري سگهون ٿا:

$$(+6) + (+2) = (+6) - (-2) = (+6) + (+2) = +(6+2) = +8$$

مثال 2: حل ڪريو.

(i) $(-8) - (-5)$ (ii) $(+7) - (+10)$

حل:

(i) $(-8) - (-5)$

$= (-8) - (-5)$

$= (-8) + (+5)$ (نشاني تبديل ڪري، جوڙ ڪرڻ سان)

$= -(8 - 5)$ $\because |-8| = 8$, $|+5| = 5$

$= -3$

(ii) $(+7) - (+10)$

$= (+7) - (+10)$

$= (+7) + (-10)$ (نشاني تبديل ڪري، جوڙ ڪرڻ سان)

$= -(10 - 7)$ $\because |-10| = 10$, $|+7| = 7$

$= -3$

مشق 4.3

(1) هينين ۾ فرق لهو، عددي ليڪ جي استعمال سان.

(i) $(+6) - (+4)$ (ii) $(-8) - (-3)$ (iii) $(-9) - (-3)$
(iv) $(-9) - (+5)$ (v) $(+9) - (-2)$ (vi) $(-7) - (+4)$

(2) ڪٽ ڪريو.

(i) +6 کي 10– مان ڪٽ ڪريو. (ii) 20 ـ مان 10– کي ڪٽ ڪريو.
(iii) 8ـ کي 7– مان ڪٽ ڪريو. (iv) 15ـ کي 20– مان ڪٽ ڪريو.
(v) 14– مان 6– کي ڪٽ ڪريو. (vi) 6– مان 9– کي ڪٽ ڪريو.

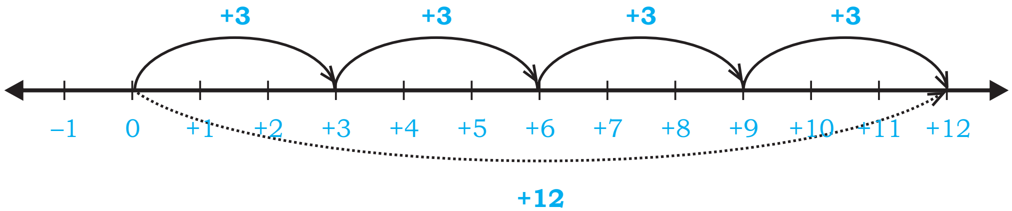
(3) هينين کي حل ڪريو.

(i) $(+25) - (-15)$ (ii) $(-30) - (-25)$ (iii) $(-11) - (+5)$
(iv) $(+40) - (+30)$ (v) $(-16) - (-18)$ (vi) $(+15) - (-20)$
(vii) $(-29) - (+17)$ (viii) $(-20) + (-30)$ (ix) $(-27) + (+17)$

4.6 سچن عددن جي ضرب

اسان کي ڄاڻ آهي تہ ضرب، جوڙ جي ورجائڻ جو هڪ سادو نمونو آهي.

مثال طور 3+ کي 4+ سان ضرب ڪريون ٿا. ان جو مطلب آهي تہ 3+ کي 4 دفعا پاڻ ۾ جوڙ ڪريون ٿا. يعني



مطلب تہ: $(+3) \times (+4) = +12$

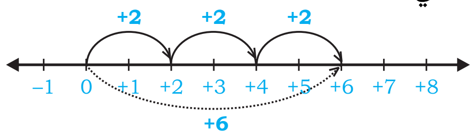
ڄاڻ ڏيڻ تہ ساڳين نشانين وارن ٻن سچن عددن جي ضرب اُپت واڌو سچو عدد ٿئي ٿي.

عددي ليڪ تي هيٺين ضرب جي مثالن تي غور ڪريو.

(i) $(+2) \times (+3)$

اهو ظاهر ڪري ٿو: (+2) سان ضرب ڪرڻ. (+2) کي (+3) سان ضرب ڪرڻ جو مطلب آهي تہ 2+ کي ٽي دفعا پاڻ ۾ جوڙ ڪريو ساڳي رُخ ۾

يعني

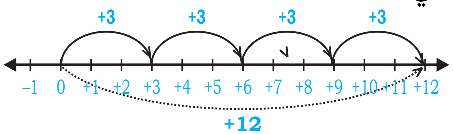


$(+2) \times (+3) = +6$

(ii) $(-3) \times (-4)$

اهو ظاهر ڪري ٿو: (−3) کي (−4) سان ضرب ڪرڻ. (−3) کي (−4) سان ضرب ڪرڻ جو مطلب آهي تہ 3− کي چار دفعا پاڻ ۾ جوڙ ڪريو، مخالف رُخ ۾.

يعني



$(-3) \times (-4) = (+12)$

متي ڏنل ٻنهي مثالن مان اهو نتيجو صاف ظاهر ٿئي ٿو:

اصول 1: ٻن ساڳين نشانين وارن سچن عددن جي ضرب اُپت هڪ واڌو سچو عدد ٿئي ٿي.

مثال طور:

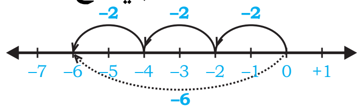
(i) $(+3) \times (+4) = +12$ (ii) $(-3) \times (-6) = +18$

جاڻ ڏڻ ته غير ساڳين نشانين وارن ٻن سچن عددن جي ضرب اُپت هڪ ڪاٽو سچو عدد ٿئي ٿي

عددي ليڪ تي هيٺين ضرب جي مثالن تي غور ڪريو.

(i) $(-2) \times (+3)$

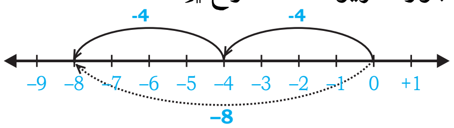
اهو ظاهر ڪري ٿو: (-2) کي $(+3)$ سان ضرب ڪرڻ. (-2) کي $(+3)$ سان ضرب ڪرڻ جو مطلب آهي ته (-2) کي ٽي دفعا پاڻ ۾ جوڙ ڪريو، ساڳي رُخ ۾.



تنهنڪري $(-2) \times (+3) = -6$

(ii) $(+4) \times (-2)$

اهو ظاهر ڪري ٿو: $(+4)$ کي (-2) سان ضرب ڪرڻ. $(+4)$ کي (-2) سان ضرب ڪرڻ جو مطلب آهي ته $(+4)$ کي ٻه دفعا پاڻ ۾ جوڙ ڪريو، مخالف رُخ ۾.



تنهنڪري $(+4) \times (-2) = -8$

متي ڏنل ٻنهي مثالن مان اهو نتيجو صاف ظاهر ٿئي ٿو.

> اصول 2: ٻن غير ساڳين نشانين وارن عددن جي ضرب اُپت هڪ ڪاٽو سچو عدد ٿئي ٿي.

مثال طور

(i) $(-2) \times (+5) = -10$ (ii) $(+3) \times (-5) = -15$

دراصل ٻن سچن عددن جي ضرب جي عمل ۾ اسان ٻن سچن عددن جي مطلق مُلهن يا قطعي قيمتن کي پاڻ ۾ ضرب ڪريون ٿا ۽ سچن عددن جي ضرب جي اصولن تي عمل ڪريون ٿا.

مثال: هيٺ ڏنل سچن عددن جي پاڻ ۾ ضرب ڪريو.

(i) $(+15) \times (-23)$ (ii) $(-25) \times (-14)$

حل:

(i) $(+15) \times (-23)$

$= -(15 \times 23)$ (اصول 1 تي عمل ڪندي)

$= -345$

$$\begin{array}{r} +15 \\ \times\ -23 \\ \hline 45 \\ 30\times \\ \hline -345 \\ \hline \end{array}$$

حل:

(ii) $(-25) \times (-14)$

$= +(25 \times 14)$ (اصول 2 کي عمل ۾ آڻيندي.)

$= +350$

$$\begin{array}{r} -25 \\ \times\ -14 \\ \hline 100 \\ 25\times \\ \hline +350 \\ \hline \end{array}$$

نوٽ: ڪنهن به سچي عدد ۽ ٻُڙيءَ جي پاڻ ۾ ضرب اُپت ٻُڙي ٿئي ٿي.

4.7 سچن عددن جي ونڊ

ڄاڻ ڏيڻ تہ ونڊ جو عمل، ضرب جي عمل جي اُبتڙ آهي

اسان ڄاڻون ٿا تہ ونڊ جو عمل، ضرب جي عمل جي اُبتڙ آهي.

مثال طور: 20+ کي 5+ سان ونڊ ڪريون ٿا، جيڪو واضح ڪري ٿو تہ اهڙو عدد لهو؛ جنهن کي جيڪڏهن 5+ سان ضرب ڪجي تہ ضرب اُپت 20+ اچي.

$$\frac{20}{5} = \boxed{} \Rightarrow 20 = \boxed{} \times 5$$

ڏُکو لڳايو $\boxed{\text{ساڳيو عدد آهي}}$

اهو عدد 4 آهي.

چاڪاڻ تہ

$$\frac{20}{5} = \boxed{4} \Rightarrow 20 = \boxed{4} \times 5$$

ڄاڻ ڏيڻ جڏهن هڪ پوري عدد کي ٻئي سچي عدد مان ونڊ ڪيون ٿا تہ ساڳين نشانين وارن ٻن عددن جي ونڊ اُپت هميشہ واڌو سچو عدد ٿئي ٿو

ياد رکو:

> ڪنهن مليل عدد کي ٻئي مليل عدد سان ونڊ ڪرڻ جو عمل دراصل مليل عدد ۽ ونڊيندڙ جي اُبتڙ سان ضرب اُپت جي برابر آهي.

مثال طور

(i) $20 \div (+2) = 20 \times (+\frac{1}{2})$

$= \frac{20}{2}$

$= 10$

تنهنڪري $\boxed{20 \div (+2) = +10}$

(ii) $(-18) \div (-3) = (-18) \times (-\frac{1}{3})$

$= +\frac{18}{3}$

$= +6$

تنهنڪري $\boxed{(-18) \div (-3) = +6}$

مٿي ڏنل ٻنهي مثالن مان اهو نتيجو صاف ظاهر ٿئي ٿو.

> اصول1: ٻن ساڳين نشانين وارن سچن عددن جي ونڊ جي عمل ۾ ونڊ اُپت هميشہ لاءِ واڌو سچو عدد ٿئي ٿي.

مثال طور:

(i) $(+10) \div (+2) = +5$

(ii) $(-20) \div (-5) = +4$

جاڙ ڏيڻ جڏهن هڪ سچي عدد کي ٻئي سچي عدد سان ونڊ ڪريون ٿا ته غير ساڳين نشانين وارن ٻن سچن عددن جي ونڊ اُپٽ ڪاٽو سچو عدد ٿئي ٿي

(i) $(+8) \div (-2)$

$= (+8) \times (-\frac{1}{2})$

$= -\frac{8}{2}$

$= -4$

تنهنڪري $\boxed{(+8) \div (-2) = -4}$

(ii) $(-15) \div (+3)$

$= (-15) \times (+\frac{1}{3})$

$= -\frac{15}{3}$

$= -5$

تنهنڪري $\boxed{(-15) \div (+3) = -5}$

مٿي ڏنل ٻنهي مثالن مان اهو نتيجو صاف ظاهر ٿئي ٿو.

اصول2: ٻن غير ساڳين نشانين وارن سچن عددن جي ونڊ جي عمل ۾ ونڊ اُپٽ هميشه ڪاٽو سچو عدد ٿئي ٿي.

مثال طور:

(i) $(+6) \div (-2) = -3$

(ii) $(-8) \div (+4) = -2$

دراصل ٻن سچن عددن جي ونڊ جي عمل ۾ اسان ٻن سچن عددن جي مطلق مُلهن يا قطعي قيمتن کي ونڊ ڪريون ٿا ۽ سچن عددن جي ونڊ جي اصولن تي عمل ڪريون ٿا.

مثال:

(i) $(-36) \div (-4)$

(ii) $(+54) \div (-2)$

حل:

(i) $(-36) \div (-4)$

$= (-36) \div (-4)$

$= +(36 \div 4)$

$= +9$

$$\begin{array}{r|l} 4 \overline{)\ 36} & 9 \\ -36 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

(ii) $(+54) \div (-2)$

$= (+54) \div (-2)$

$= -(54 \div 2)$

$= -27$

$$\begin{array}{r|l} 2 \overline{)\ 54} & 27 \\ -4 & \\ \hline 14 & \\ -14 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي ته سچن عددن جي ونڊ جي عمل ۾ اُهي عدد ڪتب آڻي، جنهن سان ونڊ جو عمل مڪمل ٿي وڃي، يعني پاڇي ٻڙي بچي.

جاڻ ڏيڻ ته سچن عددن جي ونڊ جي عمل ۾ ڪنهن سچي عدد کي ٻڙيءَ سان ونڊ نٿي ٿي سگهي.

اچو ته ڪنهن سچي عدد کي ٻڙيءَ سان ونڊ ڪري ڏسون.

مثال: هڪ مليل سچي عدد +5 کي، ٻڙيءَ سان ونڊ ڪريو.

حل:

هڪ مليل سچي عدد +5 کي ٻڙيءَ سان ونڊ ڪري، اهڙو عدد ونڊ اُپت ۾ معلوم ڪرڻ چاهيون ٿا،جنهن کي جيڪڏهن ٻڙيءَ سان ضرب ڪجي ته وري به مليل سچو عدد +5 حاصل ٿئي.

$$0\overline{)\,5\,}(1 \quad , \quad 0\overline{)\,5\,}(2 \quad , \_\_\_\_ \quad , \_\_\_\_ \quad , \_\_\_\_$$
$$\begin{array}{r} -0 \\ \hline 5 \end{array} \qquad \begin{array}{r} -0 \\ \hline 5 \end{array}$$

ساڳيو عدد اچڻ گهرجي،ڇا اهو ممڪن آهي؟

نه اهو ممڪن بلڪل نه آهي. ڇاڪاڻ ته اهڙو عدد ٿي نه ٿو سگهي. تنهنڪري ڪنهن سچي عدد جي ونڊ ٻُڙي عدد سان ناممڪن آهي.

مشق 4.4

(1) هيٺ ڏنل سچن عددن ۾ ضرب جو عمل ڪريو.

(i) (+15) x (–4)	(ii) (+20) x (+17)	(iii) (–16) x (–25)
(iv) (–36) x (+12)	(v) (+35) x (–14)	(vi) (–43) x (–16)

(2) ونڊاُپت معلوم ڪريو.

(i) (+25) ÷ (–5)	(ii) (–35) ÷ (–7)	(iii) (+100) ÷ (+4)
(iv) (–252) ÷ (+4)	(v) (–234) ÷ (+3)	(vi) (–126) ÷ (–6)

(3) هيٺ ڏنل عملن تي غور ڪري صحيح ۽ غلط چونڊيو.

(i) 0 ÷ 5 = 5	( )	(ii) 0 ÷ +6 = 0	( )
(iii) +9 x 0 = +9	( )	(iv) +6 x 0 = 0	( )
(v) (–10) ÷ (–10) = –1	( )	(vi) (–20) x (–1) = +20	( )
(vii) (+5) ÷ (–5) = 1	( )	(viii) (–18) ÷ (–3) = (+6)	( )

جائزي واري مشق 4

(1) مليل سچن عددن -5 ۽ $+5$ جي وچ ۾ ايندڙ سڀ سچا عدد لکو.

(2) هيٺ ڏنل سچن عددن کي عددي ليڪ تي ظاهر ڪريو.

(i) $-5, -2, 0, +3, +5$ (ii) $-6, -3, -1, +1, +4, +6$

(3) هيٺ ڏنل هرهڪ سچي عدد جو مطلق ملهه يا قطعي قيمت لکو.

(i) $-3, +4, -4, +6, 0$ (ii) $+2, -7, +1, 0, +4, -2$

(4) هيٺ سچن عددن ۾ جوڙ جو عمل عددي ليڪ جي مدد سان حل ڪريو.

(i) $(+6) + (-9)$ (ii) $(-9) + (-6)$
(iii) $(+9) + (+7) + (-5)$ (iv) $(-1) + (-2) + (3)$

(5) هيٺ سچن عددن ۾ ڪٽ جو عمل عددي ليڪ جي مدد سان حل ڪريو.

(i) $(+5) - (+3)$ (ii) $(-7) - (-2)$ (iii) $(+4) - (-3)$

(6) هيٺين سچن عددن ۾ جوڙ ۽ ڪٽ جا عمل حل ڪريو.

(i) $(+6) + (-10)$ (ii) $(-10) + (-4)$
(iii) $(-8) + (+5)$ (iv) $(+20) - (-10)$
(v) $(-20) - (-15)$ (vi) $(+40) - (+25)$

(7) هيٺ ڏنل سچن عددن ۾ ضرب جا عمل حل ڪريو.

(i) $(+10) \times (-5)$ (ii) $(-6) \times (-9)$
(iii) $(+20) \times (+6)$ (iv) $(-15) \times (+3)$
(v) $(+6) \times 0$ (vi) $(-10) \times (-8)$

(8) هيٺ ڏنل سچن عددن ۾ وند جا عمل حل ڪريو.

(i) $(+20) \div (-4)$ (ii) $(-15) \div (-3)$
(iii) $(-36) \div (+6)$ (iv) $(+40) \div (+10)$

خلاصو

- (…,+1 +2, +3) انهن عددن کي واڌو **سچا** عدد چيو وڃي ٿو.
- (…,−1, −2, −3) انهن عددن کي ڪاٽو **سچا** عدد چيو وڃي ٿو.
- ٻڙي (0) هڪ **سچو** عدد آهي، جيڪو نہ واڌو عدد آهي ۽ نہ وري ڪاٽو.
- ڪوبہ **سچو** عدد، جيڪو ٻئي **سچي** عدد جي ساڄي پاسي آهي، اُهو وڏو هوندو.
- ڪوبہ **سچو** عدد، جيڪو ٻئي **سچي** عدد جي کاٻي پاسي آهي، اُهو ننڍو هوندو.
- هرهڪ واڌو **سچو** عدد، ڪاٽو **سچي** عدد کان وڏو آهي.
- هرهڪ ڪاٽو **سچو** عدد، واڌو **سچي** عدد کان ننڍو آهي.
- هرهڪ **سچي** عدد جو مطلق ملهہ يا قطعي قيمت واڌو ٿئي ٿي.
- ڪن بہ ٻن واڌو **سچن** عددن جو جوڙ واڌو **سچو** عدد ٿئي ٿو.
- ڪن بہ ٻن ڪاٽو **سچن** عددن جو جوڙ ڪاٽو **سچو** عدد ٿئي ٿو.
- ساڳين نشانين وارن **سچن** عددن جي ضرب اُپت هميشہ واڌو **سچو** عدد ٿئي ٿي.
- غير ساڳين نشانين وارن **سچن** عددن جي ضرب اُپت هميشہ ڪاٽو **سچو** عدد ٿئي ٿي.
- ڪنهن **سچي** عدد ۽ ٻُڙيءَ جي ضرب اُپت هميشہ ٻُڙي ٿئي ٿي.
- ساڳين نشانين وارن **سچن** عددن جي ونڊ جي عمل ۾، ونڊ اُپت هميشہ واڌو **سچو** عدد ٿئي ٿي.
- غير ساڳين نشانين وارن **سچن** عددن جي ونڊ جي عمل ۾، ونڊ اُپت هميشہ ڪاٽو **سچو** عدد ٿئي ٿي.
- ڪنهن بہ **سچي** عدد کي ٻُڙيءَ سان ونڊ جو عمل ممڪن نہ آهي.

سادي صورت

5.1 سادي صورت

روزاني زندگيءَ جي معمول مطابق اسان جوڙ، ضرب، ڪٽ يا ونڊ ۾ عددن جي مختلف مسئلن کي حل ڪرڻ لاءِ استعمال ڪريون ٿا.

سيني حالتن جي آخر ۾ جيڪو اسان کي نتيجو ملي ٿو، اهو هڪ سادو عدد ملي ٿو. جنهن طريقيڪار سان سادو عدد حاصل ٿئي ٿو، ان کي سادي صورت چئون ٿا.

هيٺ ڏنل اظهار تي غور ڪريو.

$$3 + 4 \times 2$$

اسان انهيءَ اظهار کي ٻن طريقن سان سادي صورت ۾ آڻيون ٿا.

(1) جيڪڏهن اسان پهريائين 3 ۽ 4 کي جوڙ ڪري، پوءِ جوڙ اُپت 7 کي 2 سان ضرب ڪريون ٿا ته اسان کي جواب 14 ملي ٿو.

(2) جيڪڏهن اسان پهريائين ضرب جو عمل يعني 4 ۽ 2 کي پاڻ ۾ ضرب ڪري، 8 حاصل ڪريون ٿا. پوءِ اُن ۾ 3 جوڙ ڪريون ٿا ته جواب 11 اچي ٿو. مطلب ته ٻنهي حالتن ۾ جواب مختلف اچي ٿو.

هر صورت ۾ ساڳيو نتيجو حاصل ڪرڻ لاءِ، سادي صورت ۾ آڻڻ جي طريقيڪار ۾ ڪجھ قاعدا، اصول ۽ ڪنهن عمل کي ترجيح ڏيڻ لاءِ ڏنگين جو استعمال پڻ ڪريون ٿا.

ڏنگين جي مختلف قسمن جي ڄاڻ

اسان کي ڄاڻ آهي ته سادي صورت ۾ آڻڻ لاءِ ڏنگين جو استعمال ٿئي ٿو. جنهن ۾ ٻه يا ٻن کان وڌيڪ عددن جا گروپ عمل سان گڏ رکيا وڃن ٿا.

ڏنگين جا ڪل چار قسم ٿين ٿا.

(i) ——— ملتف يا ليڪ واري ڏنگي

(ii) (   ) ننڍي ڏنگي

(iii) {   } وچين ڏنگي

(iv) [   ] وڏي ڏنگي

جاڻ ڏيڻ: ڏنگين ـــــ، (   )، {   } ۽ [   ] کي ڇڏائڻ لاءِ ترجيح ڏيڻ جي ترتيب

جڏهن ڪنهن حساب ۾ هڪ کان وڌيڪ ڏنگيون استعمال ٿيل هجن، تہ ڏنگين کي ڇڏائڻ جي ترتيب هن طرح ٿيندي.

ڏنگين ڇڏائڻ جو مطلب آهي، ڏنگين اندر ڏنل اظهار کي سادي صورت ۾ آڻڻ. جڏهن ڏنگين اندر ڏنل اظهار بلڪل سادي صورت ۾ اچي وڃي تہ پوءِ انهن ڏنگين جي نشانين کي پڻ ختم ڪيو وڃي ٿو.

ڏنگين کي ختم ڪرڻ جا ڪجهہ اصول هيٺ ڏجن ٿا.

(i) جيڪڏهن ڪنهن ڏنگيءَ جي ٻاهران جوڙ جو نشان "+" آهي، تہ ڏنگيءَ جي اندر ڏنل عددن جي نشانين کي تبديل ڪرڻ کان سواءِ ئي ڏنگيون ختم ڪري سگهجن ٿيون.

مثال طور: $+ (2 - 5) = + (-3) = -3$

(ii) جيڪڏهن ڪنهن ڏنگيءَ جي ٻاهران ڪاٽوءَ جو نشان "–" آهي، تہ پوءِ ڏنگيءَ اندر ڏنل عددن جون نشانيون تبديل ڪرڻ کان پوءِ، ڏنگيون ختم ڪري سگهجن ٿيون.

مثال طور: $-(2 - 5) = -(-3) = 3$

(iii) جيڪڏهن ڪنهن ڏنگيءَ جي ٻاهران ڪو عدد آهي تہ، پهريائين ڏنگيءَ اندر ڏنل اظهار کي سادي صورت ۾ آڻبو. پوءِ ٻاهر ڏنل عدد سان ان سادي صورت ۾ آيل عدد کي ضرب ڪري، پوءِ ڏنگيون ختم ڪنداسين.

مثال طور

$4 (2 - 5) = 4 (-3) = -12$

۽

$-5 (3 - 7) = -5 (-4) = +20$

مثال 1: سادي صورت ۾ آڻيو. $5 + \{16 - 4 \div 2 \times 3 - (-6 \div 2)\}$

حل:

$$5 + \{16 - 4 \div 2 \times 3 - (-6 \div 2)\}$$
$$= 5 + \{16 - 2 \times 3 - (-3)\}$$
$$= 5 + \{16 - 6 + 3\}$$
$$= 5 + (10 + 3)$$
$$= 5 + 13 = 18$$

مثال2: سادي صورت ۾ آڻيو:

حل:

$$2\,[-2\,\{4 \times 9 \div 8\,(5 - \overline{3 - 4})\}]$$

$$2\,[-2\,\{4 \times 9 \div 8\,(5 - \overline{3 - 4})\}]$$

$$= 2\,[-2\,\{4 \times 9 \div 8\,(5 - (-1)\}]$$

$$= 2\,[-2\,\{4 \times 9 \div 8\,(5 + 1)\}]$$

$$= 2\,[-2\,\{4 \times 9 \div 8\quad 6\}]$$

$$= 2\,[-2\,[4 \times \frac{9}{8} \times 6]$$

$$= 2\,[-2\,\{\frac{\overset{1}{\cancel{4}} \times 9 \times \overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{\cancel{2}\,1}{\cancel{8}}}\}]$$

$$= 2\,[-2\,\{9 \times 3\}]$$

$$= 2\,[-2 \times 27]$$

$$= 2\;(-54) = -108$$

5.2 بادماس (BODMAS) اصول

جاڻ ڏيڻ تہ بادماس اصول مطابق، اظهارن ۾ جيڪي عدد ۽ عمل موجود آهن، انهن کي حل ڪرڻ لاءِ ترجيح ۽ ترتيب جي ضرورت آهي.

بادماس (BODMAS) ظاهر ڪري ٿو تہ اها هڪ ترتيب آهي، جنهن ۾ هڪ ڪان وڌيڪ عمل حل ڪيا وڃن ٿا. جڏهن رياضيءَ جي ڪنهن مليل حساب ۾ سادي صورت ۾ آڻڻ جو طريقيڪار استعمال ڪجي ٿو.

بادماس (BODMAS) هڪ بي معنيٰ لفظ آهي. ان ۾ استعمال ٿيل حرفن جي هرهڪ حرف کي هيٺ خاص معنيٰ سان ظاهر ڪيو ويو آهي:

B	=	ڏنگيون	(Brackets)
O	=	جو	(of)
D	=	ونڊ	(Division)
M	=	ضرب	(Multiplication)
A	=	جوڙ	(Addition)
S	=	ڪٽ	(Subtraction)

بادماس (BODMAS)۾ B جو مطلب آهي ڏنگيون ختم ڪرڻ، "O" معنيٰ "جو" جو عمل ڪرڻ ۽ DMAS ۾ جيڪي رياضيءَ جا بنيادي چار عمل $(\div, \times, +, -)$ اُهي ترتيبوار ڪرڻ.

بادماس (BODMAS) اصول ۾ Of ظاهر ڪري ٿو "جو" جو عمل جنهن جي معنيٰ آهي ضرب جو عمل، انهيءَ جا اصول بہ ساڳيا ضرب جي عمل جهڙا آهن.
ان ڪان پوءِ اسان وند جو عمل ڪريون ٿا، پوءِ ضرب جو عمل ڪريون ٿا. آخر ۾ جوڙ ۽ ڪٽ جا عمل ڪريون ٿا. يعني DMAS جي ترتيب ڪي عمل ۾ آٽيندي کابي ڪان ساڄي طرف هلون ٿا.

ٿورن لفظن ۾ BODMAS جي اصول ڪي بيان ڪندي واضح ڪيون ٿا تہ پهريائين ڏنگيون (Brackets) ختم ڪريون ٿا. ان ڪان پوءِ "Of" يعني "جو" جو عمل، ان ڪان پوءِ وند (Division) جو عمل ڪريون ٿا ۽ پوءِ ضرب (Multiplication) جو عمل ڪريون ٿا.
آخر ۾ جوڙ (Addition) جو عمل ۽ ڪٽ (Subtraction) جو عمل ڪريون ٿا.

رياضيءَ جي عملن جي ترتيب سکڻ ڪان پوءِ، اسان انهيءَ عملن جي ترتيب ڪي سادي صورت ۾ آڻڻ وارن حسابن ۾ عملي صورت ۾ آٽيون ٿا.

اچو تہ هاڻي ڪجهہ مثال بادماس (BODMAS) اصول هيٺ حل ڪريون.

مثال 1: سادي صورت ۾ آٽيو:
$$3\frac{1}{4} \div \left[\frac{2}{5} + \left\{\left(\frac{7}{8} - \frac{7}{12}\right) + 1\frac{5}{6}\right\} - 2\frac{2}{5}\right]$$

حل:
$$3\frac{1}{4} \div \left[\frac{2}{5} + \left\{\left(\frac{7}{8} - \frac{7}{12}\right) + 1\frac{5}{6}\right\} - 2\frac{2}{5}\right]$$

(گڏيل اٽيور ڪي غيرواجب اٽيور ۾ تبديل ڪريون ٿا.)
$$= \frac{13}{4} \div \left[\frac{2}{5} + \left\{\left(\frac{7}{8} - \frac{7}{12}\right) + \frac{11}{6}\right\} - \frac{12}{5}\right]$$

(ننڍين ڏنگين ۾ مليل اظهار ڪي سادي صورت ۾ آٽيون ٿا.)
$$= \frac{13}{4} \div \left[\frac{2}{5} + \left\{\left(\frac{21 - 14}{24}\right) + \frac{11}{6}\right\} - \frac{12}{5}\right]$$

(ننڍيون ڏنگيون ختم ڪريون ٿا.)
$$= \frac{13}{4} \div \left[\frac{2}{5} + \left\{\frac{7}{24} + \frac{11}{6}\right\} - \frac{12}{5}\right]$$

(وچين ڏنگين ۾ مليل اظهار ڪي سادي صورت ۾ آٽيون ٿا.)
$$= \frac{13}{4} \div \left[\frac{2}{5} + \left\{\frac{7 + 44}{24}\right\} - \frac{12}{5}\right]$$

(وچيون ڏنگيون ختم ڪريون ٿا.) $= \frac{13}{4} \div \left[\frac{2}{5} + \frac{51}{24} - \frac{12}{5}\right]$

(وڏين ڏنگين ۾ مليل اظهار
ڪي سادي صورت ۾ آڻيون ٿا.) $= \frac{13}{4} \div \left[\frac{48 + 255 - 288}{120}\right]$

(وڏيون ڏنگيون ختم ڪريون ٿا.) $= \frac{13}{4} \div \frac{15}{120}$

$= \frac{13}{\cancel{4}_1} \times \frac{\overset{2}{\cancel{\overset{30}{\cancel{120}}}}}{\underset{1}{\cancel{15}}} = 13 \times 2$

$= 26$

مثال 2: سادي صورت ۾ آڻيو.

$1\frac{3}{4} \div \left[9\frac{5}{8} \div \left\{\frac{2}{5} + \left(8\frac{2}{5} \times \overline{4\frac{1}{6} - 3\frac{1}{2}}\right)\right\}\right]$

حل:

$1\frac{3}{4} \div \left[9\frac{5}{8} \div \left\{\frac{2}{5} + \left(8\frac{2}{5} \times \overline{4\frac{1}{6} - 3\frac{1}{2}}\right)\right\}\right]$

(گڏيل اٽپور ڪي غير واجب
اٽپور ۾ تبديل ڪريون ٿا.) $= \frac{7}{4} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{2}{5} + \left(\frac{42}{5} \times \overline{\frac{25}{6} - \frac{7}{2}}\right)\right\}\right]$

(مُلتف چڏايون ٿا.) $= \frac{7}{4} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{2}{5} + \left(\frac{42}{5} \times \overline{\frac{25 - 21}{6}}\right)\right\}\right]$

(ننڍين ڏنگين ۾ ڏنل اظهار
ڪي سادي صورت ۾ آڻيون ٿا.) $= \frac{7}{4} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{2}{5} + \left(\frac{\overset{7}{\cancel{42}}}{5} \times \frac{4}{\cancel{6}_1}\right)\right\}\right]$

(ننڍين ڏنگين ڪي ختم ڪريون ٿا.) $= \frac{7}{4} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{2}{5} + \frac{28}{5}\right\}\right]$

(وچين ڏنگين ۾ اظهار ڪي
سادي صورت ۾ آڻيون ٿا.) $= \frac{7}{4} \div \left[\frac{77}{8} \div \left\{\frac{\overset{6}{\cancel{30}}}{\underset{1}{\cancel{5}}}\right\}\right]$

(وچيون ڏنگيون ختم ڪريون ٿا.)

$$= \frac{7}{4} \div \left[\frac{77}{8} \times \frac{1}{6}\right]$$

$$= \frac{7}{4} \div \frac{77}{48} = \frac{\cancel{7}^{\,1}}{\cancel{4}_{\,1}} \times \frac{\cancel{48}^{\,12}}{\cancel{77}_{\,11}} = \frac{12}{11} = 1\frac{1}{11}$$

مثال3: سادي صورت ۾ آڻيو.

$$6.4 - (\overline{3.3 - 1.2} \times 2.5)$$

حل:

(مُلتف ڪي حل ڪريون ٿا.)

$$6.4 - (\overline{3.3 - 1.2} \times 2.5)$$

(ننڍين ڏنگين ۾ ڏنل اظهار ڪي حل ڪريون ٿا.)

$$= 6.4 - (2.1 \times 2.5)$$

(ننڍن ڏنگين ڪي ختم ڪريون ٿا.)

$$= 6.4 - 5.25$$

$$= 1.15$$

مثال4: سادي صورت ۾ آڻيو.

$$2.9 \times \overline{1.8 - 1.3} \times 3.75$$

حل:

$$2.9 \times \overline{1.8 - 1.3} \times 3.75$$

$$= 2.9 \times 0.5 \times 3.75$$

$$= 5.4375$$

مثال5: سادي صورت ۾ آڻيو.

$$3.05 + \left[2.34 \div \left\{2.4 - \left(1.8 \times \overline{0.3 + 0.6}\right)\right\}\right]$$

حل:

$$3.05 + \left[2.34 \div \left\{2.4 - \left(1.8 \times \overline{0.3 + 0.6}\right)\right\}\right]$$

$$= 3.05 + \left[2.34 \div \left\{2.4 - \left(1.8 \times 0.9\right)\right\}\right]$$

$$= 3.05 + \left[2.34 \div \left\{2.4 - 1.62\right\}\right]$$

$$= 3.05 + \left[2.34 \div 0.78\right]$$

$$= 3.05 + 3$$

$$= 6.05$$

مشق 5.1

سادي صورت ۾ آڻيو.

1. $\frac{1}{5} - \left\{ \frac{2}{5} \div \frac{4}{15} \times \frac{1}{2} - \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{5} \right) \right\}$

2. $\frac{3}{4} + \left(\frac{4}{3} - \overline{\frac{1}{2} + \frac{2}{3}} + \frac{4}{5} \right)$

3. $\frac{7}{8} + \left\{ \frac{5}{7} + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) \div \frac{5}{6} \right\}$

4. $\frac{5}{2} \times \left(\frac{5}{6} - \frac{2}{3} \right) \div \frac{2}{5} \times \left(\frac{3}{5} + \frac{6}{25} \right)$

5. $\left(\overline{\frac{2}{3} - \frac{3}{4}} \times \frac{1}{8} \right) \div \left(\frac{2}{3} - \overline{\frac{3}{4} + \frac{5}{8}} \right)$

6. $1\frac{1}{2} + \left[\frac{1}{3} \div \left\{ \frac{2}{5} \div \left(\frac{4}{5} - \overline{\frac{1}{10} + \frac{3}{5}} \right) \right\} \right]$

7. $\left[\frac{1}{2} + \left\{ \left(\frac{3}{4} \div \frac{9}{16} \right) \times 1\frac{1}{2} \right\} - 2\frac{1}{4} \right]$

8. $3\frac{1}{2} + \left\{ \left(10\frac{2}{5} - 5\frac{1}{3} \right) \div 3\frac{2}{3} \right\} - 1\frac{1}{5}$

9. $\left[\left(2\frac{3}{4} + 1\frac{2}{6} \right) \times \left(1\frac{1}{5} \div \frac{2}{5} \right) \right]$

10. $\left\{ \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(1\frac{2}{3} \div \frac{1}{9} \right) \right\} - \left\{ \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{6} \right) \div \frac{9}{6} \right\}$

11. $\left[2\frac{1}{4} \times \left\{ 3\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{6} \right) \right\} \right] + \frac{5}{6}$

12. $\left(3\frac{1}{2} \times 5\frac{1}{3} - 10\frac{2}{5}\right) \times \left(3\frac{1}{8} - 6\frac{1}{2} \div 2\frac{1}{6}\right)$

13. $\left(2\frac{1}{5} \div 3\frac{2}{25}\right) \times 4\frac{2}{5} \div \left(3 - \frac{1}{5}\right)$

14. $4.02 \times \left\{1.2 \times \overline{2.11 + 3.89}\right\}$

15. $4.093 + \left\{5.2 \times \overline{1.5 + 2.4}\right\}$

16. $5.7 \times \left\{6.7 + \left(1.3 \times 7.2 \div \overline{1.5 \times 2.4}\right)\right\}$

17. $0.3 \times 2.6 + \left\{3.7 - \left(1.2 \times \overline{4.5 \div 1.5}\right)\right\}$

18. $\left\{\left(3.41 - \overline{1.05 + 1.5}\right) \times 3.5\right\} \div 1.25$

19. $30.45 + \left[6.35 \times \left\{8.95 - \left(3.5 \div 0.7 \times 0.01\right)\right\}\right]$

20. $2.297 + \left[0.2 \times \left\{9 \div 0.3\right\} - 0.09\right]$

21. $\left\{\left(2.5 - 2\right) + 1.5\right\} \times 0.5 - 0.05$

22. $2.04 + \left[2.82 \div \left\{2.4 - \left(1.3 \times 0.3 + 0.6\right)\right\}\right]$

23. $\left[\left\{7.45 - 1.35 + 1.5\right\} \times 1.25 \div 2.5\right]$

عام زندگيءَ جا عبارتي حساب اڻپور ۽ ڏهائي عددن تي

اڻپور ۽ ڏهائي عدد اسان جي روزاني زندگيءَ ۾ استعمال ٿين ٿا، جيئن هيٺ مثالن ۾ ڏيکاريل آهي.

مثال1: اردوءَ جي هڪ آزمائشي پيپر ۾ وڌ ۾ وڌ 40 مارڪون رکيل آهن. پاس مارڪون، $\frac{1}{4}$ حصو آهن. ٻڌايو ته هاشر گهٽ ۾ گهٽ ڪيتريون مارڪون کڻي جو آزمائشي پيپر ۾ پاس ٿئي؟

حل: وڌ ۾ وڌ مارڪون آهن $= 40$

گهٽ ۾ گهٽ پاس مارڪون آهن $=$ 40 جو $\frac{1}{4}$

$$= \frac{1}{4} \times 40$$

$$= 10$$

تنهنڪري هاشر کي گهرجي ته گهٽ ۾ گهٽ 10 مارڪون حاصل ڪري جو اردوءَ جي آزمائشي پيپر ۾ پاس ٿئي.

مثال2: فوزيه پنهنجي ڪيڪ جو چوٿون حصو پنهنجي پيڻ کي ڏنو. هن ڪيڪ جو $\frac{2}{3}$ حصو پنهنجي ڀائرن کي ڏنو. باقي بچيل حصو پنهنجي لاءِ رکيو. ٻڌايو ته هن ڪيترو اڻپور حصو پنهنجي لاءِ رکيو؟

حل: فوزيه خريد ڪيو 1 ڪيڪ

هن $\frac{1}{4}$ حصو ۽ $\frac{2}{3}$ حصو ڪيڪ جو ترتيب وار پنهنجي پيڻ ۽ ڀائرن کي ڏنو.

ڪل ڪيڪ ڏنو $= \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$

ڪيڪ جو حصو جيڪو فوزيه وٽ رهيو

$$= 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3}\right) = 1 - \left(\frac{3+8}{12}\right)$$

$$= 1 - \frac{11}{12} = \frac{12-11}{12} = \frac{1}{12}$$

تنهنڪري چئبو ته $\frac{1}{12}$ حصو ڪيڪ جو فوزيه پنهنجي لاءِ رکيو.

مثال3: هڪ دڪاندار وٽ ڪل 5380 ٻارن جون ڊريسون مختلف رنگن ۾ آهن. انهن ڊريسن مان $\frac{3}{5}$ حصو ڊريسون ڳاڙهي رنگ جون آهن. $\frac{1}{10}$ حصو ڊريسون سائي رنگ جون آهن.باقي سڀ ڊريسون مختلف رنگن ۽ ڊزائين واريون آهن. ٻڌايو ته ڪل ڪيتريون ڊريسون آهن؟

ڳاڙهي رنگ واريون ڊريسون آهن. $= \frac{3}{\cancelto{1}{5}} \; \cancelto{1076}{5380} = 3228$

سائي رنگ واريون ڊريسون آهن. $= \frac{1}{\cancelto{1}{10}} \; \cancelto{538}{5380} = 538$

مختلف رنگن واريون ڊريسون آهن. $= 5380 - (3228 + 538)$

$= 5380 - 3766$

$= 1614$

مطلب ته مختلف رنگن واريون ڊريسون 1614 آهن.

مثال4: نجيبه جي پيءُ هيٺيون شيون مارڪيٽ مان خريد ڪيون؟

(i) 30 بيضا، في بيضو 10.50 رپيا

(ii) 20 لنيون ٿانون ڌوئڻ وارو صابڻ، في صابڻ جي لٽ 52.75 رپيا

(iii) 25 چڪيون صابڻ وهنجڻ وارو، في چڪي 45.80 رپيا

(iv) 15 ٿيلهيون ڪپڙن ڌوئڻ وارو پائوڊر، في پاڪيٽ 120.80 رپيا

ٻڌايو ته هن ڪل ڪيترو خرچ ڪيو.

حل: بيضن جي قيمت = 30 x 10.50 = 315.00 رپيا

ٿانون ڌوئڻ واري صابڻ جي قيمت = 20 x 52.75 = 1055.00 رپيا

وهنجڻ واري صابڻ جي قيمت = 25 x 45.80 = 1145.00 رپيا

ڪپڙن ڌوئڻ واري پائوڊر جي قيمت = 15 x 120.80 + = 1812.00 رپيا

ڪل 4327.00 رپيا

ان ريت نجيبه جي پيءُ ڪل خرچ 4327 رپيا ڪيو.

مشق 5.2

(1) ڪنهن اسڪول ۾ 640 شاگرد آهن. اسڪول اچڻ لاءِ $\frac{3}{10}$ حصو شاگرد پنهنجيون گاڏيون استعمال ڪن ٿا. $\frac{5}{8}$ حصو شاگرد عام عوامي گاڏين ۾ اچن ٿا. باقي شاگرد پيادل اسڪول پهچن ٿا. ٻڌايو ته ڪيترو تعداد شاگردن جو پيادل اچي ٿو؟

(2) نارنگين جي هڪ پيتيءَ ۾ ڪل 140 نارنگيون آهن. جنهن مان $\frac{3}{7}$ حصو نارنگين جو وڪامي ويو. $\frac{1}{14}$ حصو نارنگيون خراب ٿي ويون. ٻڌايو ته ڪيتريون نارنگيون پيتيءَ ۾ بچيون آهن؟

(3) ڪرڪيٽ راند ڏسڻ لاءِ اسٽيڊيم تي ڪافي وڏو هجوم ماڻهن جو گڏ ٿيو. $\frac{1}{8}$ حصو هجوم جو ريل رستي آيو. $\frac{2}{7}$ حصو عام بسن جي ذريعي پهتا. $\frac{1}{4}$ حصو پنهنجين گاڏين ۾ آيا. باقي ماڻهو پيادل آيا آهن. ٻڌايو ته ڪيترو اٽڪل حصو ماڻهو پيادل آيا؟

(4) ماريه جي ڪل ملڪيت 58000 رپيا آهي. هن پنهنجي ملڪيت جو $\frac{16}{29}$ حصو پنهنجي ماءُ کي ڏنو. ان ڪان پوءِ بقايا ملڪيت جو $\frac{1}{4}$ حصو زڪوات فنڊ ۾ جمع ڪرايو. ٻڌايو ته باقي ڪيتري رقم ماريه کي بچي؟

(5) عامر پنهنجي بنيءَ ۾ 425 ٻوٽا ٽماٽن جا پوکيا. ڪجهه ڏينهن ڪان پوءِ 25 ٻوٽا سُڪي ويا. ٻڌايو ته ڪيترو اٽڪل حصو ٻوٽا سُڪي ويا؟

(6) اعجاز $\frac{2}{5}$ حصو پنهنجي ملڪيت جو پنهنجي ڌيءَ کي ڏنو. $\frac{1}{7}$ حصو پنهنجي پٽ کي ڏنو. بقايا رقم پنهنجي زال کي ڏنائين. ٻڌايو ته ڪيترو اٽڪل حصو زال کي ڏنائين؟

(7) عديل وٽ 26.50 ميٽر ڪپڙو هو. هن 5.80 ميٽر ڪپڙو پنهنجي دريس نهرائڻ ۾ استعمال ڪيو. هن 11.50 ميٽر ڪپڙو پنهنجي پاءُ کي ڏنو. ٻڌايو ته ڪيترو ڪپڙو باقي عديل وٽ رهيو؟

(8) آبش جي ياتين 5 پاڪيٽ ڪاڻ وارو تيل في پاڪيٽ 121.80 رپين جي حساب سان خريد ڪيا. 3 تيلها ڇانورن جا في تيلهو 2350.50 رپين جي حساب سان خريد ڪيو. 40 ڪلوگرام اٽو في ڪلوگرام 42.70 رپين جي حساب سان خريد ڪيو. ٻڌايو هن ڪُل ڪيتري رقم خرچ ڪئي؟

(9) عُمير 0.06 حصو پنهنجي جيب خرچ جو سومر ڏينهن، 0.25 حصو اڱاري ڏينهن ۽ 0.50 حصو اربع ڏينهن خرچ ڪيو. بقايا رقم جيب خرچ جي خميس ڏينهن خرچ ڪئي. ٻڌايو تہ ڪيترو اڻپور حصو جيب خرچ جو خميس ڏينهن خرچ ڪيو؟

(10) صوبيہ پنهنجي گهر لاءِ هيٺيون شيون خريد ڪيون.

(i) 2 بجليءَ جا سيور بلب، في بلب 80.95 رپيا

(ii) 4 پلاسٽڪ جا ننڍا اسٽول، في اسٽول 105.50 رپيا

(iii) 3 پلاسٽڪ جا ٽيبل، في ٽيبل 530.95 رپيا

(iv) 6 پلاسٽڪ جون ڪرسيون، في ڪرسي 458.30 رپيا

ٻڌايو تہ صوبيہ ڪل ڪيترو خرچ ڪيو؟

جائزي واري مشق 5

(1) سادي صورت ۾ آڻيو.

(i) $1\frac{2}{5} \div \left\{2\frac{3}{5} - \left(\overline{1\frac{1}{4} - \frac{2}{3}} \times 1\frac{1}{7}\right)\right\}$

(ii) $2\frac{1}{4} \div \left[\frac{2}{3} \div \left\{\frac{1}{3} - \left(\overline{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}} \div 1\frac{1}{2}\right)\right\}\right]$

(iii) $4.3 \times [3.9 \times 0.8 - 1.3 + \{4.8 \div 1.2 - (\overline{1.3 - 1.2} \times 2.5)\}]$

(iv) $2.9 - [1.05 \times 1.17 + (1.04 - \overline{2.5 + 1.9})\}]$

(2) هينيان سوال حل ڪريو.

(i) بلال هڪ ٻڪريءَ جي قرباني ڪئي. جنهن مان $13\frac{5}{7}$ ڪلوگرام گوشت مليو. هن $\frac{1}{3}$ حصو گوشت جو خيرات ۾ ڏنو. ٻڌايو ته ڪيترو گوشت باقي هن وٽ بچيو؟

(ii) اظهر رياضيءَ جي 25 سوالن مان 15 سوال حل ڪيا. ٻڌايو ته ڪيترو اٽيور حصو سوال حل ڪيا ۽ ڪيترو اٽيور حصو سوال حل ڪونه ڪيا؟

(3) فريند $\frac{2}{5}$ حصو ڪتاب جو هڪ ڏينهن ۾ پڙهي پورو ڪيو. ڪتاب جو بقايا حصو ٻئي ڏينهن تي پڙهي پورو ڪيو. ٻڌايو ته ڪيترو اٽيور حصو ڪتاب جو ٻئي ڏينهن تي پڙهيو؟ جيڪڏهن ڪتاب ۾ ڪل 150 صفحا آهن. ٻڌايو ته ڪيترا صفحا پهرين ڏينهن ۽ وري ڪيترا صفحا ٻي ڏينهن پڙهيا؟

(4) هڪ نيڪيدار مختلف قسمن جون ٽائيلون هڪ جڳهه جي ٻڌائڻ لاءِ هينين ريت خريد ڪيون.

(i) ديسي ٽائيلون 240.34 چورس ميٽر، اگهه 327.34 رپيا في چورس ميٽر

(ii) ولائتي ٽائيلون 105.28 چورس ميٽر، اگهه 539.99 رپيا في چورس ميٽر

ٻڌايو ته نيڪيدار ٽائيلن تي ڪل ڪيترو خرچ ڪيو؟

(5) هينين ۾ صحيح لاءِ (ص) ۽ غلط لاءِ (غ) لکو:

(i) ملتف جي نشاني [ ] آهي.

(ii) سادي صورت ۾ آڻڻ لاءِ، جيڪڏهن ڏنگيءَ جي ٻاهرن ڪاٽوَ جي نشاني آهي ته پوءِ ڏنگيءَ جي اندر شامل نشانيون تبديل نه ٿيون ٿين، جڏهن ڏنگيون ختم ڪريون ٿا.

(iii) اظهار 8 x 2 + 35 کي سادي صورت ۾ آڻڻ لاءِ پهريائين اسان 2 کي 8 سان ضرب ڪنداسين ۽ پوءِ 35 ان ۾ جوڙ ڪنداسين.

(6) هينين ۾ خال ڀريو.

(i) بادماس (BODMAS) ۾ M ________ لاءِ آهي .

(ii) ڏنگيون { } جو نالو ________ آهي.

(iii) ڏنگين کي سادي صورت ۾ آڻڻ لاءِ، ڏنگين ڇڏائڻ جي ترتيب هن طرح آهي ملتف، ________ ، ________ ۽ ________ .

خلاصو

- سادي صورت واري طريقيڪار ۾ بادماس (BODMAS) رياضيءَ جي اظهار ۾ اهڙي ترتيب ظاهر ڪري ٿو جنهن ۾ هڪ ڪان وڌيڪ عمل حل ڪيا وڃن ٿا هتي:

B = Brackets = ڏنگيون يعني پهريائين ڏنگيون ڇڏائبيون.

O = Of = ”جو“ جو عمل يعني رياضيءَ جي عملن ۾ سڀ کان پهريائين ”جو“ جو عمل ڇڏائبو.

D = Division = ”ونڊ“ جو عمل. يعني رياضيءَ جي عملن ۾ ”جو“ جي عمل کان پوءِ ”ونڊ“ جو عمل ڇڏائبو.

M = Multiplication = ”ضرب“ جو عمل يعني رياضيءَ جي عملن ۾ ”ونڊ“ جي عمل کان پوءِ ضرب جو عمل ڇڏائبو.

A = Addition = ”جوڙ“ جو عمل يعني رياضيءَ جي عملن ۾ ضرب کان پوءِ جوڙ جو عمل ڇڏائبو.

S = Subtraction = ”ڪٽ“ جو عمل يعني رياضيءَ جي عملن ۾ جوڙ جي عمل کان پوءِ ڪٽ جو عمل ڇڏائبو.

- رياضيءَ جا اُهي اظهار جن کي سادي صورت ۾ آڻجي،پر انهن ۾ ڏنگين جو استعمال ٿيل آهي ته ڏنگين ڇڏائڻ جي ترتيب هن طرح ٿيندي:

(i) ملتف Vinculum يا ليڪ واري ڏنگي ــــــ (ii) ننڍيون ڏنگيون Parenthesis ( )

(iii) وچيون ڏنگيون Braces { } (iv) وڏيون ڏنگيون Square Brackets [ ]

DMAS (ڊماس) اصول موجب رياضيءَ جي اظهار ۾ رياضيءَ جي چئن بنيادي عملن کي حل ڪرڻ جي ترتيب هيٺين طرح آهي.

(i) ونڊ جو عمل (Division) (ii) ضرب جو عمل (Multiplication)

(iii) جوڙ جو عمل (Addition) (iv) ڪٽ جو عمل (Subtraction)

جيڪڏهن ڪنهن ڏنگيءَ جي ٻاهران جوڙ جو نشان ”+“ آهي، ته ڏنگيءَ جي اندر ڏنل عددن جي نشانين کي تبديل ڪرڻ کان سواءِ ئي ڏنگيون ختم ڪري سگهجن ٿيون.

جيڪڏهن ڪنهن ڏنگيءَ جي ٻاهرن ڪاٽوءَ جو نشان ”ــ“ آهي، ته پوءِ ڏنگيءَ اندر ڏنل عددن جون نشانيون تبديل ڪرڻ کان پوءِ، ڏنگيون ختم ڪري سگهجن ٿيون.

جيڪڏهن ڪنهن ڏنگيءَ جي ٻاهران ڪو عدد آهي، ته پهريائين ڏنگيءَ اندر ڏنل اظهار کي سادي صورت ۾ آڻبو، پوءِ ٻاهر ڏنل عدد سان ان صورت ۾ آيل عدد کي ضرب ڪري، پوءِ ڏنگيون ختم ڪنداسين.

نسبت ۽ تناسب

6.1 نسبت

نسبت جو لفظ اسان جي روزاني زندگيءَ ۾ عام استعمال ٿئي ٿو. جيئن ته، شين کي ورهائڻ يا حصن ڪرڻ ۾، گهرو ڪم ڪار ۽ ڪاروبار جي ڏيتي ليتيءَ وغيره ۾. ٻن ساڳي قسمن جي مقدارن جي ڀيٽ کي نسبت سڏيون ٿا. اها ڀيٽ عام طور تي عددن جي شڪل ۾ هوندي آهي . نسبت کي عام اٽپور سان يا نشاني ”:“ سان ظاهر ڪريون ٿا.

مثال طور ٻن مختلف قسمن جي ٽافين جون قيمتون 3 رپيا ۽ 2 رپيا آهن. تنهنڪري سندن نسبت $\frac{3}{2}$ يا $(3:2)$ ٿيندي، جنهن کي پڙهنداسين: 3 نسبت 2

ساڳي طرح $a:b$ کي پڙهبو a نسبت b . اسان ٻن کان وڌيڪ شين جي نسبت پڻ ڪري سگهون ٿا. جيئن ته $4:3:2$ يا $a:b:c$ وغيره.

نسبت جي وصف ڪنهن شيءِ جي مقدار جو هڪ اهو لاڳاپو آهي، جيڪو ٻئي ساڳي قسم جي شيءِ جي مقدار سان هجي.

اچو ته نسبت جي باري ۾ هيٺ ڏنل عملي ڪم جي وسيلي ڪجهه وڌيڪ سکون.

عملي ڪم

سحر ۽ شبانه جو وزن ترتيبوار 45 ڪلوگرام ۽ 15 ڪلوگرام آهي.

ٻنهي وزنن کي هڪ لاڳاپي ۾ ظاهر ڪرڻ لاءِ هيٺ ڏنل بيانن تي غور ڪريو.

- سحر، شبانه کان 30 ڪلوگرام ڳري آهي.
- سحر جو وزن شبانه جي وزن کان ٽيڻو آهي.
- شبانه 30 ڪلوگرام سحر کان هلڪي آهي.
- سحر جي وزن جي ڀيٽ ۾ شبانه جو وزن $\frac{1}{3}$ حصو آهي .

هاڻي هيٺين سوالن جا جواب ڏيو:

- متي ڏنل بيانن مان ڪهڙا بيان جوڙ ۽ ڪٽ سان ڀيٽ رکن ٿا؟
- متي ڏنل بيانن مان ڪهڙا بيان ضرب ۽ ونڊ جي لحاظ کان ڀيٽ رکن ٿا؟

استاد لاءِ هدايت:

استاد کي گهرجي ته شاگردن کي نسبت جو تصور واضح ڪرڻ لاءِ عام زندگيءَ مان وڌيڪ مثال ڏئي سمجهائي.

مٿي ڏنل عملي ڪم مطابق سحر جي وزن جي مقدار ۽ شبانہ جي وزن جي مقدار جي نسبت آهي (15 : 45) جڏهن تہ شبانہ جي وزن جي مقدار ۽ سحر جي وزن جي مقدار جي نسبت آهي (45 : 15). اهي ٻئي نسبتون هڪ ٻئي کان مختلف آهن.

اهڙي ترتيب جنهن ۾ نسبت لکيل آهي، اُها اهميت رکي ٿي.

3 ڪلوميٽر ۽ 21 ميٽر جي پاڻ ۾ نسبت ڪيئن معلوم ڪري سگهجي ٿي؟

اسان ساڳي قسم جي مقدارن جي ايڪن جي، پاڻ ۾ ڀيٽ ڪري، نسبت معلوم ڪري سگهون ٿا. جيئن تہ ڊيگهہ جي ٻن مقدارن سان، مايي يعني وزن جي ٻن مقدارن سان، ڪعب ماپ جي ٻن مقدارن سان وغيره. هاڻي هيٺين مثالن تي غور ڪريو:

3 ٻڪرين جي مقدار ۽ 2 ڳُڏين جي مقدار جي پاڻ ۾ نسبت 2 : 3 نٿي لکي سگهجي ڇاڪاڻ تہ ٻڪر ۽ ڳڏي ساڳي قسم جا مقدار نہ آهن. اسان 3 ٻڪرين ۽ 2 ٻڪرين جي پاڻ ۾ نسبت 2 : 3 لکي سگهون ٿا: ساڳي طرح 2 ڳُڏين جي 3 ڳڏين سان نسبت 3 : 2 لکي سگهون ٿا.

ڇاڻ رکڻ تہ نسبت ڪي ڪو ايڪو نہ ٿو ٿئي

جڏهن ٻن مقدارن جي پاڻ ۾ نسبت ظاهر ڪريون ٿا تہ نسبت ۾ ڪو ايڪو نہ ٿا لکون، ڇاڪاڻ تہ نسبت هڪ عدد آهي.

مثال طور: جيڪڏهن عارف وٽ 9 رپيا ۽ سليم وٽ 20 رپيا آهن، تہ ٻنهي جي رقمن جي نسبت ظاهر ڪنداسين (20 : 9) يعني ڪو ايڪو نہ لکنداسين.

مثال 1: عمان جي عمر 9 مهينا آهي. هن جي وڏي ڀيڻ جي عمر 3 سال آهي. ٻنهي جي عمرين ۾ نسبت (3 : 9) نہ ٿا لکي سگهون، ڇاڪاڻ تہ عمان جي عمر مهينن ۾ ڏنل آهي، جڏهن تہ هن جي ڀيڻ جي عمر سالن ۾ ڏنل آهي. اهي ٻئي مختلف ايڪا آهن.
تنهنڪري هن جي ڀيڻ جي عمر کي ڦيرائڻ ضرور مهينن ۾ تبديل ڪنداسين.
جيئن تہ 3 سال = (12 x 3 مهينا) = 36 مهينا
تنهنڪري عمان جي عمر ۽ هن جي ڀيڻ جي عمر ۾ نسبت ٿيندي (36 : 9)

ڪن ٻن مقدارن جي وچ ۾ نسبت ظاهر ڪرڻ لاءِ ضروري آهي تہ اُهي ٻئي مقدار ساڳي قسم جا هئڻ گهرجن.

تنهنڪري اسين اهو نتيجو ڪڍون ٿا تہ نسبت هڪ اهو لاڳاپو آهي، جنهن ۾ ساڳئي قسم جون شيون هڪ ٻئي سان مقدارن جي لحاظ کان اٽپور ناهين ٿيون.

چاڻ ڏيڻ تہ بہ شيون جيڪي پاڻ ۾ نسبت ناهين ٿيون، انهن ۾ بہ رُڪن آهن: پهرين کي مُنڍ ۽ ٻئي کي پُڇڙ چئجي ٿو.
جيڪڏهن a ۽ b ساڳئي قسم جون بہ شيون آهن تہ پوءِ ٻنهي جي وچ ۾ نسبت لکبي a : b هتي پهريون رُڪن a يعني منڍ آهي ۽ ٻيو رُڪن b يعني پُڇڙ آهي.

نسبت	منڍ	پُڇڙ
2:3	2	3
5:7	5	7
18:23	18	23

ٻن عددن جي نسبت لکڻ

مثال: هيٺ ڏنل بيان مان نسبت لکو.

(i) عليءَ وٽ 500 رپيا آهن ۽ سيما وٽ 309 رپيا آهن. ٻنهي جي رقمن کي نسبت ۾ لکو.

حل: گهربل نسبت آهي (500 : 309)

(ii) نذير 35 لٽر تيل پنهنجي ڪار ۾ وجهايو، جڏهن تہ اعجاز 48 لٽر پيٽرول پنهنجي گاڏي ۾ وجهايو. ٻنهي جي تيل جي مقدارن جي پاڻ ۾ نسبت لکو.

حل: گهربل نسبت آهي (35 : 48)

مليل نسبت کي سادي صورت (برابر نسبت) ۾ آڻڻ

اسان مليل نسبت کي سادي صورت (برابر نسبت) ۾ آڻڻ لاءِ نسبت جي ٻنهي رُڪنن کي ساڳي عدد سان ونڊ ڪريون ٿا.

مثال1: مليل نسبت 8 : 40 کي سادي صورت ۾ آڻيو.

حل:

$$40 : 8$$

$$= (40 \div 2) : (8 \div 2) \quad \text{(2 سان ونڊ ڪرڻ سان)}$$

$$= 20 : 4$$

$40 : 8$

$= (40 \div 4) : (8 \div 4)$ (4 سان ونڊ ڪرڻ سان)

$= 10 : 2$

$40 : 8$

$= (40 \div 8) : (8 \div 8)$ (8 سان ونڊ ڪرڻ سان)

$= 5 : 1$

تنهنڪري (40:8) جي (20 : 4)، (10 : 2) ۽ (5:1) جون ساديون صورتون يعني برابر نسبتون آهن.

نوٽ: مٿين مثال ۾ 5:1 گهربل سادي ۾ سادي صورت يعني برابر نسبت آهي، مليل نسبت 40 : 8 جي. جيئن ته 5 ۽ 1 قدرتي عدد آهن ۽ ڪوبه عام جزو نه آهي.

مثال2: ٻن رقمن 210 رپين ۽ 105 رپين جي پاڻ ۾ نسبت لهو ۽ ان کي سادي صورت (برابر نسبت) ۾ لکو.

حل: نسبت $(210 : 105) =$

$= (70 : 35)$ (ٻنهي رُڪنن کي 3 سان ونڊ ڪرڻ سان)

$= (14 : 7)$ (ٻنهي رُڪنن کي 5 سان ونڊ ڪرڻ سان)

$= (2 : 1)$ (ٻنهي رُڪنن کي 7 سان ونڊ ڪرڻ سان)

جيڪا گهربل نسبت آهي.

مثال 3: هيٺ ڏنل مقدارن جي نسبت لهو ۽ انهن کي سادي صورت ۾ لکو.

(i) 15 ڪلوگرام ۽ 700 گرام (ii) 9 ڪلاڪ ۽ 36 منٽ

حل: جيئن ته مليل نسبت 700 گرام : 15 ڪلوگرام ۾ ايڪا مختلف آهن.

يعني 1 ڪلوگرام = 1000 گرام

تنهنڪري 15 ڪلوگرام = (15x1000) گرام = 15000 گرام

هاڻي مليل نسبت کي سادي صورت ۾ آڻيون ٿا.

= (700گرام : 15 ڪلوگرام)

= (700گرام : 15000گرام)

$= 15000 : 700$

$= 150 : 7$ (ٻنهي رُڪنن کي 100 سان ونڊ ڪرڻ سان)

حل: (ii) 9 ڪلاڪ ۽ 36 منٽ

جيئن تہ 1 ڪلاڪ = 60 منٽ

تنهنڪري 9 ڪلاڪ = (9x60) منٽ = 540 منٽ

هاڻي مليل رقمن جي نسبت معلوم ڪريون ٿا:

36 منٽ : 9 ڪلاڪ

36 منٽ : 540 منٽ

36 : 540

1 : 15 (ٻنهي پاسن کي 36 سان ونڊ ڪرڻ سان)

نسبت ۽ اٽيور جو پاڻ ۾ لاڳاپو ظاهر ڪرڻ

دراصل نسبت، عام اٽيور جو هڪ نمونو آهي. جنهن ۾ انس کي اڳيون عدد چئون ٿا ۽ ڇيد کي پويون عدد چئجي ٿو.

مثال طور عام اٽيور $\frac{3}{4}$ کي نسبت لکنداسين(4 : 3) يا $\frac{3}{4} = 3 : 4$

$$\frac{2}{5} = 2 : 5, \quad \frac{3}{1} = 3 : 1, \quad \frac{25}{39} = 25 : 39$$

مثال 1: ڪپڙي جي ٻن ٽڪرن جي ڊيگهہ ترتيبوار 2 ميٽر 50 س م ۽ 75 س. م آهي. ٻنهي ٽڪرن جي ڊيگهہ ماپ ۾ نسبت لکو.

حل: پهريائين ٻنهي ڪپڙي جي ٽڪرن جي ڊيگهہ ماپ کي ساڳين ايڪن ۾ تبديل ڪريون ٿا.

جيئن تہ 1 ميٽر = 100 س. م

تنهنڪري ماپ 2 ميٽر 50 س.م = (2 × 100) س. م + 50 س. م

= (200 + 50) س. م = 250 س. م

ٽڪرن جي ڊيگهہ ماپ ۾ نسبت آهي = 75 س. م : 2 ميٽر 50 س. م

= 75 س. م : 250 س. م

$= \frac{\cancel{250}^{10}}{\cancel{75}_{3}} = 250 : 75$

$= \frac{10}{3} = 10:3$

مثال2: هيٺين جي پاڻ ۾ نسبت لکو ۽ سادي صورت ۾ آڻيو.

(i) $\frac{1}{5}$ ۽ $\frac{2}{3}$ (ii) $1\frac{3}{5}$ ميٽر ۽ $\frac{7}{10}$ ميٽر

(iii) 1.5 ۽ $7\frac{1}{2}$ (iii) 3.45 رپيا ۽ 6 رپيا

حل:

(i) $\frac{1}{5} : \frac{2}{3} = \frac{1}{5} \quad 15 : \frac{2}{3} \quad 15$

(5 ۽ 3 جي ن.ع.پ.اُ سان ٻنهي کي ضرب ڪرڻ سان)

$= 3 : 10$

(ii) $1\frac{3}{5} : \frac{7}{10} = \frac{8}{5} : \frac{7}{10}$

$= \frac{8}{5} \quad 10 : \frac{7}{10} \times 10$

(5 ۽ 10 جي ن.ع.پ.اُ سان ٻنهي کي ضرب ڪرڻ سان)

$= 16 : 7$

(iii) $1.5 : 7\frac{1}{2} = 1.5 : \frac{15}{2}$

$= 1.5 \quad 10 : \frac{15}{\cancel{2}_1} \times \cancel{10}^5$ (10 سان ٻنهي کي ضرب ڪرڻ سان)

$= 15 : 15 \times 5$

$= 1 : 5$ (15 سان ٻنهي کي ونڊ ڪرڻ سان)

(iv) $3.45 : 6 = 345 : 600$

جيئن ته 3.45 ۾ ٻه ڏهائي درجا آهن تنهن ڪري نسبت جي ٻنهي رُڪنن کي سچن عددن ۾ آڻڻ لاءِ 100 سان ضرب ڪريو.

$= 69 : 120$ (ٻنهي کي 5 سان ونڊ ڪرڻ سان)

$= 23 : 40$ (ٻنهي کي 3 سان ونڊ ڪرڻ سان)

مشق 6.1

(1) هيٺ ڏنل نسبت کي سادي صورت ۾ برابر نسبت ۾ آڻيو.

(i) $4 : 50$ (ii) $0.8 : 72$ (iii) $3.5 : 4.9$

(iv) $\frac{13}{60} : \frac{7}{15}$ (v) $\frac{5}{6} : \frac{3}{10}$ (vi) $\frac{2}{3} : 5$

(vii) $2\frac{1}{2} : 4$ (viii) $\frac{1}{3} : \frac{1}{6} : \frac{1}{9}$ (ix) $1.5 : 5 : 5.8$

(x) $3\frac{2}{5} : 0.6 : 3.5$ (xi) $\frac{1}{5} : \frac{1}{10} : \frac{1}{15}$ (xii) $\frac{1}{7} : \frac{1}{14} : \frac{1}{21}$

(2) هيٺين رقمن جي پاڻ ۾ نسبت لکو ۽ سادي صورت ۾ آڻيو.

(i) 150 رپيا ۽ 180 رپيا (ii) 250 س.م ۽ 1 ميٽر

(iii) 700 گرام ۽ 2 ڪلو گرام (iv) 3 ڪلاڪ ۽ 210 منٽ

(v) 5 سال 3 مهينا (vi) 11 ڏينهن، ٻه هفتا ۽ 1 مهينو

(3) هيٺ ڏنل اڌپورن کي نسبت ۾ تبديل ڪريو.

(i) $\frac{2}{9}$ (ii) $\frac{5}{6}$ (iii) $\frac{1}{75}$ (iv) 3 (v) $\frac{p}{q}$

(4) هيٺ ڏنل نسبت کي عام اڌپور ۾ تبديل ڪريو.

(i) $1:5$ (ii) $2:19$ (iii) $8:1$ (iv) $75:76$ (v) $x : y$

(5) ڪلاس ڇهين جي سائنس جي هڪ ٽيسٽ پيپر ۾ 45 شاگردن مان فقط 25 شاگرد پاس ٿيا. پاس ٿيندڙ شاگردن جي تعداد ۽ ڪل شاگردن جي تعداد جي پاڻ ۾ نسبت لکو.

(6) ارشد جي هڪ مهيني ۾ ڪمائي 20000 رپيا آهي. هن جي ماهوار ڪمائيءَ ۽ خرچ جي پاڻ ۾ نسبت لکو. جڏهن سندس ماهوار بچت 5000 رپيا آهي.

(7) ٻه چورس شڪليون جن جا پاسا ترتيبوار 2 س م ۽ 5 س م آهن. ٻنهي چورسن جي احاطن جي پاڻ ۾ نسبت لکو.

(8) ڪٽڪ جي اٽي جي ٻن ڪَٽن جو ترتيبوار وزن 16 ڪلوگرام ۽ 14 ڪلوگرام ۽ 400 گرام آهي. ٻنهي ڪَٽن جي وزنن جي پاڻ ۾ نسبت لکو.

(9) هڪ ٽڪنڊي جي ٽنهي ڪندن جي ماپ ترتيبوار 30°، 60° ۽ 90° آهي، ٽڪنڊي جي ٽنهي ڪندن جي ماپن جي پاڻ ۾ نسبت لکو.

6.2 تناسب

ٻه هڪ جيتريون نسبتون پاڻ ۾ گڏجي هڪ تناسب ناهين ٿيون.

مثال طور 8 : 6 = 4 : 3 هڪ تناسب آهي.

ان کي پڙهنداسين: 3 نسبت 4 برابر آهي 6 نسبت 8.

چاڻ ڏيڻ ته ٻن نسبتن جي برابري تناسب ناهي ٿي. مثال طور هڪ تناسب آهي جنهن ۾ $a : b :: c : d$ تناسب جون پڇڙيون آهن تناسب جا وچيان آهن

تناسب ۾ برابر واري نشاني ”=“ کي ”::“ سان تبديل ڪري سگهجي ٿو.

جيڪڏهن ڪو تناسب 21 : 6 :: 7 : 2 ته ان کي اسان 21 : 6 = 7 : 2 طريقي سان لکي سگهون ٿا. انهيءَ تناسب ۾ جيڪي ٻه وچ وارا رُڪن آهن، انهن کي اسان وچيان چئون ٿا. جڏهن ته تناسب جي ٻاهرين پاسن وارن رُڪنن کي پُڇڙيون چئون ٿا.

وچيان

$$2 : \overbrace{7 :: 6}^{} : 21$$

پُڇڙيون

هتي 2، 7، 6 ۽ 21 کي ترتيب وارا مليل تناسب جو پهريون، ٻيو، ٽيون ۽ چوٿون رُڪن چئجي ٿو.

ٻن نسبتن جي برابريءَ کي ثابت ڪري سگهجي ٿو. هن ڳالهه سان ته 21 : 6 :: 7 : 2 کي $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$ لکي سگهون ٿا يا 7 × 6 = 21 × 2 يا 42 = 42

اهو هيٺ ڏنل تناسب جي فارمولا سان به ثابت ڪري سگهجي ٿو.

تناسب جي پڇڙين جي ضرب اُپت = تناسب جي وچين جي ضرب اُپت جي

مثال طور 4 : 2 = 2 : 1 ان حالت ۾ 2 وچيون تناسب آهي 1 ۽ 4 جو.

انهيءَ کان علاوه 1، 2 ۽ 4 لڳاتار تناسب ۾ آهن. هن حالت ۾ ٽئين رُڪن 4 کي ٽيون تناسب چيو وڃي ٿو، پهرين ۽ ٻئي جو. جڏهن ته تناسب جون اهي خاصيتون استعمال ڪري، اسان تناسب جا رهيل يا کُٽل رُڪن معلوم ڪري سگهون ٿا. جيئن هيٺ مثالن ۾ ڏيکاريل آهي.

استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي ته تناسب جي تصور کي واضح ڪرڻ لاءِ وڌيڪ مثال ڏئي ٻارن کان حل ڪرائي ۽ ٻارن جي ڀرپور رهنمائي ۽ مدد ڪري.

مثال1: هيٺ ڏنل هرهڪ تناسب ۾ وچيان ۽ پڇڙيون سجاڻو.

(i) $2 : 3 = 10 : 5$

حل:

هتي 3 ۽ 10 تناسب جا وچيان آهن

جڏهن ته 2 ۽ 15 تناسب جون پڇڙيون آهن.

(ii) $5 : 1 = 10 : 2$

حل:

هتي 1 ۽ 10 تناسب جا وچيان آهن.

جڏهن ته 5 ۽ 2 تناسب جون پڇڙيون آهن.

مثال2: هيٺ هرهڪ حصي ۾ ڏنل عددن کي چڪاسيو ۽ ٻڌايو، ڇا اهي تناسب ۾ آهن يا نہ؟

(i) 2, 3, 4, 6 (ii) 5, 10, 15, 20

حل: (i) 2, 3, 4, 6

$$2 : 3 = 4 : 6$$

هتي تناسب جي وچين جي ضرب اُپت $= 12 = 3 \times 4$

۽ تناسب جي پُڇڙين جي ضرب اُپت $= 12 = 2 \times 6$

ڏسون ٿا تہ تناسب جي وچين جي ضرب اُپت = تناسب جي پڇڙين جي ضرب اُپت

تنهنڪري 2، 3، 4 ۽ 6 تناسب ۾ آهن.

حل: (ii) 5, 10, 15, 20

$$5 : 10 = 15 : 20$$

هتي تناسب جي وچين جي ضرب اُپت $= 150 = 10 \times 15$

۽ تناسب جي پُڇڙين جي ضرب اُپت $= 100 = 5 \times 20$

ڏسون ٿا تہ تناسب جي وچين جي ضرب اُپت $\neq$ تناسب جي پڇڙين جي ضرب اُپت

تنهنڪري 5،10،15 ۽ 20 تناسب ۾ نہ آهن.

مثال3: هيٺ ڏنل هرهڪ تناسب ۾ نامعلوم رُڪن معلوم ڪريو.

(i) $33 : 3 :: x : 27$ (ii) $9 : 6 :: 6 : y$

حل:

(i) $33 : 3 :: x : 27$ (ii) $9 : 6 :: 6 : y$

تناسب جي وچين جي ضرب اُپت = تناسب جي پڇڙين جي ضرب اُپت

يا $33 \times 27 = 3 \quad x$

يا $\dfrac{33 \times \cancel{27}^{9}}{\cancel{3}} = x$

يا $x = 33 \times 9$

يا $x = 297$

يا $9 \times y = 6 \times 6$

يا $y = \dfrac{{}^{2}\cancel{6} \quad \cancel{6}^{2}}{\cancel{9}\cancel{3}_{1}}$

يا $y = 2 \times 2$

يا $y = 4$

مثال4: مليل تناسب 2، 5 ۽ 8 ۾ رهيل چوٿون رُڪن معلوم ڪريو.

حل: فرض ڪريو تہ رهيل چوٿون رُڪن x آهي.

تنهنڪري اسان ڪي:

$$2 : 5 = 8 : x$$

يا $2 \times x = 5 \times 8$

يا $\dfrac{2 \times x}{2} = \dfrac{5 \times 8}{2}$

يا $x = 20$

تنهنڪري رهيل چوٿون تناسب 20 آهي.

مثال5: مليل تناسب جي رڪنن 4 ۽ 9 جو وچيون متناسب لهو.

حل: فرض ڪريو تہ مليل تناسب جي رڪنن 4 ۽ 9 جو وچيون متناسب x آهي.

$$4 : x :: x : 9$$

يا $4 \times 9 = x^2$

يا $x^2 = 36$

يا $x^2 = 6^2$

يا $x = 6$

ان ريت گهربل وچيون متناسب 6 آهي 4 ۽ 9 جو.

مشق 6.2

(1) هيٺ ڏنل هرهڪ تناسب ۾ وچيان ۽ پڇڙيون سڃاڻو.

(i) $2:5 = 8:20$ (ii) $3:4 = 6:8$ (iii) $a:b = c:d$

(2) هيٺ هرهڪ سوال ۾ چار چار عدد ڏنل آهن. عددن کي چڪاسيو ۽ ٻڌايو ڇا اهي تناسب ۾ آهن يا نه.

(i) 18، 24، 30 ۽ 40 (ii) 14، 19، 3 ۽ 4

(iii) 6، 8، 12 ۽ 16 (iv) 15، 20، 16 ۽ 21

(v) 20، 30، 40 ۽ 50 (vi) 21 57 28 ۽ 76

(3) مليل تناسب ۾ اڻ ڄاتل رُڪن جو ملھ لھو. $2 : x = 3 : 7$

(4) هيٺ ڏنل هرهڪ پاڳي ۾ چوٿون متناسب لھو.

(i) 2، 3 ۽ 6 (ii) $\frac{11}{24}$ ، $\frac{7}{15}$ ۽ $\frac{5}{8}$ (iii) 16، 12 ۽ 8

(iv) 76، 28 ۽ 57 (v) 36، 45 ۽ 4 (vi) 40، 30 ۽ 24

(5) هيٺ هرهڪ حصي ۾ وچيون متناسب لھو.

(i) 15 ۽ 60 (ii) 18 ۽ 32 (iii) 28 ۽ 63

(iv) 27 ۽ 12 (v) 40 ۽ 90 (vi) 44 ۽ 94

تناسب لھو (سبتو ۽ اُبتو)

(1) سبتو تناسب

هيٺين جدول ۾ ڏنل چارٽ تي غور ڪريو.

پينسلن جو تعداد	قيمت
4	20 رپيا
3	15 رپيا
2	10 رپيا
1	5 رپيا

پينسلن جي هرهڪ تعداد جو سندس تعداد جيتري قيمت سان ڇا تناسب آهي؟

چارٽ جو غور سان مشاهدو ڪرڻ مان معلوم ٿيو ته پينسلن جي قيمت جو وڌڻ يا گھٽجڻ سندس پينسلن جي تعداد جي نسبت سان ٿئي ٿو. جنھن نسبت سان پينسلن جو تعداد وڌي ٿو، انھيءَ نسبت سان ئي پينسلن جي قيمت وڌي ٿي. يا جنھن نسبت سان پينسلن جو تعداد گھٽجي ٿو، انھيءَ نسبت سان ئي پينسلن جي قيمت گھٽجي ٿي.

متي ڏنل بيان مان اهو نتيجو نڪتو تہ:
بہ شيون پاڻ ۾ هڪ ٻئي سان اهڙي طرح لاڳاپيل آهن، جو جيڪڏهن هڪ شيءِ جنهن نسبت سان وڌي ٿي، تہ ٻي شيءِ بہ ساڳي نسبت سان واڌ ڪائي ٿي. يا جيڪڏهن هڪ شيءِ جنهن نسبت سان گهٽجي ٿي تہ ٻي شيءِ بہ ساڳي نسبت سان گهٽجي ٿي. انهيءَ حالت ڪي ٻن شين جو سبتو تناسب چئجي ٿو.
نوٽ: متي ڏنل چارٽ مطابق 1 پينسل ۽ 2 پينسلن جي نسبت اها ساڳي آهي، جيڪا سندن قيمتن يعني 5 رپين ۽ 10 رپين جي.

مثال

(i) گهٽي مرمت	،	گهٽو سامان
(ii) گهٽ رقم	،	گهٽ خريداري
(iii) گهٽا شاگرد	،	وڌيڪ اُستاد
iv) گهٽ مزدور	،	گهٽ ڪم

(2) اُبتو تناسب:

هيٺ ڏنل چارٽ ۾ ماڻهن جو تعداد ۽ ان جي سامهون ڪم پوري ڪرڻ جو وقت ڏيکاريل آهي.

ماڻهن جو تعداد	وقت
2	40 ڪلاڪ
4	20 ڪلاڪ
8	10 ڪلاڪ
16	5 ڪلاڪ

ماڻهن جي تعداد ۽ ڪين ڪم پوري ڪرڻ لاءِ لاڳاپيل وقت جو پاڻ ۾ ڪهڙو تناسب آهي؟

متي ڏنل چارٽ تي غور ڪرڻ سان، اها معلومات ملي ٿي تہ ماڻهن جو تعداد وڌي ٿو، تہ گهربل وقت جو مقدار گهٽجي ٿو. ساڳي وقت جيڪڏهن ماڻهن جو تعداد گهٽجي ٿو تہ گهربل وقت جو مقدار وڌي ٿو.
متي بيان مان اهو نتيجو نڪتو تہ: بہ شيون پاڻ ۾ هڪ ٻئي سان اهڙي طرح لاڳاپيل آهن، جو جيڪڏهن هڪ شيءِ جنهن نسبت سان وڌي ٿي تہ ٻي شيءِ ساڳي نسبت سان گهٽجي ٿي. انهيءَ حالت ڪي ٻن شين جو اُبتو تناسب سڏجي ٿو.
نوٽ: متين ڏنل چارٽ مطابق 2 ماڻهن ۽ 4 ماڻهن جي پاڻ ۾ نسبت اها ساڳي آهي، جيڪا سندن لڳايل وقت جي نسبت جي اُبتڙ يعني 20 ڪلاڪ نسبت 40 ڪلاڪ جي برابر آهي.

مثالون:

(i) گهٽ رفتار ، وڌيڪ وقت گهربل
(ii) تيز رفتار ، گهٽ وقت گهربل
(iii) گهٽو وقت ، گهٽ مزدور گهربل
(iv) گهٽ وقت ، وڌيڪ مزدور گهربل

عام زندگيءَ سان لاڳاپيل سبتي ۽ اُبتي تناسب جا عبارتي حساب

مثال1: 20 ميٽر ڪپڙي مان 4 جوڙا ٺهن ٿا. ٻڌايو ته 15 جوڙ ٺهڻ لاءِ ڪيترو ڪپڙو گهرجي ٿو؟

حل: فرض ڪريو ته گهربل ڪپڙو x ميٽر آهي.

جوڙن جو تعداد	ڪپڙو (ميٽرن ۾)
4	20
15	x

(گهٽو ڪپڙو ، گهٽا جوڙا) سبتو تناسب

$$4 : 15 : : 20 : x$$

جيئن ته تناسب جي وچين جي ضرب اُپت = تناسب جي پڇڙين جي ضرب اُپت

يا $4x = 15 \times 20$

يا $x = \dfrac{15 \times \cancel{20}^{5}}{\cancel{4}_{1}}$

يا $x = 75$

تنهنڪري گهربل ڪپڙو 75 ميٽر آهي.

استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي ته روزاني زندگيءَ جي اهڙي قسم جي وڌيڪ مثالن کي شاگردن کان حل ڪرائڻ ۾ شاگردن جو ڀرپور ساٿ ڏئي ۽ کين هر ممڪن مدد ڪري.

مثال2: جيڪڏهن 3 پائيپ هڪ ٽانڪي 80 منٽن ۾ ڀرپور ڀرين ٿا ته ٻڌايو ته 5 پائيپ ساڳي ٽانڪي، ڪيتري وقت ۾ ڀريندا؟

حل:

وقت منٽن ۾	پائيپن جو تعداد
80 ↑	3 ↓
x	5

(گهٽا پائيپ ، ٿورو وقت) **اُبتو تناسب**

$$3 : 5 :: x : 80$$

جيئن ته تناسب جي وچين رڪنن جي ضرب اُپت = تناسب جي پڇڙين جي ضرب اُپت

يا $x \times 5 = 3 \times 80$

يا $x = \dfrac{3 \times \cancel{80}^{16}}{\cancel{5}_{1}}$

يا $x = 48$

تنهنڪري 5 پائيپ ساڳي ٽانڪي 48 منٽن ۾ ڀريندا.

مشق 6.3

(1) احمد 100 مارڪن جي هڪ ٽيسٽ پيپر ۾ 60 مارڪون حاصل ڪيون. ٻڌايو ته 75 مارڪن جي ساڳي ٽيسٽ پيپر ۾ هن جون حاصل ڪيل مارڪون ڪيتريون ٿينديون؟

(2) لوهه جي هڪ ٽڪر جي $\frac{5}{9}$ حصي جو وزن 35 ڪلوگرام آهي. ٻڌايو ته انهيءَ ساڳي لوهه جي ٽڪر جي $\frac{2}{7}$ حصي جو وزن ڪيترو ٿيندو؟

(3) هڪ نقشي تي 80 ڪلوميٽر جي اصل مفاصلي کي 5 س م ليڪ ٽڪر سان ظاهر ڪريون ٿا. اهڙي طرح نقشي تي ڪن ٻن شهرن جي وچ واري مفاصلي کي 15 س.م ليڪ ٽڪر سان ظاهر ڪيو ويو آهي. ٻڌايو ته اهو اصل ۾ ڪل ڪيترو مفاصلو آهي؟

(4) جيڪڏهن هڪ درجن بيضا 60 رپين ۾ ملن ٿا ته ٻڌايو ته 32 بيضا ڪيترن رپين ۾ ملندا؟

(5) تبسم جي هڪ مهيني جي پگهار 42000 رپيا آهي. هوءَ 39000 رپيا گهرو خرچ ۾ لڳائي ٿي. هن جي مهيني جي بچت ۽ پگهار جي پاڻ ۾ نسبت لهو. ان کان علاوه هن جي ماهوار خرچ ۽ پگهار جي نسبت پڻ لهو.

(6) جيڪڏهن نويد ڪنهن ڪتاب جا 45 صفحا، 75 منٽن ۾ پڙهي سگهي ٿو. ٻڌايو ته هن کي ساڳي قسم ۽ ساڳي سائيز جي 876 صفحن پڙهڻ ۾ ڪل ڪيترو وقت لڳندو؟

(7) هڪ ڪتاب ۾ ڪل 130 صفحا آهن ۽ هرهڪ صفحي تي 24 ليڪون آهن . هاڻي انهيءَ ڪتاب کي 80 صفحن ۾ آڻڻ چاهيون ٿا. ٻڌايو ته انهيءَ ڪتاب جي هرهڪ صفحي تي ڪيتريون ليڪون هونديون؟

(8) جيڪڏهن 80 مزدور ڪو ڪم 6 ڏينهن ۾ پورو ڪن ٿا. ٻڌايو ته 10 مزدور ساڳيو ڪم ڪُل ڪيترن ڏينهن ۾ پورو ڪندا؟

جائزي واري مشق 6

(1) هيٺين جي نسبت لهي، ان کي سادي صورت ۾ آڻيو.

(i) پنهنجي ڪاپيءَ جي ڊيگهه ۽ ويڪر جي نسبت.

(ii) پنهنجي ڪلاس جي حاضر ۽ غير حاضر شاگردن جي تعداد جي نسبت.

(iii) پنهنجي ڪلاس جي ٻن دوستن جي وزن جي پاڻ ۾ نسبت.

(iv) پنهنجي ٽن دوستن جي روزاني جيب خرچيءَ جي نسبت.

(v) پنهنجي ڪلاس جي ڪتابن، رياضي، انگريزي ۽ سماجي اڀياس جي صفحن جي نسبت.

(2) هيٺ ڏنل نسبت جون، برابر نسبتون معلوم ڪريو.

(I)	2 : 3 = __________	(ii)	10 : 8 = __________
(iii)	1 : 4 = __________	(iv)	21 : 35 = __________
(v)	13 : 91 = __________	(vi)	33 : 110 = __________

(3) هيٺ ڏنل هرهڪ تناسب ۾ x جو ملهه لهو.

(i) $2 : 5 :: x : 10$ (ii) $5 : x :: 10 : 14$

(iii) $15 : 30 :: 1 : x$ (iv) $x : 12 :: 3 : 4$

(v) $x : 200 :: 18 : 25$ (vi) $132 : 216 :: 33 : x$

(4) هيٺين مان ڪهڙا اُبتا تناسب آهن؟

(i) توهان جي خريد ڪيل ڪاپين جو تعداد ۽ انهن جي ڪل قيمت.

(ii) ماڻهن جو تعداد جيڪي ڪم ڪن ٿا ۽ وقت جيترو اُهي لڳائن ٿا.

(iii) گاڏيءَ جي رفتار ۽ وقت جيترو گاڏيءَ منزل پوري ڪرڻ ۾ ورتو.

(iv) پاڪيٽن جو ڪل تعداد ۽ هرهڪ پاڪيٽ ۾ پينسلن جو تعداد.

(5) هڪ اسڪول ۾ ڪل 670 شاگرد آهن. جنهن مان 350 ڇوڪرا آهن، باقي ڇوڪريون آهن ته هيٺين جي پاڻ ۾ نسبت لهو.

(i) ڇوڪرن جي تعداد ۽ ڪل شاگردن جي تعداد جي.

(ii) ڇوڪرين جي تعداد ۽ ڪل شاگردن جي تعداد جي.

(iii) ڇوڪرين جي تعداد ۽ ڇوڪرن جي تعداد جي.

(iv) ڇوڪرن جي تعداد ۽ ڇوڪرين جي تعداد جي.

(6) ريحانه 26 لفظ 2 منٽن ۾ لکي ٿي. ٻڌايو ته 325 لفظ لکڻ ۾ هن کي ڪيترو وقت لڳندو؟

(7) ٻارهن لٽر کير 1200 رپين ۾ ملي ٿو. ٻڌايو ته $13\frac{1}{2}$ لٽر کير ڪيتري ۾ ملندو؟

(8) 24 ميٽر اوچي ڀت 16 مزدور هڪ خاص وقت ۾ ناهي پوري ڪن ٿا. ٻڌايو ته ساڳي قسم جي 18 ميٽر اوچي ڀت ڪيترا مزدور ساڳي وقت ۾ ناهي پوري ڪندا؟

(9) 600 ماڻهن جي خوراڪ 18 ڏينهن لاءِ موجود آهي. ٻڌايو ته ڪيترا ماڻهو ساڳي خوراڪ 27 ڏينهن ۾ پوري ڪندا؟

خـلاصـو

- ٻن ساڳي قسم جي شين جي تعداد جي ڀيٽ کي نسبت چئون ٿا.
- ٻن عددن a ۽ b جي نسبت کي هيٺين ريت لکون ٿا. جڏهن $b \neq 0$

انس —— a / چيد —— b يا $a : b$ —— اڳيون / پويون

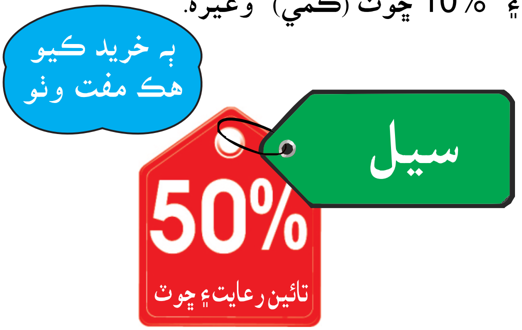
- نسبت جي ترتيب کي اهميت آهي. عام طور تي $b : a \quad a : b$
- نسبت ۾ ڪابہ تبديلي نہ ايندي. جيڪڏهن نسبت جي رڪنن کي ساڳي عدد سان ضرب يا ونڊ ڪئي وڃي.
- ٻن نسبتن جي برابريءَ کي تناسب چئجي ٿو. جيڪڏهن a، b، c، d تناسب ۾ آهن تہ پوءِ $a : b = c : d$ يا $a : b : : c : d$
- جڏهن تہ a، b، c ۽ d کي ترتيبوار پهريون، ٻيون، ٽيون ۽ چوٿون تناسب چيو وڃي ٿو.
- جيڪڏهن a، b ۽ c لڳاتار تناسب ۾ آهن تہ پوءِ هرهڪ (a : b :: c : d) لاءِ ad = bc هتي a ۽ d تناسب جون پڇڙيون آهن، جڏهن تہ b ۽ c تناسب جا وچيان آهن تناسب جي پڇڙين جي ضرب = تناسب جي وچين جي ضرب اُپٽ ساڳي ٿيندي
- نسبت وارين ٻن واسطيدار شين مان هرهڪ ۾ جيڪڏهن واڌ يا ڪمي گڏوگڏ اچي تہ اهڙي تناسب کي سڌو تناسب چيو وڃي ٿو.
- ٻن واسطيدار شين مان جيڪڏهن هڪ شيءِ ۾ واڌ اچڻ سبب، ٻيءَ شيءِ ۾ گهٽتائي پيدا ٿئي يا جيڪڏهن هڪ شيءِ ۾ گهٽتائي اچڻ سبب، ٻيءَ شيءِ ۾ واڌ پيدا ٿئي تہ اهڙي تناسب کي اُبتو تناسب چئجي ٿو.

يونٽ 7

مالياتي حساب

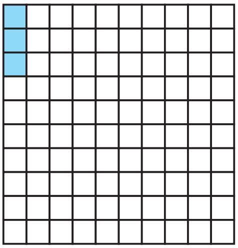
7.1 في سيڪڙو

توهان اڪثر اهڙا جملا ٻُڌا هوندا. ”وڪرو وڪرو“ يا ”سيل سيل“ يعني ”50 سيڪڙي تائين رعايت“. ”10 کان 60 سيڪڙو رعايت“ ۽ ”10% ڇوٽ (ڪمي)“ وغيره.



عام زندگيءَ ۾ اسين، ڪيترن ئي شين جي خريد و فروخت تي في سيڪڙو استعمال ڪندا آهيون. جهڙوڪ رعايت، خريداريءَ دوران وغيره. في سيڪڙو لفظ هڪ اهم هنر آهي. لفظ في سيڪڙو (Percent)، لاطيني لفظ “Per centum” جي مختصر صورت آهي. ان جي معنىٰ آهي ”سو منجهان“.

في سيڪڙي کي هڪ اٽيور جي صورت ۾ سجاڻ جنهن جو ڇيد 100 هجي



هيءَ شڪل ڏسو. اِها 100 برابر حصن ۾ ورهايل آهي. 100 مان 3 حصا شيڊ ٿيل آهن يعني شڪل جو $\frac{3}{100}$ شيڊ ٿيل آهي. اسين چونداسين ته شڪل جو ”3 سيڪڙو“ شيڊ ٿيل آهي.

في سيڪڙي کي نشاني % سان ظاهر ڪيو ويندو آهي.

تنهنڪري اسين چئي سگهون ٿا ته ڪل 3% شيڊ ٿيل آهي. 100 جي ڇيد واري ڪنهن به اٽيور کي في سيڪڙي ۾ ظاهر ڪري سگهجي ٿو.

في سيڪڙو اٽيور جو هڪ خاص قسم آهي جيڪو 100 حصن مان ڪجهه حصا ظاهر ڪري ٿو.

استاد لاءِ هدايت: في سيڪڙي جي تصور کي واضح ڪرڻ لاءِ اُستاد کي گهرجي ته جاميٽريءَ جي شڪلين ۽ عام زندگيءَ جي مثالن تي زور ڏي.

100 جي ڇيد واري اڀپور ۾ ظاهر ڪندي، في سيڪڙي کي هڪ اڀپور ۾ مَٽائڻ

اسين 100 جي ڇيد واري اڀپور ۾ ظاهر ڪندي، في سيڪڙي کي هڪ اڀپور ۾ مَٽائي، سادي صورت ۾ آڻي سگهون ٿا.

هيٺين مثالن تي غور ڪريو.

مثال1: 5% کي اڀپور ۾ مَٽايو.

حل:

$$5\% = \frac{5}{100}$$

$$= \frac{\cancel{5}}{\cancel{100}_{20}} = \frac{1}{20}$$

مثال2: 72% کي اڀپور ۾ مٽايو.

حل:

$$72\% = \frac{72}{100}$$

$$= \frac{\overset{18}{\cancel{72}}}{\cancel{100}_{25}} = \frac{18}{25}$$

مثال3: $7\frac{1}{2}\%$ کي اڀپور ۾ مٽايو.

حل:

$$7\frac{1}{2}\% = \frac{15}{2}\% = \frac{\overset{3}{\cancel{15}}}{2} \times \frac{1}{\cancel{100}_{20}}$$

$$= \frac{15}{200} = \frac{3\text{x}1}{2\text{x}20} = \frac{3}{40}$$

100 سان ضرب ڪندي، هڪ اڀپور کي في سيڪڙي ۾ مَٽائڻ

اُهي اڀپور جن جو ڇيد 100 هجي، آساني سان في سيڪڙي ۾ مَٽجي سگهجن ٿا.

مثال طور : $\frac{97}{100} = 97\%$ ۽ $\frac{5}{100} = 5\%$

اهي اٽپور جن جا ڇيد 100 جي برابر نہ هجن. اهڙن اٽپورن کي ٻن طريقن سان في سيڪڙي ۾ مَٽائبو آهي.

(i) پهريائين ڏنل اٽپور کي 100 جي ڇيد واري هڪ جيتري اٽپور ۾ مَٽايو ۽ ان کانپوءِ في سيڪڙي ۾ ظاهر ڪريو.
(ii) ڏنل اٽپور کي 100 سان ضرب ۽ ونڊ ڪرڻ لاءِ في سيڪڙي ۾ مَٽايو يعني 100% سان ضرب ڪرڻ سان.

مثال1: $\frac{1}{2}$ کي في سيڪڙي ۾ تبديل ڪريو.

حل: 100 جي ڇيد واري هڪ جيتري اٽپور ۾ تبديل ڪرڻ لاءِ 100% سان ضرب ڪريون ٿا.

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \times 50}{2 \times 50} = \frac{50}{100} = 50 \times \frac{1}{100} = 50\% \ (\because \frac{1}{100} = 1\%)$$

100% ضرب ڪرڻ سان

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{100}{100}$$

$$= \frac{100}{2} \times \frac{1}{100} = 50\% \quad (\because \frac{1}{100} = 1\%)$$

تنهڪري

مثال2: $\frac{3}{5}$ کي في سيڪڙي ۾ مَٽايو.

حل: 100 جي ڇيد واري هڪ جيتري اٽپور ۾ تبديل ڪرڻ لاءِ.

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 20}{5 \times 20} = \frac{60}{100} = 60\%$$

100% سان ضرب ڪريون ٿا.

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{100}{100}$$

$$= \left(\frac{3 \times \cancel{100}^{20}}{\cancel{5}_{1}}\right)\%$$

$$= 60\% \qquad (\because \frac{1}{100} = 1\%)$$

مثال3: $\frac{5}{8}$ کي في سيڪڙي ۾ مٽايو.

حل:

$$\frac{5}{8} = \frac{5}{8} \times \frac{100}{100}$$

$$= \left(\frac{5}{\cancel{8}_{2}} \times \cancel{100}^{25}\right) \frac{1}{100} = \frac{125}{2}\%$$

في سيڪڙي کي ڏهائي اٽپور ۾ مٽائڻ لاءِ ان کي 100 جي چيد واري اٽپور ۾ ظاهر ڪرڻ ۽ پوءِ ڏهائي اٽپور ۾ مٽائڻ

في سيڪڙي کي ڏهائي اٽپور ۾ مٽائڻ واري طريقي جي وضاحت هيٺين مثالن ذريعي ڪجي ٿي.

مثال1: 3% کي ڏهائي اٽپور ۾ مٽايو.

حل:

$$3\% = \frac{3}{100} = 0.03$$

مثال2: $\frac{5}{2}\%$ کي ڏهائي اٽپور ۾ مٽايو.

حل:

$$\frac{5}{2}\% = 2.5\%$$

$$= \frac{2.5}{100} = 0.025$$

مثال3: 135% کي ڏهائي اٽپور ۾ مٽايو.

حل:

$$135\% = \frac{135}{100} = 1.35$$

ڏهائي اٽپور کي في سيڪڙي ۾ مٽائڻ لاءِ ان کي 100 جي چيد واري اٽپور ۾ ظاهر ڪرڻ ۽ پوءِ في سيڪڙي ۾ مٽائڻ

ڏهائي اٽپور کي في سيڪڙي ۾ مٽائڻ واري طريقي جي وضاحت هيٺين مثالن ذريعي ڪجي ٿي.

مثال1: 0.5 کي في سيڪڙي ۾ مٽايو.

حل:

$$0.5 = \frac{5}{10} = \frac{5 \times 10}{10 \times 10} = \frac{50}{100} = 50\%$$

استاد لاءِ هدايت: اُستاد کي پڪ ڪرڻ گهرجي تہ شاگرد في سيڪڙي جي آسان سوالن کي اٽپور ۾ ۽ اٽپورن جي سوالن کي في سيڪڙي ۾ زباني مٽائي سگهن ٿا.

مثال2: 0.25 کي في سيڪڙي ۾ مٽايو.

حل:

$$0.25 = \frac{25}{100} = 25\%$$

اسين 100% سان ضرب ڪندي، ڏهائي اڀپور کي في سيڪڙي ۾ مٽائي سگهون ٿا.

مثال 3: 0.125 کي في سيڪڙي ۾ مٽايو.

حل:

$$0.125 = 0.125 \times 100\%$$

$$= \frac{125}{\cancel{1000}_{10}} \times \cancel{100}^{1}\%$$

$$= \frac{125}{10}\%$$

$$= 12.5\%$$

ڏنل مقدار جو في سيڪڙو معلوم ڪرڻ

هينئين مثالن ذريعي، اسين ڏنل مقدار جي في سيڪڙي معلوم ڪرڻ جي طريقي جي وضاحت ڪريون ٿا.

مثال1: 75 جو 15% معلوم ڪريو.

حل: 75 جو 15% $= \frac{15}{\cancel{100}_{4}} \times \cancel{75}^{3}$

$$= \frac{45}{4}$$

$$= 11\frac{1}{4}$$

مثال2: ڇا 140 جو 20% وڌو آهي، 150 جي 25% کان؟

حل:

140 جو 20% $= 140 \times \frac{\cancel{20}}{\cancel{100}_{5}} = 28$

150 جو 25% $= 150 \times \frac{\cancel{25}^{1}}{\cancel{100}_{4}} = \frac{75}{2} = 37\frac{1}{2}$

جيئن ته $28 < 37\frac{1}{2}$

انهيءَ ڪري 140 جو 20% وڌو نہ آهي 150 جي 25% کان.

مثال3: في سيڪڙي جو استعمال ڪندي، هينين اٽپورن ڪي ننڍي وڏائي ۽ وڏ ننڍائي ترتيب ۾ لکو.

$$\frac{1}{2},\ \frac{7}{5},\ \frac{3}{4}$$

حل:

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{\cancel{2}_{1}} \times \cancel{100}^{50}\% = 50\%$$

$$\frac{7}{5} = \frac{7}{\cancel{5}_{1}} \times \cancel{100}^{20}\% = 140\%$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{\cancel{4}_{1}} \times \cancel{100}^{25}\% = 75\%$$

جيئن ته $50\% < 75\% < 140\%$

انهيءَ ڪري ننڍي وڏائي ترتيب هينين ريت آهي:

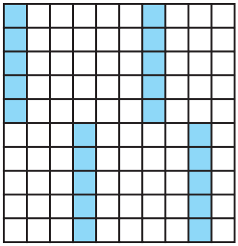
$$\frac{1}{2},\ \frac{3}{4},\ \frac{7}{5}$$

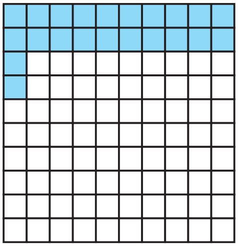
۽ وڏ ننڍائي ترتيب ڪي پڻ هينين نموني لکون ٿا.

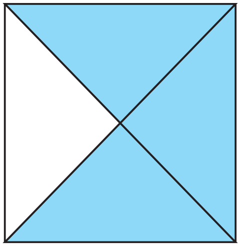
$$\frac{7}{5},\ \frac{3}{4},\ \frac{1}{2}$$

مشق 7.1

(1) هينين شڪلين جو ڪيترو في سيڪڙو شيڊ ٿيل آهي؟

(i) 

(ii) 

(iii) 

(2) هيٺين کي اڀپورن ۽ ڏهائي اڀپور ۾ بدلايو.

(i) 25%	(ii) 1%	(iii) 31%	(iv) 15%
(v) $8\frac{1}{2}\%$	(vi) 20.5%	(vii) 175%	(viii) 115%
(ix) 225%	(x) $2\frac{1}{2}\%$		

(3) هيٺين اڀپورن کي في سيڪڙ ۾ مٽايو.

(i) $\frac{1}{4}$ (ii) $\frac{7}{20}$ (iii) $\frac{8}{25}$ (iv) $\frac{5}{4}$

(4) هيٺين ڏنل هرهڪ في سيڪڙي کي ڏهائي اڀپور ۾ لکو.

(i) 25% (ii) 31% (iii) 1% (iv) $2\frac{1}{2}\%$ (v) 6.5%

(5) هيٺين ڏهائي اڀپورن کي في سيڪڙي ۾ مٽايو.

(i) 0.025	(ii) 0.4	(iii) 0.85
(iv) 0.105	(v) 12.5	(vi) 125.5

(6) هيٺيان 1 ميٽر جو ڪيترو في سيڪڙو ٿيندا؟

(i) 70 cm (ii) 50 cm (iii) 75 cm (iv) 125 cm (v) 100 cm

(7) هڪ دُڪان تي سائنس جي ڪتابن جو وڪرو 30% آهي. ان کي اڀپور ۾ لکو.

(8) خالده 150 مان 96 مارڪون حاصل ڪيون. هِن ڪُل مارڪن جو ڪيترو في سيڪڙو حاصل ڪيو آهي؟

(9) هيٺيان في سيڪڙا معلوم ڪريو.

(i) 10 جو 50%	(ii) 70 جو 30%
(iii) 250 جو 25%	(iv) 50 جو 50%
(v) 750 جو 75%	(vi) 50 س.م جو 125%
(vii) 300 لٽرن جو 60%	(viii) 13.25 رُپين جو 20%
(ix) 8ڪلاڪن جو 60.5%	(x) 172 ميٽرن جو 25%
(xi) 210 جو 15%	(xii) 1011 جو 75%
(xiii) 301 جو 35%	(xiv) 910 جو 65%

(10) في سيڪڙو استعمال ڪندي، هينين اڀپورن کي ننڍ وڏائي ۽ وڏ ننڍائي ترتيب ۾ لکو.

$\frac{3}{4}$ ، $\frac{1}{4}$ ، $\frac{2}{5}$

في سيڪڙي تي عام زندگي جا لکتي حساب حل ڪرڻ

في سيڪڙو عام زندگي ۾ استعمال ٿيندو آهي. هينين مثالن ۾ انهيءَ ڳالهه کي واضح طور بيان ڪيل آهي.

مثال 1: ناهيد وٽ 120 رُپيا آهن. هيءَ رقم جو 25% خرچ ڪري ٿي. هُن وٽ ڪُل ڪيتري رقم بچي؟

حل:

ڪُل رقم = 120 رُپيا

خرچ جي شرح = ڪُل رقم جو 25%

خرچ ٿيل رقم = $120 \times \frac{25}{100} = 30$

ناهيد وٽ بچيل رقم = $(120 - 30) = 90$ رُوپيا

مثال 2: 40 شاگرن مان 75% شاگرد امتحان ۾ حاضر هئا. ٻڌايو ته ڪيترا شاگرد غير حاضر هئا؟

حل:

ڪُل شاگرد = 40

حاضر شاگردن جو في سيڪڙو = 75%

حاضر شاگردن جو تعداد = 40 جو 75%

= $(\frac{75}{100} \times 40) = 30$ شاگرد

غير حاضر شاگردن جو تعداد = $(40 - 30) = 10$ شاگرد

ٻيو طريقو

جيئن ته حاضر شاگردن جو في سيڪڙو = 75%

انهي ڪري غير حاضر شاگردن جو في سيڪڙو = $(100 - 75) = 25\%$

تنهنڪري غير حاضر شاگردن جو تعداد = 40 جو 25%

= $(40 \times \frac{25}{100}) = 10$ شاگرد

ڪڏهن ڪڏهن اسان کي ڪُل مقدار معلوم ڪرڻ جي ضرورت پوندي آهي، جيڪڏهن في سيڪڙو ۽ ڏنل مقدار (مقدار جو سيڪڙو) مليل هجن. ان صورت ۾ اسين هيٺيون اصول استعمال ڪنداسين.

في سيڪڙو ÷ ڏنل مقدار = ڪُل مقدار

مثال3: ڪُل مقدار معلوم ڪريو، جيڪڏهن ان جو 75% آهي 123.

حل: فارمولي کي استعمال ڪندي

شرح ÷ مقدار جو في سيڪڙو = گُهربل ڪل مقدار

هتي شرح = 75% ۽ ڪُل مقدار جو 75 سيڪڙو = 123

تنهنڪري، گُهربل ڪُل مقدار =

$$= 123 \div \frac{75}{100}$$

$$= \cancel{123}^{41} \times \frac{\cancel{100}^{4}}{\cancel{75}_{3}}$$

$$= 164$$

جيئن تہ

$$\times 100\% \quad \frac{\text{ڪُل مقدار جو حصو}}{\text{ڪُل مقدار}} = \text{في سيڪڙو}$$

انهي ڪري گهربل مقدار 164 آهي.

مثال4: حَسن جي پگهار جو 25% آهي، 1250 رُپيا آهي. هِن جي ڪل پگهار معلوم ڪريو.

حل: هتي

شرح = 25%

پگهار جو 25 في سيڪڙو = 1250

ڪل پگهار = شرح ÷ (پگهار جو في سيڪڙو)

$$= 1250 \div 25\%$$

$$= 1250 \div \frac{25}{100}$$

$$= 1250 \times \frac{\cancel{100}^{4}}{\cancel{25}_{1}}$$

= 5000 رُپيا

انهيءَ ڪري حَسن جي پگهار 5000 رُپيا آهي.

مثال5: هڪ امتحان ۾ اڪرم 850 مارڪن مان 510 مارڪون حاصل ڪيون. معلوم ڪريو تہ هن مارڪن جو ڪيترو في سيڪڙو حاصل ڪيو؟

حل: هي سوال هينئين فارمولي سان حل ٿي سگهي ٿو.

$$\text{في سيڪڙو} = \frac{\text{مقدار جو حصو}}{\text{مقدار}} \times 100\%$$

هتي مقدار = 850 مارڪون

مقدار جو حصو = 510 مارڪون

تنهنڪري في سيڪڙو = $100 \times \frac{510}{850} = 60\%$

مشق 7.2

(1) مون 75 مارڪن مان 60 مارڪون حاصل ڪيون. منهنجي مارڪن جو في سيڪڙو ڇا ٿيندو؟

(2) صائمہ 500 رُپين مان 300 رُپيا خرچ ڪيا. هِن جي خرچ جو في سيڪڙو معلوم ڪريو.

(3) هڪ ڳوٺ ۾ 8500 ووٽ ڊينڊڙ ماڻهو هئا. 34% ماڻهن ووٽ نہ ڏنو. انهن ووٽ ڊينڊڙ ماڻهن جو تعداد معلوم ڪريو، جن پنهنجا ووٽ ڏنا.

(4) هڪ ڳوٺ جي آبادي 15000 ماڻهو آهي. جيڪڏهن هڪ سال ۾ آباديءَ ۾ 5% واڌ اچي ٿي تہ هڪ سال ڪانپوءِ آبادي ڇا ٿيندي؟

(5) راحيلہ مهيني ۾ پنهنجي پگهار جو 5% خيرات ۾ ڏي ٿي. هِن جي ماهوار ڪل پگهار معلوم ڪريو.

(6) ٻن شهرن جي وچ ۾ مفاصلي جو 13% آهي 36 ڪلوميٽر. ٻنهي شهرن جي وچ ۾ ڪل مفاصلو معلوم ڪريو.

(7) نعيم جي ماهوار پگهار 8000 رُپيا آهي ۽ هيءُ هر مهيني 6000 رُپيا خرچ ڪري ٿو. هِن جي خرچ جو في سيڪڙو معلوم ڪريو.

(8) برسات واري ڏينهن اسڪول ۾ 750 مان 600 شاگرد حاضر هئا. ٻڌايو تہ اُن ڏينهن شاگردن جو ڪيترو في سيڪڙو غير حاضر هو؟

(9) جيڪڏهن ٽڪنڊي جي هڪ ڪُنڊ 90^o آهي. ٽڪنڊي ۾ رهيل ٻه ٻيون ڪنڊون معلوم ڪريو. جيڪڏهن اِهي رهيل ٻه ڪنڊون ترتيبوار 90^o جو 30% ۽ 70% آهن.

(10) هڪ چورس جي ايراضي 100 چورس س. م آهي. مستطيل جي ايراضي معلوم ڪريو، جنهن جي ايراضي ڏنل چورس جي ايراضي کان 10% وڌيڪ آهي.

(11) ڪنهن دُڪان جي هرهڪ شيءِ تي ترتيبوار 15% ۽ 20% رعايت آهي. جيڪڏهن ڪنهن شي جي قيمت 100 رُپيا آهي، ته ان شيءِ تي ڏنل ڪُل رعايت لهو.

7.2 نفعو، نقصان ۽ رعايت

وڪري جي قيمت ۽ خريدي قيمت کي بيان ڪرڻ

هر قسم جي واپار ۾ سامان وڪرو يا خريد ڪيو ويندو آهي. هر قسم جو ڪاروبار نفعي لاءِ ڪيو ويندو آهي پر ڪڏهن ڪڏهن نقصان به برداشت ڪرڻو پوندو آهي. اها رقم جيڪا سامان خريد ڪرڻ لاءِ ادا ڪئي وڃي، تنهن کي ”خريدي قيمت“ ۽ اها رقم جيڪا سامان وڪڻڻ سان حاصل ٿئي تنهن کي ”وڪري جي قيمت“ چئبو آهي.

نفعو، نقصان ۽ رعايت بيان ڪرڻ

(1) في سيڪڙو نفعو ۽ في سيڪڙو نقصان

ڪنهن واپار ۾ جيڪڏهن هڪ شيءِ جي وڪري واري قيمت، خريدي قيمت، کان وڌيڪ هجي ته، واپار ۾ نفعو ٿيندو. پر جيڪڏهن ڪنهن شيءِ جي وڪري واري قيمت، خريدي قيمت کان گهٽ هجي، ته ان واپار ۾ نقصان ٿيندو.

انهيءَ ڪري خريدي قيمت - وڪري جي قيمت = نفعو

وڪري جي قيمت - خريدي قيمت = نقصان

واپاري عام طرح سان سامان جي نفعي ۽ نقصان کي معلوم ڪرڻ يا ڀيٽ ڪرڻ لاءِ، في سيڪڙي جو استعمال ڪندا آهن. مثال طور هڪ دُڪاندار هڪ جوس 50 رُپين ۾ خريد ڪري ٿو ۽ 60 رُپين ۾ وڪڻي ٿو. ساڳي ريت هي هڪ کير جو دٻو (ملڪ پيڪ) 100 رُپين ۾ خريد ڪري ٿو ۽ 110 رُپين ۾ وڪڻي ٿو. ٻنهي واپارن ۾ هن 10 رُپيا نفعو ڪمايو. لڳي ائين ٿو ته هن ٻنهي صورتن ۾ ساڳيو نفعو ڪمايو، پر اها حقيقت نه آهي. تنهنڪري اهڙي صورت ۾ في سيڪڙو نفعو يا في سيڪڙو نقصان معلوم ڪرڻ فائديمند آهن.

هاڻي $\frac{\text{نفعو}}{\text{خريدي قيمت}} \times 100\%$ = في سيڪڙو نفعو ۽ $\frac{\text{نقصان}}{\text{خريدي قيمت}} \times 100\%$ = في سيڪڙو نقصان

$\frac{10}{50} \times 100 = 20\%$ = جوس لاءِ في سيڪڙو نفعو

$\frac{10}{100} \times 100 = 10\%$ = ملڪ پيڪ لاءِ في سيڪڙو نفعو

ان مان ظاهر ٿئي ٿو ته ٻنهي صورتن ۾ في سيڪڙو نفعو ساڳيو نه آهي. انهيءَ ڪري في سيڪڙي نفعي مان خبر پوي ٿي، ته ڪهڙو واپار وڌيڪ نفعو ڏي ٿو.

(2) رعايت

ڪنهن شيءِ جي اصل وڪري واري قيمت ۾ گهٽتائي کي ڇُوٽ يا رعايت چئبو آهي. يعني

رعايت) – اصل وڪري جي قيمت) = ڪُل وڪري جي قيمت

ياد رکو: في سيڪڙو رعايت رڳو اصل وڪري جي قيمت تي معلوم ڪئي ويندي آهي ۽ خريدي قيمت يا وڪري جي قيمت تي نه.

مثال: هڪ شيءِ جي اصل وڪري جي قيمت 400 رُپيا آهي ۽ ان کي 10% رعايت تي وڪيو وڃي ٿو. شي جي ڪُل وڪري جي قيمت معلوم ڪريو.

حل: 400 رُپين جو 10% = رعايت

$= \frac{10}{100} \times 400 = \frac{10}{\cancel{100}} \times \cancel{400}^{4} = 40$ رُپيا

تنهنڪري (رعايت – اصل وڪري جي قيمت) = ڪُل وڪري جي قيمت

$400 - 40$ = 360 رُپيا =

نفعي، نقصان ۽ رعايت تي مشتمل عام زندگي جا لڪتي حساب حل ڪرڻ

مثال1: هڪ اسڪول جو ٿيلهو 180 رُپين ۾ خريد ڪيو ويو آهي ۽ 225 رُپين ۾ وڪيو ويو آهي. في سيڪڙو نفعو معلوم ڪريو.

حل: خريدي قيمت – وڪري جي قيمت = نفعو

$= 225 - 180 = 45$ رُپيا

هاڻي $\frac{\text{نفعو}}{\text{خريدي قيمت}} \times 100\%$ = في سيڪڙو نفعو

$= \frac{45}{18\cancel{0}} \times 10\cancel{0}\% = \frac{450}{18}\%$

تنهنڪري نفعو = 25%

مثال2: هڪ ميوو وڪڻندڙ ڪُل 40 درجن ڪيلا خريد ڪري ٿو. انهن جي خريدي قيمت 50 رپيا في درجن آهي. هي سڀ ڪيلا 60 رپيا في درجن جي حساب سان وڪڻي ٿو. هِن جو ڪُل نفعو ۽ في سيڪڙو نفعو معلوم ڪريو.

حل:

في درجن خريدي قيمت = 50 رُپيا

ڪل خريدي قيمت = $40 \times 50 = 2000$ رُپيا

في درجن وڪري جي قيمت = 60 رُپيا

ڪُل وڪري جي قيمت = $40 \times 60 = 2400$ رُپيا

نفعو = خريدي قيمت − وڪري جي قيمت

نفعو = 2000 − 2400

نفعو = 400 رُپيا

$$\text{x } 100\% \; \frac{\text{نفعو}}{\text{خريدي قيمت}} = \text{في سيڪڙو نفعو}$$

$$= \frac{4\cancel{00}}{20\cancel{00}} \times 100\%$$

$$= \frac{1}{5} \times 100\%$$

$$= 20\%$$

مثال3: صائم هڪ موبائل سيٽ 15000 رُپين ۾ خريد ڪيو. ڪجهه وقت ڪانپوءِ هِن اِهو موبائل سيٽ 12000 رُپين ۾ وڪيو. هِن جو في سيڪڙو نقصان معلوم ڪريو.

حل:

هتي خريدي قيمت = 15000 رُپيا

وڪري جي قيمت = 12000 رُپيا

جيئن ته خريدي قيمت وڌيڪ آهي وڪري جي قيمت کان. تنهنڪري نقصان ٿيو.

نقصان = وڪري جي قيمت − خريدي قيمت

3000رُپيا = (12000 − 15000) =

تنهنڪري

$$\text{x}100\% \; \frac{\text{نقصان}}{\text{خريدي قيمت}} = \text{في سيڪڙو نقصان}$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{3000}}}{\underset{5}{\cancel{15000}}} \times \cancel{100}\%$$

$$= \frac{1}{5} \times 100\%$$

$$= 20\%$$

مثال4: بسمہ هڪ ٽي وي 20000 رُپين ۾ خريد ڪئي ۽ نئين ماڊل جي ٽي وي خريد ڪرڻ لاءِ هن اِها 18000 رُپين ۾ وڪي. هن جو في سيڪڙو نفعو يا نقصان معلوم ڪريو.

حل: هتي خريدي قيمت = 20000 رُپيا

وڪري جي قيمت = 18000 رُپيا

جيئن تہ خريدي قيمت وڌيڪ آهي وڪري جي قيمت کان. تنهنڪري نقصان ٿيو.

نقصان = وڪري جي قيمت − خريدي قيمت

= 18000 − 20000

نقصان = 2000 رُپيا

تنهنڪري في سيڪڙو نقصان = $\frac{\text{نقصان}}{\text{خريدي قيمت}} \times 100\%$

$$= \frac{2\cancel{000}}{2\cancel{0000}} \times 100\%$$

$$= \frac{1}{10} \times 100\% = 10\%$$

مثال5: هڪ واپاريءَ پنهنجي سامان لاءِ اصل وڪري جي قيمت خريدي قيمت کان 30% متي رکي آهي. جيڪڏهن هو پنهنجي گراهڪن کي 20% رعايت ڏيڻ چاهي ٿو تہ، هُن جو في سيڪڙو نفعو معلوم ڪريو.

حل: فرض ڪريو تہ خريدي قيمت 100 رُپيا آهي.

تہ پوءِ اصل وڪري جي قيمت = (100+30) رُپيا = 130 رُپيا

رعايت = 20% اصل وڪري جي قيمت جو

$= \frac{20}{100} \times 130 = 26$ رُپيا

انهيءَ ڪري رعايتي قيمت = ڪُل وڪري جي قيمت − رعايت

= 130رُپيا − 26رُپيا

= 104رُپيا

انهيءَ ڪري نفعو = خريدي قيمت − وڪري جي قيمت

4رُپيا = 100رُپيا − 104رُپيا

انهيءَ ڪري، نفعو آهي 4%

مشق 7.3

(1) هيٺين ۾ في سيڪڙو نفعو يا نقصان معلوم ڪريو.

(i) بيضا 120 رُپيا في درجن جي حساب سان خريد ڪيا ويا ۽ 130 رُپيا في درجن جي حساب سان وڪيا ويا.

(ii) هڪ دُڪاندار 10 رُپيا في ڊبل رُوٽيءَ جي حساب سان 25 ڊبل روٽيون خريد ڪري ٿو. هي 13 رُپيا في ڊبل روٽي جي حساب سان وڪڻي ٿو. جڏهن ته 7 ڊبل روٽيون خراب ٿي ويون.

(iii) هڪ شخص 60 رُپيا في درجن پينسلون خريد ڪري ٿو ۽ 70 رُپيا في درجن وڪڻي ٿو.

(iv) هڪ شخص، 120 رُپيا في درجن جي حساب سان 10 درجن بيضا خريد ڪري ٿو. 3 درجن بيضا ڀڄي پون ٿا. باقي بچيل بيضا 130 رُپيا في درجن جي حساب سان وڪڻي ٿو.

(v) هڪ کير وارو 75.50 رُپيا في لٽر جي حساب سان کير وٺي ٿو ۽ 80 رُپيا في لٽر جي حساب سان وڪڻي ٿو.

(2) هڪ ڪتاب وڪڻندڙ 120 رُپيا في ڪتاب جي حساب سان رياضيءَ جا 20 ڪتاب خريد ڪري ٿو، ۽ 125 رُپيا في ڪتاب جي حساب سان وڪڻي ٿو. هُن جو في سيڪڙو نفعو معلوم ڪريو.

(3) هڪ واپاريءَ 120 رُپيا في ڪلوگرام جي حساب سان 10 ڪلوگرام چانور خريد ڪري ٿو ۽ 125 رُپيا في ڪلوگرام جي حساب سان وڪڻي ٿو. في سيڪڙو نفعو معلوم ڪريو.

(4) دُڪاندار هڪ جيڪيٽ جي وڪري تي 15% نقصان برداشت ڪري ٿو. جيڪڏهن جيڪٽ جي خريدي قيمت 1000 رُپيا آهي، ته هن جو في سيڪڙو نقصان معلوم ڪريو.

(5) 20% رعايت تي اُميمه هڪ ڊنرسيٽ 52000 رُپين ۾ خريد ڪيو. ڊنر سيٽ جي اصل قيمت معلوم ڪريو.

(6) هڪ ليڊيز پرس جي اصل وڪري جي قيمت 1500 رُپيا آهيءُ اُن ڪي 15% رعايت تي وڪيو ويو آهي. پرس جي ڪُل وڪري واري قيمت معلوم ڪريو.

جائزي واري مشق 7

(1) ڪريم 60 رُپيا في درجن جي حساب سان 50 درجن پينسلون خريد ڪيون. هُن 13 رُپيا في پينسل جي حساب سان سڀ پينسلون وڪرو ڪيون. هن جو في سيڪڙو نفعو يا نقصان معلوم ڪريو.

(2) هڪ ٽيليويزن ناهيندڙ ڪمپني اعلان ڪري ٿي ته هاڻي رنگين ٽي وي 13050 رُپين ۾ دستياب آهي. اِن جي اڳوڻي قيمت 17400 رُپيا هئي. ڪمپني جي طرفان آچ ڪيل رنگين ٽي ويءَ تي في سيڪڙو رعايت معلوم ڪريو.

(3) عمران 800 مارڪن مان 548 مارڪون حاصل ڪيون ۽ هن جي ڀيڻ 600 مان 459 مارڪون حاصل ڪيون. ڪنهن جي ڪارڪردگي بهتر آهي؟

(4) هڪ فروٽ وڪڻندڙ 60 رُپيا في درجن جي حساب سان 50 درجن ڪيلا خريد ڪري ٿو. 10 درجن ڪيلا خراب ٿي وڃن ٿا. باقي بچيل ڪيلا 70 رُپيا في درجن جي حساب سان وڪڻي ٿو. هن جو في سيڪڙو نفعو يا نقصان معلوم ڪريو.

(5) $2\frac{1}{2}\%$ رعايت سان هڪ گاڏي 875000 رُپين ۾ وڪرو ڪئي وئي. گاڏيءَ جي اصل وڪري جي قيمت ڇا آهي؟

(6) ڪهڙو وڏو آهي.

(i) 0.045 يا 5%	(ii) 0.64 يا 62%	(iii) 0.8 يا 8%
(iv) 0.15 يا 19%	(v) $\frac{1}{2}$ يا 40%	(vi) $\frac{1}{5}$ يا 25%
(vii) $\frac{3}{4}$ يا 70%	(viii) $1\frac{1}{4}$ يا 130%	(ix) $\frac{1}{10}$ يا 9%

(7) (الف) خال ڀريو.

(i) $\frac{3}{4} = $ ____________ %

(ii) $\frac{5}{5} = $ ____________ %

(iii) 30% = ____________ (عام اڀپور)

(iv) 0.125 = ____________

(v) 38% = ____________ (ڏهائي اڀپور)

(vi) 120جو 36% = ____________

(vii) ____________ = نقصان + وڪري جي قيمت

(viii) ____________ = خريدي قيمت − وڪري جي قيمت

(ب) هيٺين لاءِ صحيح يا غلط لکو.

(i) جيڪڏهن خريدي قيمت وڌيڪ آهي وڪري جي قيمت کان، تنهنڪري نفعو ٿيندو.

(ii) جيڪڏهن خريدي قيمت وڌيڪ آهي وڪري جي قيمت کان، تنهنڪري نقصان ٿيندو.

(iii) نقصان = خريدي قيمت − وڪري جي قيمت

(iv) خريدي قيمت = نفعو + وڪري جي قيمت

(v) $\text{x}100\% \; \dfrac{\text{نقصان}}{\text{خريدي قيمت}}$ = في سيڪڙو نقصان

(vi) نفعو = خريدي قيمت − وڪري جي قيمت

(vii) $\text{x}100\% \; \dfrac{\text{نفعو}}{\text{خريدي قيمت}}$ = في سيڪڙو نفعو

خلاصو

- لفظ ”في سيڪڙي“ جو مطلب آهي ”سوَ منجهان“. في سيڪڙي کي نشاني % سان ظاهر ڪيو ويندو آهي.
- في سيڪڙي کي عام اٽپور ۽ ڏهائي اٽپور ۾ مَٽائي سگهون ٿا.

(الف) في سيڪڙي کي عام اٽپور ۾ مَٽائڻ لاءِ، اسين في سيڪڙي کي ظاهر ڪندڙ عدد کي $\frac{1}{100}$ سان ضرب ڪنداسين ۽ جوابي اٽپور کي سادي صورت ۾ آڻينداسين.

(ب) في سيڪڙي کي ڏهائي اٽپور ۾ مَٽائڻ لاءِ اسين في سيڪڙي جي نشاني % کي هٽائينداسين ۽ ڏهائيءَ جي نشان کي ٻه جايون کابي پاسي ٽپائينداسين.

- عام اٽپور يا ڏهائي اٽپور في سيڪڙي ۾ مَٽائي سگهجي ٿو.

(الف) هڪ ڏهائي اٽپور کي، في سيڪڙي مَٽائڻ لاءِ، اسين ڏهائيءَ کي ساڄي پاسي ٻه انگ ٽپائينداسين ۽ في سيڪڙي جي نشاني % لڳائينداسين.

(ب) 100 جي ڇيد وارا عام اٽپور آساني سان في سيڪڙي ۾ بدلائي سگهجن ٿا.

- 100 ڪانسواءِ ڇيد وارن عام اٽپورن ڪي في سيڪڙي ۾ هيٺين طريقي سان مَٽائي سگهون ٿا.

☆ پهريائين ڏنل اٽپور ڪي 100 جي ڇيد واري، هڪ جيتري اٽپور ۾ مَٽايو ۽ پوءِ ان ڪي في سيڪڙي ۾ مَٽايو.

☆ پهريائين اٽپور ڪي ڏهائي اٽپور ۾ مَٽايو ۽ پوءِ ان ڪي في سيڪڙي ۾ مَٽايو.

☆ ڏنل اٽپور ڪي 100% سان ضرب ڪريو.

شرح x مقدار = في سيڪڙو مقدار

شرح ÷ في سيڪڙو مقدار = مقدار

- $100\% \times \dfrac{\text{مقدار جو حصو}}{\text{ڪُل مقدار}} =$ في سيڪڙو

- جڏهن خريدي قيمت وڌيڪ آهي وڪري جي قيمت کان ته پوءِ

نقصان = وڪري جي قيمت – خريدي قيمت

- جڏهن خريدي قيمت گهٽ آهي وڪري جي قيمت کان ته پوءِ

نفعو = خريدي قيمت – وڪري جي قيمت

- $100\% \times \dfrac{\text{نقصان}}{\text{خريدي قيمت}} =$ في سيڪڙو نقصان

- $100\% \times \dfrac{\text{نفعو}}{\text{خريدي قيمت}} =$ في سيڪڙو نفعو

یونٽ 8

آلجبرا جو تعارف

آلجبرا جو تعارف

آلجبرا مسلمانن جي ايجاد آهي. هڪ مسلمان رياضي دان محمد بن موسيٰ الخوارزميءَ 820ع ۾ ”الجبر والمقابلہ“ جي نالي سان هڪ ڪتاب لکيو. ان ڪتاب جو پهريون ترجمو آلجبرا جي نالي سان لاطيني زبان ۾ يورپ ۾ شايع ٿيو جيڪو هن مضمون ”آلجبرا“ جو بنياد آهي.

8.1 آلجبرا

لفظ آلجبرا کي حسابن جي علم جي وڏاءُ جي صورت ۾ واضح ڪرڻ آهي، جنهن ۾ اکر عددن جي جاءِ وٺن ٿا.

انسان پنهنجي عام زندگيءَ ۾ قدرتي عدد 1، 2، 3،... استعمال ڪندو رهيو آهي. جيئن وقت گذريو، هن جي ضرورتن ۾ واڌارو آيو ۽ حسابي مسئلا به وڌيڪ پيچيده ٿي ويا. آلجبرا ڏکين ۽ پيچيده مسئلن جي شڪل مَنائڻ ۽ سولائيءَ سان حل ڪرڻ جا طريقا مهيا ڪري ٿي.آلجبرا جي علم ۾اسين گهٽو ڪري حسابي عملن جو جوڙ، ڪٽ، ضرب ۽ ونڊ عددن جي مدد سان عددن جا حساب ڪندا آهيون. مثال طور رافع وٽ 5 صوف آهن ۽ طٰحہ وٽ 8 صوف آهن. انهيءَ ريت صوفن جو ڪُل تعداد 8 + 5 آهي.

لفظ آلجبرا حسابن جي علم جو وڏاءُ آهي،جنهن ۾ عددن جي يا مقدارن جي جاءِ اکر يا علامتون وٺن ٿيون.

مثال طور بسمہ وٽ ٿالهيءَ ۾ 5 ٽافيون آهن ۽ حفصہ وٽ پرس ۾ ڪجهه ٽافيون آهن.

اسان ڪُل ٽافين کي $x + 5$ سان ظاهر ڪري سگهون ٿا.

هن مثال ۾ اسان حفصہ جي ٽافين جي اڻڄاتل مقدار کي ”x“ سان ظاهر ڪيو آهي.

تنھنڪري ”5 ۽ x جي جوڙ اُپت“ نشانين ۾ هن ريت لکبو $x + 15$.
ساڳي ريت بين اظهارن کي بہ نشانين ۾ لکي سگهجي ٿو جيئن مثال ۾ واضح ٿيل آهي.
مثال: نشانين ۾ ظاهر ڪريو .

لفظن ۾	نشانين ۾ (آلجبرائي اظهار)
6 ۽ x جي جوڙ اُپت	$6+x$
3 ضربيان هڪ عدد y	3y
بن عددن x ۽ y جي ضرب اُپت	xy
پنج وڏو آهي چار کان	$5 > 4$
هڪ عدد e جي ٻيڻ	2e

اهو ڄاڻ تہ جملو لفظن جو هڪ سيٽ آهي جيڪو هڪ مڪمل گرامر جي بناوت ناهي ٿو ۽ پورو مطلب سمجهائي ٿو .

عام زندگيءَ ۾ اسين ڪجهہ خيال يا ڳالهيون ڪنهن کي سمجهائڻ لاءِ جملا ڳالهائيندا آهيون.
مثال طور ٻہ ۽ ست جي جوڙ اُپت نَو آهي.

نشانيءَ ۾ اسين هن ريت لکنداسين $\boxed{2+7=9}$

تنھنڪري ڪنهن بہ ٻوليءَ ۾ جملو لفظن جو هڪ سيٽ هوندو آهي.

مثال: هيٺين جملن کي نشانيءَ ۾ لکو.

(1) هڪ عدد x جي ٻيڻ 8 آهي.

حل: نشانيءَ ۾ هن کي اسين هن ريت لکنداسين $2x = 8$

(2) پنج وڏو آهي ٽي کان.

حل: نشانيءَ ۾ هن کي اسين هن ريت لکنداسين $5 > 3$

ڄاڻ تہ اُهي جملا جيڪي دُرست يا غلط هجن، تن کي بيان چئبو آهي ۽ بيان هر صورت ۾ يا تہ دُرست يا غلط هجي پر بي معلومات نہ ڏي

اسين ڪڏهن ڪڏهن درست جملا يا غلط جملا ڳالهائيندا آهيون مثال طور:

(i) نو ۽ ٻہ جو فرق ست آهي.

يعني $9 - 2 = 7$ اهو درست جملو آهي

(ii) ٻه ۽ پنج جي جوڙ اُپٽ چار آهي.

يعني $2 + 5 = 4$

اِهو هڪ غلط جملو آهي.

اهڙن جملن کي بيان چئبو آهي.

تنهنڪري اُهي جملا جيڪي يا ته درست يا غلط هجن، تِن کي بيان چئبو آهي.

اهڙو جملو جنهن ۾ اهو فيصلو ڪرڻ جي پوري گهربل ڄاڻ نه هجي ته ڇا اهو جملو دُرست آهي يا غلط. اهڙي جملي کي ڪليل بيان چئبو آهي.

(مثال طور $\Delta+2=9$) ۾ اهو عدد جيڪو ڪليل بيان کي دُرست بيان ناهي، تنهن عدد لاءِ چئبو ته اهو بيان تي پورو لهي ٿو. (مثال طور $\Delta=7$ بيان $\Delta+2=9$ کي دُرست ڪري ٿو). انگريزي اکر x کي ڪليل بيان $x+2 = 9$ ۾ استعمال ڪندي ان کي $9 = 2 +\Delta$ ۾ بدلائڻ

اسان کي ڄاڻ آهي ته هڪ بيان يا ته دُرست يا غلط ٿيندو آهي. پر ڪن صورتن ۾ اسان کي فيصلو ڪرڻو پوندو آهي، ته ڇا بيان دُرست آهي يا غلط. اهڙي بيان کي ڪليل بيان چئبو آهي.

مثال طور $12 = 5 +\Delta$ هڪ ڪليل بيان آهي. جيڪڏهن اسين Δ جي جاءِ تي 4 رکون ته اهو غلط ٿي ويندو يعني $4 + 5 = 12$ پر جيڪڏهن اسين Δ جي جاءِ تي 7 رکون ته اهو دُرست ٿي ويندو يعني $7 + 5 = 12$

جيڪڏهن اسين $\Delta = 2$، $2 + 5 = 7$ تنهنڪري اسين چونداسين ته 7 بيان تي پورو لهي ٿو.

جيڪڏهن اسين Δ جي جاءِ تي انگريزي اکر x رکون ته اهو اجا به ڪليل رهندو

يعني $x + 5 = 12$

مثال1: سوچيو ۽ Δ جي اها قيمت لکو، جيڪا هينئين بيانن کي دُرست ناهي.

(i) $\Delta + 6 = 18$ (ii) $\Delta - 3 = 7$

حل: (i) $\Delta + 6 = 18$

اهو درست ٿيندو جيڪڏهن $\Delta = 12$ يعني $\boxed{12 + 6 = 18}$

(ii) $\Delta - 3 = 7$

اهو درست ٿيندو جيڪڏهن $\Delta = 10$ يعني $\boxed{10 - 3 = 7}$

مثال2: هيٺين بيانن کي دُرست ناهڻ لاءِ اڻڄاتل علامتن جي جاءِ تي عدد رکو.

(i) $2 + \square = 8$ (ii) $17 - \square = 9$

(iii) $10 \div O = 5$ (iv) $6 \times x = 42$

حل: (i) $2 + \square = 8$

اهو دُرست ٿيندو جيڪڏهن $\square = 6$ يعني $\boxed{2 + 6 = 8}$

حل: (ii) $17 - \square = 9$

اهو دُرست ٿيندو جيڪڏهن $\square = 8$ يعني $\boxed{17 - 8 = 9}$

حل: (iii) $10 \div O = 5$

اهو دُرست ٿيندو جيڪڏهن $O = 2$ يعني $\boxed{10 \div 2 = 5}$

حل: (iv) $6 \times x = 42$

اهو دُرست ٿيندو جيڪڏهن $x = 7$ يعني $\boxed{6 \times 7 = 42}$

مشق 8.1

(1) هيٺين جملن کي نشاني ۾ لکو.

(i) هڪ عدد x ۾ ٻہ جي جوڙ اُپت اٺ آهي.

(ii) هڪ عدد y ۾ ست جي ضرب اُپت وڏي آهي ٻہ کان.

(iii) ڇهہ ۾ هڪ عدد z جي جوڙ اُپت ننڍي آهي چار کان.

(2) هيٺين مان ڪهڙا بيان صحيح يا غلط آهن؟

(i) $5 + 9 = 18$ (ii) $8 + 3 = 11$ (iii) $20 + 3 = 26$

(iv) $21 - 8 = 13$ (v) $18 - 13 = 15$ (vi) $16 - 10 = 6$

(3) هيٺين مان ڪهڙا کليل بيان آهن؟

(i) $\mathbf{D} + 3 = 9$ (ii) $3a + 4 = 8$ (iii) $9 + 4 = 13$

(4) عدد Δ يا $\square$ جي قيمت معلوم ڪريو، جيڪا هيٺين بيانن کي دُرست ٻڌائي.

(i) $6 + \Delta = 15$ (ii) $\square + 5 = 8$ (iii) $14 - \Delta = 8$

(iv) $24 - \Delta = 20$ (v) $3\square + 1 = 10$ (vi) $35 - \square = 29$

بدلجندڙن کي اکرن جي صورت ۾ بيان ڪرڻ، جيڪي آلجبرا ۾ عددن کي ظاهر ڪرڻ لاءِ استعمال ٿين ٿا

هڪ ڪليل بيان $x + 5 > 2$ تي غور ڪريو.

اهو عدد x جي مختلف قيمتن لاءِ درست ٿيندو.

مثال طور $x = 1$	تہ	$1 + 5 > 2$	يا	$6 > 2$
$x = 2$	تہ	$2 + 5 > 2$	يا	$7 > 2$
$x = 3$	تہ	$3 + 5 > 2$	يا	$8 > 2$

ان جو مطلب آهي تہ عدد x جي قيمت مستقل نہ آهي پر اها تبديل ٿي رهي آهي. تنهنڪري x کي بدلجندڙ چئبو آهي.

> **انهيءَ ڪري ڪوبہ انگريزي الفابيٽ جو اکر جيڪو آلجبرا ۾ عدد کي ظاهر ڪرڻ لاءِ استعمال ٿيندو آهي، تنهن کي بدلجندڙ چئبو آهي.**

اهو ڄاڻڻ تہ ڪوبہ انگ، بدلجندڙ يا '+' ۽ '−' جي هڪ يا وڌيڪ نشانين سان ڳنڍيل انگن ۽ بدلجندڙ جي ميلاپ کي آلجبري اظهار چئبو آهي. (مثال طور $x + 2y$)

عام زندگيءَ ۾ اسان اڪثر لفظن جا سيٽ ڳالهائيندا آهيون، جيڪي جملا نہ هوندا آهن.

مثال طور:

(i) هڪ عدد x ۽ ٻہ جو فرق

نشانيءَ ۾ اسين هن ريت لکنداسين $x - 2$

(ii) هڪ عدد x جي ٽيڻ ۽ هڪ عدد y جي ٻيڻ جي جوڙ اُپت

نشانيءَ ۾ اسين هن ريت لکنداسين $3x + 2y$.

اهڙا اظهار جهڙوڪ $x.2$ ۽ $3x + 2y$ آلجبري اظهار ڪوٺبا آهن. انهن اظهارن ۾ اسين بدلجندڙ، انگ ۽ بنيادي عمل ڏسون ٿا.

> **اهڙي طرح آلجبري اظهار بدلجندڙن، انگن ۽ بنيادي عملن جو ميلاپ آهي.**

$2 + x$، $5x$، $6x - 3y + 8$ آلجبري اظهارن جا ڪجھ مثال آهن:

مثال 1: مؤمل جا ٽي يائر آهن. هرهڪ ياءُ مومل کي x رُپيا ڏي ٿو. هِن وٽ اڳيئي 7 رُپيا آهن.

(i) هِن وٽ جيڪا رقم آهي ان لاءِ هڪ آلجبري اظهار لکو.

(ii) جيڪڏهن هر هڪ ياءُ 10 رُپيا ڏي ٿو تہ مُومل جي ڪُل رقم لهو.

(iii) جيڪڏهن هرهڪ ياءُ هِن کي 15 رُپيا ڏي ٿو تہ مومل جي ڪُل رقم لهو.

حل:

(i) ٽن يائرن هن کي ڏنا = $x + x + x = 3x$ رپيا

اڳيئي مومل وٽ هئا 7 رُپيا.

ڪُل رقم جيڪا مومل وٽ آهي: $3x + 7$.

(ii) جيڪڏهن $x = 10$ تہ مومل وٽ آهي.

$3x + 7 = 3 \times 10 + 7 = 37$ رُپيا.

(iii) جيڪڏهن $x = 15$ تہ مومل وٽ آهي.

$3x + 7 = 3 \times 15 + 7 = 52$ رُپيا

8.2 آلجبري اظهار

اهو ڄاڻُ تہ x، $2y$ ۽ 5 کي اظهار $x + 2y + 5$ جون رقمون چئبو آهي.

آلجبري اظهار جا حصا جوڙ ۽ ڪٽ جي نشانين سان هڪ ٻئي سان ڳنڍيل هوندا آهن.

مثال طور $5x + 4y$ ۾ ٻہ حصا آهن. $5x$ پهريون حصو ۽ $4y$ ٻيو حصو آهي. اهي جوڙ جي نشاني سان ڳنڍيل آهن. انهن حصن $5x$ ۽ $4y$ کي اظهار جون رقمون چئبو آهي.

ساڳي ريت $a + b$ هڪ آلجبري اظهار آهي، جنهن ۾ ٻہ رقمون آهن يعني a ۽ b.

اظهار $a \div b$ يا $\frac{a}{b}$ ۽ ab رڳو هڪ رقم رکن ٿيون.

> آلجبري اظهار ۾ رقمون هونديون آهن، جيڪي جوڙ "+" يا ڪٽ "–" سان ڌار ڌار ٿينديون آهن.

> نوٽ: ضرب (X) ۽ ونڊ (÷) جا عمل رقمن کي ڌار ڌار نہ ڪندا آهن.

مثال: هيٺين اظهارن ۾ رقمن جو تعداد لکو

حل: (i) $5x + 70$ (ii) $6x \div 7 + y$

رقمن جو تعداد = 2 رقمن جو تعداد = 2

(iii) $3x - 4y - 7$ (iv) $4 \times p \times q$

رقمن جو تعداد = 3 رقمن جو تعداد = 1

اهو ڄاڻ ته علامت يا عدد، جيڪو آلجبري رقم ۾ استعمال ٿيل بدلجندڙ سان ضرب ٿيل هجي يا بدلجندڙ جي پيچ اُپت طور ظاهر ٿيل هجي، تنهن کي عددي منڊ يا عددي سرو چئبو آهي. (مثال طور 2y ۾ 2 عددي منڊ آهي y جو)

آلجبرائي اظهار $3x + 7$ ۾، رقم $3x$ ۾ هڪ بدلجندڙ x آهي ۽ هڪ عدد 3 جيڪو x سان ضرب ٿيل آهي. هن رقم ۾ 3 کي x جو عددي منڊ چئبو.

> آلجبري اظهار ۾، علامت يا عدد جيڪو آلجبري رقم ۾ استعمال ٿيل بدلجندڙ سان، ضرب ڪندڙ جي حيثيت سان ظاهر ٿئي، تنهن کي ان جو عددي منڊ چئبو.
> مثال طور $4x$ ۾ x جو عددي منڊ 4 آهي.

ساڳي ريت آلجبري اظهار $4a - 3c$ ۾، 4 عددي منڊ آهي a جو ۽ -3 عددي منڊ آهي c جو. ساڳي ريت x جو عددي منڊ 1 آهي، جيڪو لکيل نہ آهي ۽ $-x$ جو عددي منڊ -1 آهي. جيڪو پڻ لکيل نہ آهي.

> گهڻو ڪري بدلجندڙن کي لکڻ لاءِ x، y ۽ z استعمال ٿيندا آهن ۽ a، b، c عددن کي ظاهر ڪرڻ لاءِ استعمال ٿيندا آهن.

اهو ڄاڻ ته آلجبري اظهار ۾ بدلجندڙ کان آزاد ظاهر ٿيل عدد کي مستقل رقم چئبو آهي (مثال طور $x + 2y + 5$ ۾ عدد 5 کي هڪ مستقل رقم چئبو آهي.)

آلجبري اظهار $3x+7$ ۾ جيڪڏهن $x=10$، تہ $3x$ جي قيمت 30 ٿيندي ۽ $x = 15$ لاءِ $3x$ جي قيمت 45 ٿيندي. ٻنهي صورتن ۾ اظهار $3x + 7$ جي ٻي رقم 7 تبديل نٿي ٿئي، تہ 7 هڪ مستقل رقم آهي. ساڳي ريت $2x + 9$ ۾ 9 هڪ مستقل رقم آهي.

> آلجبري اظهار ۾ بدلجندڙ کان آزاد ظاهر ٿيل عدد کي مستقل رقم چئبو آهي.

مثال: هيٺين اظهارن جا عددي منڍ، مستقل رقم ۽ بدلجندڙ لکو.

(i) $6z - 8$ (ii) $2x + 3y + 8$

حل:

(i) $6z - 8$

هتي z جو عددي منڍ = 6

مستقل = -8

بدلجندڙ = z

(ii) $2x + 3y + 8$

هتي x جو عددي منڍ = 2

هتي y جو عددي منڍ = 3

مستقل = 8

بدلجندڙ = x ۽ y

ساڳي ۽ اڻ ساڳي قسم وارين رقمن ۾ فرق ڪرڻ

اهي رقمون جن جا بدلجندڙ ۽ سگهه ساڳيا هجن، تن کي ”ساڳي قسم واريون رقمون“ چئبو آهي. ساڳي قسم وارين رقمن ۾ عددي منڍ ۽ انهن جون نشانيون مختلف ٿي سگهن ٿيون.

مثال طور $2x$، $-3x$ ۽ $\frac{5}{2}x$ ساڳي قسم واريون رقمون آهن.

اهي رقمون جن جا بدلجندڙ **مختلف هجن** يا بدلجندڙ ساڳيا هجن پر سگهه مختلف هجن. تن کي ”اڻ ساڳي قسمن واريون رقمون“ چئبو آهي. مثال طور $3x$ ۽ 4y اڻ ساڳي قسم واريون رقمون آهن. ساڳي ريت $-3l$ ۽ $5m$ به اڻ ساڳي قسم واريون رقمون آهن.

$2x$ ۽ $3x^2$ پڻ اڻ ساڳي قسمن واريون رقمون آهن.

ساڳي قسم واريون رقمون گڏجي، هڪڙي رقم ڏئي سگهن ٿيون.

جيئن $2x + 3x = 5x$

هتي به ساڳي قسم واريون رقمون $2x$ ۽ $3x$ گڏجي هڪڙي رقم $5x$ ڏني آهي.

تنهنڪري جوڙ يا ڪٽ جو عمل اڻ ساڳي قسمن وارين رقمن سان نٿو ٿي سگهي.

جيئن اڻ ساڳي قسم واريون رقمون $5x$ ۽ 7y گڏجي هڪڙي رقم نه ڏئي سگهنديون.

يعني $5x + 7y$ وڌيڪ سادي صورت ۾ نٿي اچي سگهي.

مشق 8.2

(1) هيٺين اظهارن جي رقمن جو تعداد لکو.

(i) 3 ˊ m ˊ n (ii) p (iii) $2x + 3y$

(iv) $4y + 7$ (v) $4\ell + 3m + 9$ (vi) $7x + 5 + 8$

(2) هيٺين اظهارن جا بدلجندڙ لکو.

(i) $8x + 3$ (ii) $-7x + 1$ (iii) $6x + y$ (iv) $\frac{2x}{y}$

(v) $2xy$ (vi) 5 ˛ $3yz$ (vii) $3xyz$ (viii) $3xy + 9yz$

(3) هيٺين اظهارن جون مستقل رقمون لکو.

(i) $2x + 2$ (ii) $-3 + x$ (iii) $xy + 1$

(iv) $xy + yz + \frac{1}{2}$ (v) $5x + 9$ (vi) $2x + 2y + 10$

(4) هيٺين اظهارن جي بدلجندڙن جا عددي منڊ لکو.

(i) $-7x$ (ii) 5y (iii) $2x + 3y$

(iv) $x + \frac{1}{2}y - \frac{1}{4}z$ (v) $5x + 9$ (vi) $\frac{1}{4}x + 6y + 1$

(5) هيٺين مان ساڳي قسم واريون رقمون لکو.

$2xy,\ 4\ell m,\ -7xz,\ 140xy,\ 13mn,\ xz,\ \frac{1}{5}xy,\ -9xyz,\ \frac{1}{4}xy,\ -2p,$
$\frac{1}{3}xy,\ -2xy,\ 5xy,\ xyz,\ 46p,\ 5\ell m$

ذنل آلجبري اظهارن جو جوڙ ۽ ڪٽ ڪرڻ

(1) آلجبري اظهارن جو جوڙ

اسان ڄاڻون ٿا تہ $x + x = 2x$ ۽ $x + x + x = 3x$

هتي عددي منڊ ظاهر ڪري ٿو، تہ بدلجندڙ ڪيترا دفعا جوڙ ٿيو آهي.

$$2x + 3x = (x + x) + (x + x + x)$$
$$= x + x + x + x + x = 5x$$

اهڙي طرح، ٻن ساڳي قسم وارين رقمن کي جوڙ ڪرڻ لاءِ، رڳو انهن جا عددي منڊ جوڙ ٿيندا ۽ بنياد ۽ سگهہ ساڳيا رهندا.

اچو تہ ڪجھ مثال ڏسون:

مثال1: $7x$ ۽ $5x$ کي جوڙ ڪريو.

حل:

رقمن کي عمودي ترتيب ۾ لکون ٿا:

$$\begin{array}{r} 7x \\ +\ 5x \\ \hline 12x \end{array}$$

رقمن کي اُفقي ترتيب ۾ لکون ٿا:

$$7x + 5x = (7 + 5)x = 12x$$

اهو ڌيان رکڻ گهرجي تہ $7x$ ۽ $5x$ جي جوڙ ۾ رڳو عددي منڊ جوڙ ٿيندا ۽ بدلجندڙ x ساڳيو رهندو.

مثال2: $3a + 2b + c$ ۽ $a + 6b + 8c$ جوڙ ڪريو.

حل:

رقمن کي عمودي ترتيب ۾ لکون ٿا:

$$\begin{array}{r} +\ 3a + 2b + c \\ +\ a + 6b + 8c \\ \hline 4a + 8b + 9c \\ \hline \end{array}$$

رقمن کي اُفقي ترتيب ۾ لکون ٿا:

$$\begin{aligned} &= (3a + 2b + c) + (a + 6b + 8c) \\ &= 3a + 2b + c + a + 6b + 8c \\ &= 3a + a + 2b + 6b + c + 8c \\ &= 4a + 8b + 9c \end{aligned}$$

مثال3: هينين کي جوڙ ڪريو.

حل:

$$x + 2xy + y,\ 3x + 5xy,\ 5x + xy + 7y$$

$$\begin{array}{r} x + 2xy + y \\ 3x + 5xy \quad\ \\ 5x + xy + 7y \\ \hline 9x + 8xy + 8y \\ \hline \end{array}$$

- عمودي طريقي سان جوڙ ڪرڻ وقت، ساڳي قسم وارين رقمن کي ساڳيئي ڪالم ۾ ترتيب ڏنو ويندو آهي ۽ پوءِ جوڙ ڪيو ويندو آهي.
- اُفقي طريقي سان جوڙ ڪرڻ وقت، ساڳي قسم وارين رقمن کي پاڻ ۾ گڏ ترتيب ۾ رکيو ويندو آهي ۽ پوءِ جوڙ ڪيو ويندو آهي.

(2) آلجبري اظهارن جي ڪٽ

اسان کي خبر آهي، تہ ڪٽ جو عمل اُبتڙ عمل آهي جوڙ جو. مثال طور 4 مان 3 کي ڪٽ ڪرڻ ائين آهي، جيئن "4 ۾ 3− کي جوڙ ڪرڻ".

$$(+4) - (+3) = (+4) + (-3)$$
$$= 1$$

تنهنڪري ڪنهن عدد کي، ڏنل عدد مان ڪٽ ڪرڻ لاءِ رڳو ڪٽ ٿيندڙ عدد جي نشاني مٽايو (− مان + ۽ + مان −) ۽ ان کي ڏنل عدد ۾ جوڙ ڪبو.

مثال1: $6x$ کي $9x$ مان ڪٽ ڪريو.

حل:

رقمن کي عمودي ترتيب ۾ لکون ٿا:

$$\begin{array}{r} 9x \\ \underline{\pm\ 6x} \\ 3x \end{array}$$

رقمن کي اُفقي ترتيب ۾ لکون ٿا:

فرق $= (+9x) - (+6x) = (+9x) + (-6x)$

$= 9x - 6x = 3x$

مثال 2: $10y$ مان $-6y$ کي ڪٽ ڪريو.

حل:

رقمن کي عمودي ترتيب ۾ لکون ٿا:

$$\begin{array}{r} 10y \\ \underline{\mp\ 6y} \\ 16y \end{array}$$

رقمن کي اُفقي ترتيب ۾ لکون ٿا:

فرق $= (+10y) - (-6y) = (+10y) + (+6y)$

$= 10y + 6y = 16y$

مثال3: $8x + 4y$ مان $3x - 2y$ کي ڪٽ ڪريو.

حل:

$$(8x + 4y) - (3x - 2y) = 8x + 4y - 3x + 2y$$
$$= (8x - 3x) + (4y + 2y)$$
$$= 5x + 6y$$

هيءُ حساب هيٺين ريت بہ حل ٿي سگهي ٿو.

$$\begin{array}{r} +\ 8x + 4y \\ \underline{\pm\ 3x \mp 2y} \\ 5x + 6y \end{array}$$

(نشانيون مٽايون ٿا)

مثال 4: $8x + 5y$ مان $5x + 2y$ کي ڪٽ ڪرڻ.

حل:

$$\begin{array}{r} +8x+5y \\ \underline{\pm 5x \pm 2y} \\ 3x+3y \end{array}$$ (نشانيون مٽائيندي)

مشق 8.3

(1) هيٺين اظهارن کي جوڙ ڪريو.

(i) $2x, x, 4x$ (ii) $2a, 3a, 6a, a$

(iii) $8\ell m, 4\ell m, \ell m, 6\ell m$ (iv) $2xy, 4xy, xy, 6xy, 3xy$

(2) سادي صورت ۾ آڻيو.

(i) $2x + 9x$ (ii) $a + 2a + 3a$

(iii) $x + 3x + 6x + 10x$ (iv) $2st + 3st + 5st + 7st$

(3) جوڙ ڪريو.

(i) $3a + 2b, a + b, 4a$ (ii) $6x + 5y + 7z, 2x + 3y + z, y + 2x$

(iii) $pq + qr + pr, qr + 4pr + 2pq, 3pq + 2pr$

(iv) $3c + 4d + 5f, 5c + 7d + 6f$

(4) ڪٽ ڪريو.

(i) $5x$ مان $8x$ (ii) $-3y$ مان $9y$

(iii) $2x + 3y$ مان $6x + 8y$

(iv) ڪٽ ڪريو $(-20f + 30g + 40)$ مان $(20 + 10f + 20g)$

(5) ڪٽ جو عمل ڪريو.

(i) $\begin{array}{r} 8x \\ +5x \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (ii) $\begin{array}{r} 12ab \\ -9ab \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (iii) $\begin{array}{r} 5z \\ +3z \\ \hline \\ \hline \end{array}$

(iv) $\begin{array}{r} 10xy \\ -17xy \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (v) $\begin{array}{r} 2x+7y \\ -3x+5y \\ \hline \\ \hline \end{array}$ (vi) $\begin{array}{r} 2x+15xb+9y \\ +\ x+20xb+3y \\ \hline \\ \hline \end{array}$

ڏنگين سان ڳنڍيل الجبري اظهارن کي سادي صورت ۾ آڻڻ

اسان کي خبر آهي ته ڏنگيون حسابي عمل ڪرڻ جي ترتيب کي ظاهر ڪرڻ لاءِ استعمال ٿينديون آهن.

چار قسمن جون ڏنگيون آهن:

(i) ــــ کي ليڪ ٽڪريا مُلتف چئبو آهي.

(ii) ( ) کي ننڍي ڏنگي چئبو آهي.

(iii) { } کي وچين ڏنگي چئبو آهي.

(iv) [ ] کي وڏي ڏنگي چئبو آهي.

الجبرا ۾ ڪڏهن ڪڏهن اسين ڏنگين ۾ ڏنل اظهار کي هڪڙي رقم ۾ سادي صورت ۾ آڻي نه سگهندا آهيون. مثال طور $2x-(x+y)$ ۾ اسين $(x+y)$ اظهار کي وڌيڪ سادي صورت ۾ آڻي نٿا سگهون. اهڙي حالت ۾

(i) ڏنگين کي کوليو.

(ii) سڄي اظهار کي سادي صورت ۾ آڻيو. جيئن هيٺ ڏنل آهي. اهڙي طرح $x-y$ مٿي ڏنل اظهار جي سادي صورت آهي. $2x-(x+y)=2x-x-y=x-y$

ڏنگيءَ جي پهريان ڪٽ جي نشاني "–" جو مطلب آهي,ڏنگيءَ جي اندر ڏنل سيني رقمن جون نشانيون بدلايو. يعني $-(a+b)=-a-b$

مثال 1: هيٺين کي سادي صورت ۾ آڻيو.

(i) $[5a-\{3b+(6a-2a+b)\}]$

(ii) $[2a+\{c-a+(a+2b+c)\}]$

(iii) $xy-[yz-\{zx+xy+yz-\overline{zx+xy}\}]$

حل:

(i) $[5a-\{3b+(6a-2a+b)\}]$
$=[5a-\{3b+(4a+b)\}]$
$=[5a-\{3b+4a+b\}]$
$=[5a-\{4a+4b\}]$
$=[5a-4a-4b]$
$=[a-4b]=a-4b$

(ii) $[2a+\{c-a+(a+2b+c)\}]$
$=[2a+\{c-a+(a+2b+c)\}]$
$=[2a+\{c-a+a+2b+c\}]$
$=[2a+\{2b+2c\}]$
$=[2a+2b+2c]$
$=2a+2b+2c$

(iii) $xy - [yz - \{zx + xy + (yz - \overline{zx + xy})\}]$

$= xy - [yz - \{zx + xy + (yz - zx - xy)\}]$

$= xy - [yz - \{\cancel{zx} + \cancel{xy} + yz - \cancel{zx} - \cancel{xy}\}]$

$= xy - [yz - yz] = xy - [\cancel{yz} - \cancel{yz}] = xy - 0 = xy$

مثال2: هيٺين اظهارن کي سادي صورت ۾ آڻيو.

$$25 - [-7a - \{-6a + (3 - 5 + 6a)\}]$$

حل:

$= 25 - [-7a - \{-6a + (3 - 5 + 6a)\}]$

$= 25 - [-7a - \{-6a + (-2 + 6a)\}]$

$= 25 - [-7a - \{-6a - 2 + 6a\}]$

$= 25 - [-7a - \{-2\}]$

$= 25 - [-7a + 2\}]$

$= 25 + 7a - 2$

$= 7a + 23$

آلجبري اظهارن جو ملهه ڪڍڻ ۽ سادي صورت ۾ آڻڻ، جڏهن انهن ۾ شامل بدلجندڙن جون قيمتون مليل هجن

عددن کي بدلجندڙن جي جاءِ تي استعمال ڪرڻ سان آلجبري اظهار جي قيمت معلوم ڪرڻ کي ملهه لهڻ چئبو آهي.

ملهه لهڻ جا ڪجهه مثال هيٺ ڏنل آهن.

مثال: جيڪڏهن $a = 2$، $b = -3$ ۽ $c = -4$ ته هيٺين جو ملهه لهو.

(i) $ab + bc + ca$ (ii) $\dfrac{bc\ (b - c)}{a}$

حل:

(i) $ab + bc + ca$

$= 2 \times (-3) + (-3) \times (-4) + (-4) \times 2$

$= -6 + 12 - 8$

$= -14 + 12 = -2$

حل:

(ii) $\dfrac{bc\ (b - c)}{a}$

$= \dfrac{(-3) \times (-4)\ [(-3) - (-4)]}{2}$

$= \dfrac{12\ [-3 + 4]}{2} = \dfrac{12 \times 1}{2} = 6$

مشق 8.4

(1) ھينئين اظھارن کي سادي صورت ۾ آڻيو.

(i) $[x + x + (y + y + 2x)]$

(ii) $[5a - \{3a + (3b - 6b + 4a)\}]$

(iii) $[2a - \{5b - 3\ (2a + \overline{b - 3a})\}]$

(iv) $5\ell - [2 - (3 + 11\ell + 3m + 8\ell)]$

(v) $2\ (x + y) - 3\ [4x + \{7x + 3y + (5x - 4y)\}]$

(2) (i) جيڪڏھن $x = 2$، $3x$ ۽ $-5x$ جون قيمتون معلوم ڪريو.

(ii) جيڪڏھن $y = -3$ ته ھينئين جون قيمتون معلوم ڪريو.

(الف) $-3y$ (ب) $5y + 7$ (ج) $\frac{5}{3}y$ (د) $\frac{6}{24}y + 9$

(3) جيڪڏھن $a = 3$، $b = 5$ ۽ $c = 2$ ته ھينئين جو ملھ لھو.

(i) $a + b + c$

(ii) $2a - 3b + c$

(iii) $\frac{a - bc}{c}$

(iv) $\frac{2a + b + c}{abc}$

(v) $\frac{a + b}{c} + \frac{b + c}{a}$

(vi) $\frac{2a + b - c}{a - 3b + c}$

(vii) $\frac{a(2b + 3c)}{3ca}$

(viii) $a + 3abc - b + c$

(ix) $\frac{3a + 4b + 5c}{a + b - c}$

(x) $\frac{a}{b} - \frac{b}{c} + \frac{c}{a} - \frac{a}{c}$

(4) جيڪڏھن $x = 2$، $y = 3$ ته ھينئين اظھارن جو ملھ لھو.

$8x + [3y - \{6x + (5 - 4x)\}$

(5) عابد x رُپيا في تيلهي جي حساب سان 5 تيلها خريد ڪيا. قيمت ادا ڪرڻ ڪانپوءِ ھن وٽ 3 رُپيا باقي بچيا.

(i) 5 تيلهن جي قيمت معلوم ڪريو.

(ii) 5 تيلهن جي قيمت ادا ڪرڻ لاءِ آلجبرائي اظھار لکو.

(iii) جيڪڏھن $x = 30$، ته ڪُل رُقم لھو، جيڪا عابد وٽ ھئي.

جائزيواري مشق 8

(1) نشانين ۾ لکو.

(i) x ڪتابن جي قيمت، جيڪڏهن هڪ ڪتاب جي قيمت 18 رُپيا آهي.

(ii) 9b ۽ $5a$ جي جوڙ اُپٽ. (iii) 3 ضربيان x جوڙ 5.

(iv) y جي بيڻ مان ڪٽ به ٽيون پٽيون. (v) 6 وڌيڪ p کان

(2) هيٺين کي لفظن ۾ لکو.

(i) $x + 2$ (ii) $3y - 4$ (iii) $x + 5$

(iv) $s + 2t$ (v) $\frac{x - y}{2}$

(3) هيٺ ڏنل هرهڪ اظهار جو رقمن جي تعداد معلوم ڪريو.

(i) $2a + 5b$ (ii) $16x$ (iii) $2bc + 2a - c$

(iv) $3xy - 8x + 6y - 2$ (v) $6x$ ، $5y + 2z - 6$

(4) هڪ رقم، ٻه رقمون ۽ ٽي رقمون رکندڙ ٽي اظهار جدا جدا لکو.

(5) سادي صورت ۾ آڻيو:

(i) $4xy + 2xy + \frac{2}{3}xy$ (ii) $9ab + 3ab + \frac{3}{5}ab$

(6) جوڙ ڪريو.

(i) $3x + 4y,\ 5x + 9y$

(ii) $2d + 5c + 3b,\ 7c + 5d + 9b$

(iii) $12xy + 3x + 4y,\ 5x + 6y + 8xy$

(7) $2x + 7y$ مان $x + 3y$ کي ڪٽ ڪريو.

(8) $x+3y+5z$ کي $2x - 15y - 9z$ مان ڪٽ ڪريو.

(9) هيٺين مان ڪهڙا درست يا غلط بيان آهن.

(i) $13 - 5 = 3$ (   )

(ii) $13 - 5 = 5$ (   )

(iii) $13 - 5 = 8$ (   )

(10) بدلجندڙ جي اها قيمت معلوم ڪريو، جيڪا بيان کي دُرست ٺاهي.

(i) $x = 15 - 6$ (ii) $y - 8 = 5$ (iii) $14 = b + 8$

(iv) $4x - 10 = 2$ (v) $12 - 2m = 8$

خــلاصــو

- آلجبرا، انگن جي علم جي هڪ عام شڪل آهي، جنهن ۾ حرف عددن جي لاءِ به استعمال ٿيندا آهن
- جملو لفظن جو هڪ سيٽ آهي جيڪو هڪ مڪمل گرامر جي بناوت ناهي ٿو ۽ پورو مطلب سمجهائي ٿو.
- هڪ جملو درست چئبو، جيڪڏهن اهو ڏنل شرط تي پورو لهي ۽ هڪ جملي کي غلط چئبو،جيڪڏهن اهو ڏنل شرط تي پورو نٿو لهي.
- هڪ بيان کي ڪليل بيان چئبو، جيڪڏهن اهو بيان يا ته درست يا غلط هجي.
- هڪ آلجبري اظهار بدلجندڙن، انگن ۽ بنيادي عملن جو ميلاپ آهي.
- آلجبري اظهار جي رقم ۾ بدلجندڙ جي اڳيان ظاهر ٿيل عدد کي عددي منډ چئبو آهي.
- اهي رقمون جن جا بدلجندڙ ساڳيا هجن، تن کي ساڳي قسم واريون رقمون چئبو، نه ته اُهي اڻ ساڳي قسم واريون رقمون آهن.
- ٻه يا ٻن کان وڌيڪ آلجبري اظهارن کي جوڙ ڪرڻ لاءِ، طرفي عددن جي جوڙ جي اصولن کي استعمال ڪندي، ڏنل اظهارن جي ساڳي قسم وارين رقمن کي جوڙ ڪريو.
- هڪ اظهار مان ٻئي اظهار کي ڪٽ ڪرڻ لاءِ، ڪٽ ٿيندڙ اظهار جي هرهڪ رقم جي نشاني بدلايو ۽ ان اظهار ۾ جوڙ ڪريو، جنهن مان اصل ڪٽ ڪرڻي هئي.
- جيڪڏهن ڪنهن اظهار ۾ ٻه يا ٻن کان وڌيڪ عمل هجن، ته ان کي باڊماس (BODMAS) اصول جي مطابق سادي صورت ۾ آڻبو.
- ڪنهن آلجبري اظهار جي ملهه لهڻ جو مطلب آهي، ته هرهڪ بدلجندڙ جي ڏنل عددي قيمت وجهڻ کانپوءِ ان اظهار جي قيمت معلوم ڪرڻ آهي .

آلجبري اظهار

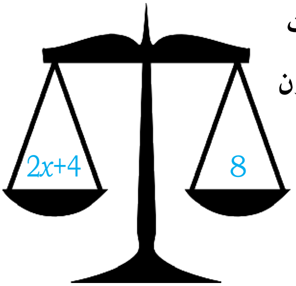
9.1 آلجبري مساوات بيان ڪرڻ

اهو آلجبري جملو جنهن ۾ برابر جي نشاني ”=“ هجي، ان کي آلجبري مساوات يا رڳو هڪدرجي مساوات چئبو آهي.

مثال طور: (i) $6 - 2 = 4$

(ii) $2 \times 4 = 8$

اِهي آلجبري مساوات جا مثال آهن.



توازن واري حالت ۾ تارازي يعني ساهميءَ جي پُڙن سان مساوات جي پيٽ ڪري سگهجي ٿي. مساوات جا ٻه پاسا ساهميءَ جيُ ٻن پڙن وانگر آهن ۽ برابر جي نشاني ظاهر ڪري ٿي ته ساهميءَ جا پُڙ توازن ۾ آهن.

مساوات ”$2 \times 4 = 8$“ ۾ کابو پاسو 2×4 برابر آهي ساجي پاسي 8 جي.

مساوات ۽ اظهار ۾ فرق ڪرڻ

هڪ آلجبري اظهار، عددن بدلجندڙ ۽ حسابي عمل جو ميلاپ هوندو آهي.

اهڙي طرح $2a$، y، xz 31، $x4$، $2n - 3y$ آلجبري اظهارن جا مثال آهن. جڏهن ته برابر جي نشانيءَ سان ڳنڍيل ٻن اظهارن کي مساوات چئبو آهي. مساوات ۾، ٻه اظهار نشاني ”=“ سان برابر ڪيل هوندا آهن.

$2n \times 3 = 9$ ، $n - y = 4$ مساوات جا مثال آهن

استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي ته ڪلاس ۾ اصلي ساهمي ڪٺي اچي يا ڪنهن دستياب شيءِ سان ساهمي ناهي. ان ۾ مختلف شيون يا عددي ڪارڊ رکي مساوات جي تصور کي واضح ڪري.

9.2 هڪ درجي مساواتون

هڪ بدلجندڙ ۾ هڪ درجي مساوات بيان ڪرڻ

مساوات جنهن ۾ هڪ بدلجندڙ هجي ۽ اُن جو درجو هڪ هجي. اهڙي مساوات کي هڪ بدلجندڙ ۾ هڪ درجي مساوات يا سڌي مساوات چئبو آهي.

هڪ بدلجندڙ ۾ هڪ درجي اظهار ۽ مساوات کي ناهڻ

اسان کي خبر آهي ته آلجبري اظهار عددن، بدلجندڙن ۽ حسابي عملن جو ميلاپ آهي.

آلجبري اظهار جا ڪجهه مثال

(i) هڪ عدد جي ٻيڻ ۾ چار جو جوڙ ٿيڻ يعني هڪ عدد جي ٻيڻ واڌو چار ٿيندو: $2x+4$

(ii) هڪ عدد جي ٽيڻ مان پنج جو ڪٽ ٿيڻ يعني هڪ عدد جي ٽيڻ ڪاٽو پنج ٿيندو. $3y-5$

(iii) هڪ عدد سان 6 جو ضرب ٿيڻ يعني هڪ عدد ضربيان 6 ٿيندو: $6z$

(iv) هڪ عدد جو 8 سان ونڊجڻ يعني هڪ عدد جو اٺون حصو ٿيندو $\frac{m}{8}$

(v) هڪ عدد جي ٽيڻ ۾ ٻن جو جوڙ ٿيڻ يعني هڪ عدد جي ٽيڻ واڌو ٻه ٿيندو: $3x+2$

(vi) هڪ عدد ۽ پنج جي ضرب اُپت کي 7 سان ونڊڻ يعني هڪ عدد ۽ پنج جي ضرب اُپت جو ستون حصو ٿيندو: $\frac{5a}{7}$

مٿيان سڀ اظهار هڪ بدلجندڙ ۾ آهن.

اسان اهو ٻه ڄاڻون ٿا ته برابر جي نشانيءَ وارو جملو آلجبري مساوات هوندو آهي. اچو ته هڪ درجي مساوات کي ناهڻ سکون.

(i) هڪ عدد جي ٻيڻ مان چار جوڙ ڪرڻ سان جواب 10 اچي تو: يعني $2x+4=10$

(ii) هڪ عدد جي ٽيڻ مان ٽي ڪٽ ڪرڻ سان جواب 1 اچي تو: يعني $3y-3=1$

(iii) هڪ عدد کي ٽي سان ضرب ڪرڻ تي 9 اچي تو: يعني $3x=9$

(iv) هڪ عدد ونڊيان 8 آهي 3 يعني $\frac{m}{8}=3$

(v) هڪ عدد جي ٽيڻ ۾ ٻه جوڙ ڪرڻ سان 5 اچي تو يعني $3x+2=5$

(vi) هڪ عدد ۽ پنج جي ضرب اُپت کي 7 سان ونڊڻ سان جواب 10اچي تو: يعني $\frac{5a}{7}=10$

اهي سڀ هڪ بدلجندڙ ۾ هڪ درجي مساواتون آهن.

مثال 1: هيٺين جون هڪ بدلجندڙ ۾ هڪ درجي مساواتون ناهيو.

(i) هڪ عدد ۽ چار جي ضرب اُپت ۾ 5 وڌائڻ سان جواب 11 اچي ٿو.

(ii) هڪ عدد ، هڪ ٻئي عدد مان ڪٽ ڪجي ٿو جيڪو پهرين عدد جي ٽيڻ کان 5 وڌيڪ آهي،تہ جواب 31 اچي ٿو.

حل:(i) فرض ڪريو گهربل عدد x آهي تہ پوءِ x ضربيان 4 ٿيندو $4x$ ۽ ان ۾ 5 وڌائڻ سان ملندو $4x + 5$ جيڪو برابر آهي 11 جي. انهي ڪري گهربل مساوات آهي $4x+5 = 11$

(ii) فرض ڪريو تہ گهربل عدد x آهي تہ پوءِ عدد جي ٽيڻ ٿيندي $3x$. هاڻي ٻيو عدد جيڪو $3x$ کان 5 وڌيڪ آهي،ٿيندو $3x + 5$. $3x + 5$ ۽ x جو فرق آهي $(3x + 5) - x$ جيڪو 31 جي برابر آهي.

انهيءَ ڪري گهربل مساوات آهي :

$$(3x + 5) - x = 31$$

مشق 9.1

هيٺيون هڪ درجي مساواتون ناهيو.

(1) هڪ عدد ۽ 20 جو فرق آهي ٻٽيهہ.

(2) هڪ عدد ۽ 8 جي جوڙ اُپت 15 آهي .

(3) هڪ عدد ضربيان 5 آهي 35.

(4) سورهن ونڊيان چار برابر آهي 4.

(5) هڪ عدد ۾ ٻہ وڌائڻ سان جواب آهي 4.

(6) هڪ عدد مان پندرهن گهٽائڻ سان جواب اچي ٿو 5.

(7) هڪ عدد جي ٻيڻ ۾ 4 وڌائڻ سان 20 حاصل ٿئي ٿو.

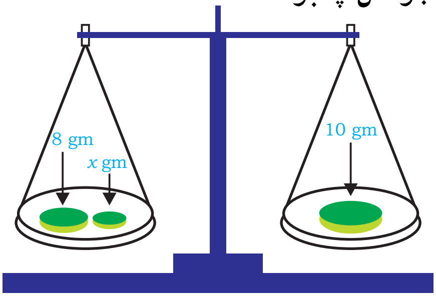
(8) منهنجي عمر،منهنجي پاءُ جي عمر کان پندرهن سال وڌيڪ آهي.

اٽپور ۽ ڏهائي اٽپور واري عددي مندي تي مشتمل هڪ درجي سادي مساوات کي حل ڪرڻ جهڙوڪ $\frac{1}{2}x + 5 = x - \frac{1}{3}$

هڪ سوال تي غور ڪريو، جنهن مطابق ساهمي جي هڪ پُڙ ۾ 10 گرامن جو هڪ وَٽ آهي ۽ ٻئي پُڙ ۾ ٻه وَٽا آهن هڪ 8 گرامن جو ۽ ٻيو اڻڄاتل آهي.

اچو ته اڻڄاتل وَٽ کي x سان ظاهر ڪريون ته اهو سوال توازن کي برقرار رکندي هن ريت لکي سگهجي ٿو: $x + 8 = 10$

جيڪڏهن اسين $x = 2$ رکون ته پوءِ $2 + 8 = 10$ هڪ دُرست جملو آهي. اهڙيءَ طرح ساهمي کي توازن ۾ رکڻ لاءِ 8 گرامن جي وَٽ سان گڏ 2 گرامن جو وٽ رکيو ويو آهي. هتي $x + 8 = 10$ جملي کي مساوات ۽ 2 کي ان جو حل چئبو.



هن مساوات ۾ هڪ بدلجندڙ آهي ۽ ان جو درجو به هڪ آهي. اهڙي مساوات کي هڪ بدلجندڙ ۾ هڪ درجي مساوات چئبو آهي. جيئن اسين اڳيئي پڙهي چڪا آهيون.

هيٺيان هڪ درجي مساواتن جا ڪجهه مثال آهن.

$x = 4$, $x + 8 = 15$, $5y = 30$, $5 - 2 = 3t + 8$

> هڪ کليل جملو جنهن ۾ نشاني "=" هجي،تنهن کي مساوات چئبو آهي. بدلجندڙ جو مَلهه جيڪو مساوات کي دُرست ڪري، تنهن کي مساوات جو حل چئبو آهي.

عملي ڪم 1: اچو ته $x + 5 = 8$ کي حل ڪريون. x جون مختلف قيمتون رکڻ سان اسان کي حاصل ٿيو.

$x = 1$ لاءِ اسان حاصل ڪنداسين $1 + 5 = 8$ جيڪو هڪ غلط بيان آهي.

$x = 2$ لاءِ اسان حاصل ڪيو $2 + 5 = 8$ جيڪو هڪ غلط بيان آهي.

$x = 3$ لاءِ اسان حاصل ڪنداسين $3 + 5 = 8$ جيڪو هڪ دُرست بيان آهي.

عملي ڪم 2: هڪ بدلجندڙ ۾ ڪي ٻه هڪ درجي مساواتون ناهيو.

مثال1: حل ڪريو. $x + 5 = 11$

حل: ٻنهي پاسن مان 5 کي ڪٽ ڪنديء، اسان حاصل ڪيو.

$$x + 5 - 5 = 11 - 5$$
يا $x + 0 = 6$
يا $x = 6$

ياد رکو : مساوات جي ٻنهي پاسن مان، ساڳيو عدد ڪٽ ڪري سگهجي ٿو.

مثال2: حل ڪريو. $x - 8 = 21$

حل: $x - 8 = 21$

ٻنهي پاسن ۾ 8 جوڙ ڪنديء، اسان حاصل ڪيو.

$$x - 8 + 8 = 21 + 8$$
يا $x = 29$

چڪاس: $x - 8 = 21$

($x = 29$ رکندي) $29 - 8 = 21$

جيڪو هڪ دُرست جملو آهي. $21 = 21$

ياد رکو : مساوات جي ٻنهي پاسن ۾ ساڳيو عدد جوڙ ڪري سگهجي ٿو.

مثال3: حل ڪريو: $7x = 84$

$$7x = 84$$

حل:

ٻنهي پاسن کي 7 سان ونڊينديء، اسان حاصل ڪيو.

$$\frac{7x}{7} = \frac{84}{7}$$
يا $x = 12$

چڪاس: $7x = 84$

($x = 12$ رکندي) $7 \text{ x } 12 = 84$

يا

جيڪو هڪ دُرست جملو آهي. $84 = 84$

ياد رکو : مساوات جي ٻنهي پاسن کي ساڳيئي عدد سان ونڊي سگهون ٿا. پر ونڊيندڙ ٻُڙي نہ هجي.

مثال4: $\frac{x}{3} = 7$ کي حل ڪريو.

حل: $\frac{x}{3} = 7$

ٻنهي پاسن کي 3 سان ضرب ڪندي، اسان حاصل ڪيو.

$$\frac{x}{3} \times 3 = 7 \times 3$$

$x = 21$ يا

چڪاس : $\frac{x}{3} = 7$

$\frac{21}{3} =$ ($x = 21$ رکندي)

يا

$7 = 7$ جيڪو هڪ دُرست جملو آهي.

ياد رکو : مساوات جي ٻنهي پاسن کي ساڳي عدد سان ضرب ڪري سگهجي ٿو.

ياد رکو : مساوات جا ٻئي پاسا پاڻ ۾ جاءِ مٽائي سگهن ٿا.

اچو ته ڪجهه وڌيڪ مثال حل ڪريون.

مثال 5: $3t + 5 = 20$ کي حل ڪريو:

حل: $3t + 5 = 20$

$3t + 5 - 5 = 20 - 5$ (ٻنهي پاسن مان 5 کي ڪٽ ڪندي)

$3t = 15$ يا

$\frac{3t}{3} = \frac{15}{3}$ (ٻنهي پاسن کي 3 سان ونڊيندي) يا

$t = 5$ يا

چڪاس :

$3t + 5 = 20$

$t = 5$ اسان حاصل ڪيو.

$3(5) + 5 = 20$

$15 + 5 = 20$ يا

$20 = 20$ يا جيڪو هڪ دُرست جملو آهي.

انهيءَ ڪري ثابت ٿيو ته مليل مساوات ۾ بدلجندڙ t جو ملهه $t = 5$ دُرست آهي .

مثال6: هيٺين مساواتن جو حل معلوم ڪريو.

(i) $\frac{1}{2}a + 5 = a - \frac{1}{3}$ (ii) $\frac{x+1}{2} = \frac{x+4}{3}$ (iii) $\frac{3x+4}{5+2x} = 1$

حل: (i) $\frac{1}{2}a + 5 = a - \frac{1}{3}$

ٻنهي پاسن کي ن.ع.پ. اُ 6 سان ضرب ڪندي

$$6\left(\frac{1}{2}a + 5\right) = 6\left(a - \frac{1}{3}\right)$$

$$\overset{3}{\cancel{6}}\left(\frac{1}{\cancel{2}}a\right) + 6(5) = 6(a) - \overset{2}{\cancel{6}}\left(\frac{1}{\cancel{3}}\right)$$

$$3a + 30 = 6a - 2$$
$$30 + 2 = 6a - 3a$$
$$32 = 3a$$
$$3a = 32 \quad \text{يا}$$
$$a = \frac{32}{3}$$

حل: (ii) $\frac{x+1}{2} = \frac{x+4}{3}$

(ن.ع.پ.اُ 6 سان ضرب ڪندي):

$$\overset{3}{\cancel{6}} \times \left(\frac{x+1}{\cancel{2}_1}\right) = \overset{2}{\cancel{6}} \times \left(\frac{x+4}{\underset{1}{\cancel{3}}}\right)$$

$$3(x+1) = 2(x+4)$$
$$3x + 3 = 2x + 8$$
$$3x - 2x = 8 - 3$$
$$x = 5$$

حل: (iii) $\frac{3x+4}{5+2x} = 1$

$$\cancel{(5+2x)} \times \left(\frac{3x+4}{\cancel{5+2x}}\right) = (5+2x) \times 1 \quad \text{(ٻنهي پاسن کي } (5+2x) \text{ سان ضرب ڪندي)}$$

$$3x + 4 = 1(5 + 2x)$$
$$3x + 4 = 5 + 2x$$
$$3x - 2x = 5 - 4$$
$$x = 1$$

استاد لاءِ هدايت: اُستاد کي گهرجي تہ شاگردن کي مساوات حل ڪرڻ جي اصولن کي سمجهڻ ۽ سادي مساواتن جي هر ڏاڪي کي حل ڪرڻ ۾ ڀرپور مدد ڪري.

مشق 9.2

هيٺيون مساواتون حل ڪريو:

(1) $x - 7 = 8$	(2) $y + 5 = 12$	(3) $x + 2 = 8$
(4) $7y = 14$	(5) $3x = 30$	(6) $y - 16 = 2$
(7) $\frac{x}{4} = 3$	(8) $6x + 1 = 49$	(9) $8x = 32$
(10) $7y + 2 = 44$	(11) $6 = x + 9$	(12) $9x - 21 = 78$
(13) $\frac{6x-4}{2x+2} = 2$	(14) $\frac{x}{2} + 4 = x - \frac{1}{3}$	(15) $\frac{5x-4}{8} = \frac{x+6}{4}$

هڪ درجي مساواتن تي عام زندگيءَ جا لکتي حساب حل ڪرڻ

لکتي حسابن کي حل ڪرڻ جي طريقي جي، هيٺين مثالن ذريعي وضاحت ڪجي ٿي.

لکتي حسابن کي حل ڪرڻ لاءِ هيٺين ڏاڪن کي ياد رکو:

(i) ڏنل حساب کي غور سان پڙهو. ان جو خاڪو ناهيو.

(ii) معلوم ڪريو، ته ڇا پُڇيل آهي.

(iii) جيڪو ڪجهه به پُڇيل آهي، تنهن کي بدلجندڙ x يا y سان ظاهر ڪريو.

(iv) ڏنل شرطن جي مطابق هڪ مساوات ناهيو.

(v) گهربل جواب حاصل ڪرڻ لاءِ مساوات کي حل ڪريو.

(vi) جيڪو جواب ملي، تنهنجي چڪاس ڪريو.

مثال 1: هاشم ۽ قاسم ٻنهي هلال احمر جي فنڊ ۾ ڪُل رقم 47 رُپيا جمع ڪرائي. جيڪڏهن هاشم جو حصو 25 رُپيا هو ته قاسم جو حصو معلوم ڪريو.

حل: هن حساب کي حل ڪرڻ لاءِ، پهريائين هن کي غور سان پڙهو.

هن حساب ۾ قاسم جو حصو معلوم ڪرڻو آهي.

ٻنهي گڏ جمع ڪرايا	= 47 رُپيا
فرض ڪريو قاسم جو حصو	= x رُپيا
ته هاشم جو حصو	= 25 رُپيا
ٻنهي جو حصو	= $x + 25$

استاد لاءِ هدايت: اُستاد کي گهرجي ته هڪ درجي مساواتن جي تصور کي اثرائتي طريقي سان واضح ڪرڻ لاءِ شاگردن کي مشق لاءِ عام زندگيءَ جا وڌيڪ مثال ڏي.

جنهنڪري، حساب جي ڏنل شرط موجب، اسان وٽ آهي.

$$x + 25 = 47$$

اچو تہ ان کي حل ڪريون.

$$x + 25 = 47$$

يا $x + 25 - 25 = 47 - 25$

يا $x = 22$

اهڙي طرح قاسم جو حصو آهي 22 رُپيا.

مثال2: زبيده ۽ فرح تفريح لاءِ جانورن جي باغ ۾ گڏ گهمڻ جو ارادو ڪيو. ٻنهي 44 رُپيا گڏ ڪيا. فرح 6 رُپيا زبيده کان وڌيڪ ادا ڪيا. تہ زبيده جو حصو معلوم ڪريو.

حل: فرض ڪريو زبيده ادا ڪيا = x رُپيا

فرح ادا ڪيا (6 رُپيا وڌيڪ) = $x+6$ رُپيا

ڪُل رقم = $x + (x+6)$ رُپيا

رقم گڏ ڪئي = 44 رُپيا

تنهنڪري حساب جي شرط موجب:

مساوات ٿهندي $x + (x + 6) = 44$

هاڻي ان مساوات کي حل ڪريون ٿا... $x + (x + 6) = 44$

يا $x + x + 6 = 44$

يا $2x + 6 = 44$

يا $2x + 6 - 6 = 44 - 6$

$2x = 38$

يا $\frac{2x}{2} = \frac{38}{2}$

يا $x = 19$

اهڙي طرح، زبيده جو حصو 19 روپيا آهي.

مثال3: جيڪڏهن هڪ عدد ۾ 8 جي جوڙ اُپت کي 5 سان ضرب ڪئي وڃي، ته 60 حاصل ٿئي ٿو. اهو عدد معلوم ڪريو.

حل: فرض ڪريو ته گهربل عدد x آهي.

گهربل عدد ۾ 8 جي جوڙ اُپت $= x + 8$

جوڙ اُپت ضربيان 5 ٿئي ٿو. $= 5\,(x + 8)$

جوڙ اُپت کي 5 سان ضرب ڪري حاصل ٿيا $= 60$

تنهنڪري حساب جي ڏنل شرط موجب:

$$5\,(x + 8) = 60$$

يا $5x + 40 = 60$

يا $5x + 40 - 40 = 60 - 40$

يا $5x = 20$

يا $\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$

يا $x = 4$

اهڙي ريت، گهربل عدد 4 آهي

مشق 9.3

(1) ساره ڳاڙهي ۽ سائي چولي ۾ 44 شيشي جا ٽڪر سُبي ٿي. سائي کان 6 وڌيڪ شيشي جا ٽڪر ڳاڙهي چولي ۾ سبُيا وڃن ٿا. سائي چولي ۾ سُبيل شيشن جو تعداد معلوم ڪريو.

(2) هڪ ڪرڪيٽ ميچ ۾ جميل ۽ سليم ٽيم جو اسڪور 84 رنز وڌايو. جيڪڏهن جميل 12 رنز سليم کان وڌيڪ ناهي ٺو، ته سليم جو اسڪور معلوم ڪريو.

(3) هڪ عدد ۾ اُن جي ٻيڻ جي جوڙ اُپت 9 آهي ته عدد لهو.

(4) هڪ عدد ۾ 6 جي جوڙ اُپت کي 7 سان ضرب ڪرڻ تي 77 ملي ٿو. ته عدد معلوم ڪريو.

(5) هڪ عدد جي چئوڻ ۾ 6 جي جوڙ اُپت 42 آهي. عدد معلوم ڪريو.

(6) ماءُ ۽ اُن جي ڌيءُ جي عمرين جي جوڙ اُپت 22 سال آهي. ڌيءُ 20 سال ننڍي آهي ماءُ کان. ڌيءُ جي عمر معلوم ڪريو.

(7) جڏهن دُعا ڪتاب کولي ٿي تہ هُن جي سامهون ﮨ صفحا آهن. صفحي جي ڳڻپ واري عددن جي جوڙ اُپت 155 آهي. جيڪڏهن هڪ صفحي جو ڳڻپ وارو عدد 50 آهي تہ ٻئي صفحي جو ڳڻپ وارو عدد لهو.

(8) هڪ رانديڪي جي قيمت 7 رُپيا گهٽ ٿي آهي. جيڪڏهن نئين قيمت 25 رُپيا تہ اصل قيمت معلوم ڪريو.

جائزي واري مشق 9

(1) هيٺين جا آلجبري اظهار لکو.

(i) x ۽ 4 جي جوڙ اُپت

(ii) هڪ عدد x مان 7 گهٽ

(iii) هڪ عدد x ضربيان 9

(iv) هڪ عدد y ونڊيان 6

(v) ٻن عددن x ۽ y جي جوڙ اُپت

(vi) هڪ بدلجندڙ x ۽ 8 جي ضرب اُپت

(2) هيٺين مان هرهڪ لاءِ مساوات لکو.

(i) هڪ عدد x مان 3 گهٽ ڪرڻ تي 10 حاصل ٿيو آهي.

(ii) هڪ عدد y جي ٽيڻ ۾، 5 وڌائڻ سان 17 حاصل ٿيو آهي.

(iii) هڪ عدد z جي ٻيڻ ۾ 4 ٿئي ٿو 20.

(iv) 7 مان هڪ عدد m جي اڌ کي ڪٽ ڪيو ويو تہ 4 حاصل ٿيو.

(v) ٻن لاڳيتن ٻڌي قدرتي عددن جي جوڙ اُپت 6 آهي.

(vi) 8 سالن کانپوءِ منهنجي عمر اجوڪي عمر کان ٽيڻ ٿي ويندي.

(3) هيٺين مساواتن کي حل ڪريو.

(i) $5x - 3 = 18$ (ii) $\frac{y+1}{2} = 5$ (iii) $\frac{m-1}{3} = 1$

(iv) $4y - 10 = 1$ (v) $\frac{p}{7} - 3 = 2$ (vi) $\frac{1}{2}q = 3$

(4) هڪ n ميٽر ڊگهو ٿنيو، ٻن حصن ۾ ٻڄي پيو. هڪ حصو 3 ميٽر ڊگهو آهي ۽ ٻيو حصو $2x - 17$ ميٽر ڊگهو آهي. ٿنيي جي اصل ڊيگهه معلوم ڪريو.

(5) جيڪڏهن هڪ عدد کي ٽيڻو ڪجي ۽ جواب ۾ 5 وڌائجي ته اسين 44 حاصل ڪريون ٿا. عدد معلوم ڪريو.

(6) هڪ عدد جي ٻيڻ کي، اُن عدد جي اڌ ۾ جوڙ ڪرڻ سان 20 ملي ٿو. ته عدد معلوم ڪريو.

(7) هڪ عدد جي ٽيڻ مان 5 گهٽائڻ، سان حاصل اصل عدد کان هڪ وڌي ٿو. عدد لهو.

(8) ٻن لاڳيتن ٻڌي عددن جي جوڙ اُپت 34 آهي ته انهن مان ننڍو عدد لهو.

خلاصو

- هڪ آلجبري جملو، جنهن ۾ برابر جي نشاني "=" هجي. تنهن کي آلجبري مساوات چئبو آهي.
- هڪ آلجبري مساوات، جنهن ۾ رڳو هڪ بدلجندڙ هجي ۽ اُن جو درجو به هڪ هجي، تنهن کي هڪ بدلجندڙ ۾ هڪ درجي مساوات يا سادي مساوات چئجي ٿو.
- "سادي هڪ درجي مساوات حل ڪرڻ" جو مطلب آهي، ته اڻڄاتل بدلجندڙ جو اهو ملهه لهڻ، جيڪو ڏنل مساوات جي ٻنهي پاسن کي برابر رکي.
- عام زندگيءَ جا مختلف حساب، پهريان حسابي صورت ۾ مثائبا آهن، يعني هڪ درجي مساوات ۾ ۽ پوءِ جوڙ، ڪٽ، ضرب ۽ ونڊ جي اصولن کي استعمال ڪندي، حل ڪبا آهن.

يونٽ 10
جاميٽري

جاميٽريءَ جي شڪلين جا نمونا اسان جي چوڌاري موجود آهن. جاميٽري رياضيءَ جي هڪ تمام پراڻي شاخ آهي، جيڪا رياضيءَ کي اسان جي روزمره جي زندگيءَ ۾ استعمال ٿيندڙ شين سان ملائي ٿي.

10.1 ليڪ ٽڪر

ٽُڪر معنيٰ هڪ حصو. ليڪ ٽڪر هڪ ليڪ جو هڪ حصو آهي. ليڪ ٽڪر کي ٻہ مختلف پُڇڙيون ٿين ٿيون.

هيٺ ڏنل شڪل ۾، اسان هڪ ليڪ ℓ ڏسي سگهون ٿا: جنهن ۾ ٽبڪا P ۽ Q نشان ٿيل آهن.

ليڪ ℓ جي ٽبڪي P کان Q ٽبڪي تائين حصي کي ليڪ ٽڪر PQ چئون ٿا. نشانين ۾ $\overline{PQ}$ يا $\overline{QP}$ لکون ٿا. جڏهن تہ ٽبڪا P ۽ Q ليڪ ٽڪر جا ڇيڙا آهن.

هڪ ليڪ تي ڪيترا ئي ٽبڪا آهن؟

ليڪ ٽڪر کي اسان پنهنجي چوڌاري عام طور دروازي، دريءَ، بينچ، بورڊ، ڪاپيءَ ۽ اسڪيل وغيره جي ڪناريءَ سان ڏسي سگهون ٿا.

اچو تہ ليڪ، ليڪ ٽڪر ۽ شعاع جي فرق جو مشاهدو هيٺ چارٽ جي مدد سان معلوم ڪريون.

هيٺ ڏنل رڪن مطابق	ليڪ کي	ليڪ ٽڪر کي	شعاع کي
ڇيڙا	ڪوبہ ڇيڙو نہ آهي	ٻہ ڇيڙا آهن	هڪ ڇيڙو آهي
ديگهہ	مخصوص ديگهہ نہ آهي	مخصوص ديگهہ آهي	مخصوص ديگهہ نہ آهي
نشاني	ليڪ AB يا $\overleftrightarrow{AB}$	ليڪ ٽڪر AB يا $\overline{AB}$	شعاع AB يا $\overrightarrow{AB}$

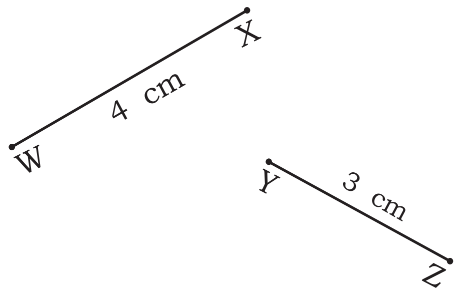
استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي تہ شاگردن ۾ ليڪ ٽڪر جو تصور مثال ڏئي پڪو ڪرائي ۽ ليڪ ٽڪر کي، ليڪ ۽ شعاع سان ڀيٽ ڪرائي، تصور واضح ڪرائي.

ٻه يا ٻن کان وڌيڪ ليڪ ٽڪرن جي ماپ کي جوڙ ڪرڻ

ٻه يا ٻن کان وڌيڪ ليڪ ٽڪرن جي ماپ کي جوڙ ڪرڻ جو مطلب آهي، هڪ اهڙو ليڪ ٽڪر معلوم ڪرڻ. جنهن جي ڊيگهه مليل ٻن ليڪ ٽڪرن جي ماپ جي جوڙ جي برابر آهي.

مثال: ٻن ليڪ ٽڪرن WX ۽ YZ کي پلڪار، پينسل ۽ اسڪيل جي مدد سان جوڙ ڪريو.

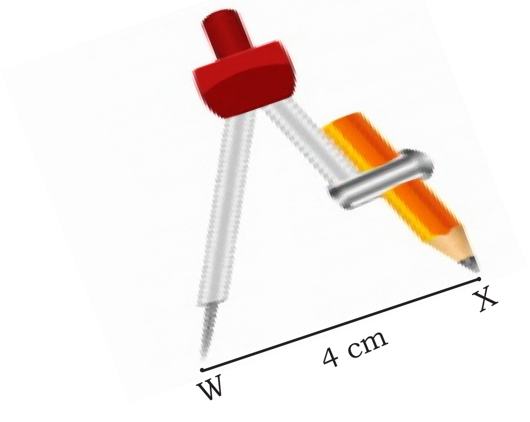
$m\overline{WX} = 4 \text{ cm}$ ۽ $m\overline{YZ} = 3 \text{ cm}.$



جوڙجڪ جا ڏاڪا :

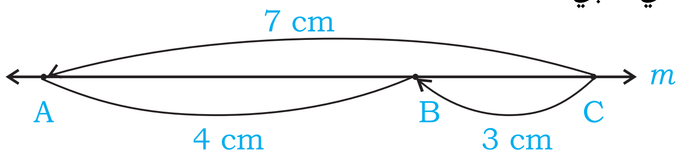
(1) هڪ ليڪ *m* مناسب ماپ جي ناهيو ۽ هڪ ٽٻڪي A جو نشان اُن تي ڏيو.

(2) پلڪار جي مدد سان س.م 4 = $\overline{WX}$ ماپ ونو.



(3) ٽٻڪي A کي مرڪز وٺي، 4 س.م نيم قطر سان هڪ قوس ڪڍو، جيڪو ليڪ m کي ٽٻڪي B تي ڪپي.

(4) متي ڏنل قدم 2 کي ڏُهرايو يعني پلڪار جي مدد سان ماپ 3 س.م وٺو. ٽٻڪي B کي مرڪز وٺي، 3 س م رداس سان هڪ قوس ڪڍو، جيڪو ليڪ m کي ساڄي رُخ ۾ ٽٻڪي C تي ڪپي.



تنهنڪري

$m\overline{AC} = m\overline{WX} + m\overline{YZ} = 4$ س.م $+ 3$ س. م $= 7$ س.م

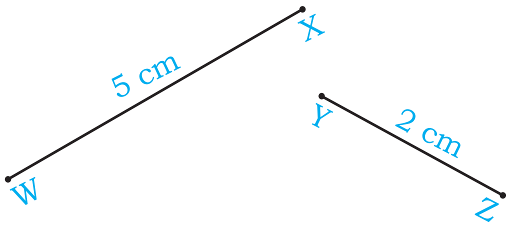
ان ريت $\overline{AC}$ گهربل ليڪ ٽڪر آهي، جيڪو مليل ٻن ليڪ ٽڪرن جي جوڙ کي ظاهر ڪري ٿو.

اسان ان طرح ٻن کان وڌيڪ ليڪ ٽڪرن جو جوڙ پڻ معلوم ڪري سگهون ٿا.

ڪنهن وڏي ڊيگهه واري ليڪ ٽڪر مان، هڪ ليڪ ٽڪر ڪٽ ڪرڻ

ڪنهن مليل وڏي ڊيگهه ماپ واري ليڪ ٽڪر مان، هڪ ليڪ ٽڪر ڪٽ ڪرڻ جو مطلب آهي۾هڪ اهڙو ليڪ ٽڪر معلوم ڪرڻ جنهن جي ڊيگهه مليل ٻن ليڪ ٽڪرن جي ماپ جي فرق جي برابر آهي.

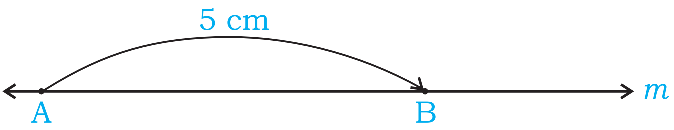
مثال: پلڪار، پينسل ۽ اسڪيل جي مدد سان ليڪ ٽڪر $\overline{YZ}$ جي ماپ کي، ليڪ ٽڪر $\overline{WX}$ جي ماپ مان ڪٽ ڪريو.



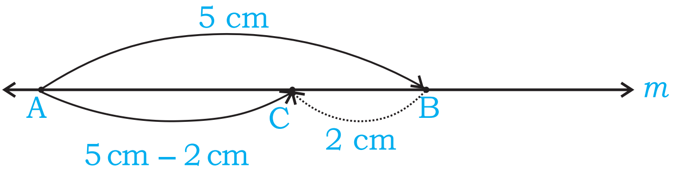
جوڙجڪ جا ڏاڪا:

(1) هڪ ليڪ m مناسب ماپ جي ناهيو ۽ اُن تي هڪ ٽبڪو A لڳايو.

(2) پلڪار جي مدد سان WX جي ماپ ڪريو. ٽبڪي A کي مرڪز وٺي، $\overline{WX}$ جي ماپ جيتري نيم قطر يعني 5 س.م سان هڪ قوس ڪيو، جيڪو ليڪ m کي ٽبڪي B تي ڪپي.



(3) ٽبڪي B کي مرڪز وٺي، رداس $\overline{YZ}$ يعني 3 س.م ماپ جيترو وٺي هڪ ٻيو قوس، پهرين قوس کان اُبتي رُخ ۾ ليڪ m تي ڪيو، جيڪو ليڪ m کي ٽبڪي C تي ڪپي.

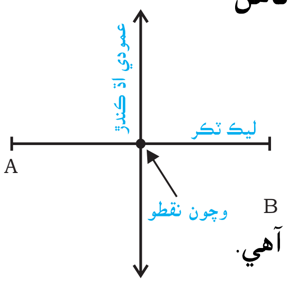


تنهنڪري

$m\overline{AC} = m\overline{WX} - m\overline{YZ} =$ 5 س.م – 2 س.م = 3 س.م

ان ريت $\overline{AC}$ گهربل ليڪ ٽُڪر آهي، جيڪو هڪ وڏي ليڪ ٽڪر مان ننڍي ليڪ ٽڪر جو فرق ظاهر ڪري ٿو.

مليل ليڪ ٽڪر جو صحيح اڌ ڪندڙ پلڪار جي وسيلي ناهڻ



اسان کي معلوم آهي ته عمودي ليڪ جيڪا مليل ليڪ ٽڪر تي 90^{o} جي ڪنڊ ناهي ٿي ۽ اُن ليڪ ٽڪر کي ٻن هڪ جيترن حصن ۾ ورهائي ٿي. مٿي ڏيکاريل تصوير ۾ ليڪ ℓ، ليڪ ٽڪر AB جو صحيح اڌ ڪندڙ آهي.

مٿي ڏيکاريل تصوير ۾ ليڪ ℓ، ليڪ ٽڪر AB جو صحيح اڌ ڪندڙ آهي.

نوٽ: صحيح اڌ ڪندڙ کي عمودي اڌ ڪندڙ به چئجي ٿو.

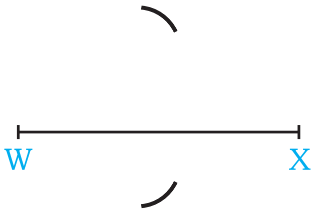
استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي ته شاگردن کي پلڪار جي مدد سان ليڪ ٽڪر جي صحيح اڌ ڪندڙ کي ناهڻ ۾ مڪمل سمجهاڻي ڏي.

مثال: مليل $\overline{WX}$ جنهنجي ڊيگهه 6 س. م آهي، ان جو صحيح اڌ ڪندڙ پلڪار جي مدد سان ناهيو.

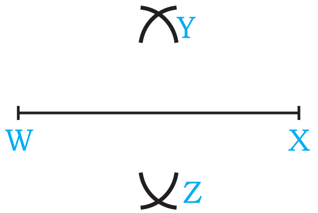
حل: پهريائين مليل $\overline{WX}$، 6 س م ماپ جو اُفقي رُخ ۾ ناهيو.

هاڻي هيٺ ڏسيل عمل جا ڏاڪا، پلڪار، پينسل ۽ اسڪيل جي مدد سان سلسليوار ڪريو.

جوڙجڪ جا ڏاڪا:

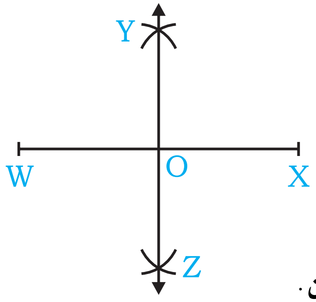


ڏاڪوI: ٽپڪي W کي مرڪز وٺي، $\overline{WX}$ جي ڊيگهه 6 س.م جي اڌ کان وڌيڪ يعني 3.5 س. م رداس سان ٻہ قوس $\overline{WX}$ جي ٻنهي پاسن ۾ ناهيو.



ڏاڪوII: ٽپڪي X کي مرڪز وٺي ٻہ ٻيا قوس ساڳئي رداس سان، اهڙي طرح ناهيو، جيئن پهرين ٻنهي قوسن کي ٽپڪن Y ۽ Z تي ڪپين.

ڏاڪوIII: $\overleftrightarrow{YZ}$ ناهيو، جيڪا $\overline{WX}$ کي ٽپڪي O تي ڪپي.
ان طرح $\overleftrightarrow{YZ}$ اڌ ڪري ٿي، مليل $\overline{WX}$ کي، ٽپڪي O تي.
يعني $m\overline{WO} = m\overline{OX}$



تنهنڪري $\overleftrightarrow{YZ}$ گهربل صحيح اڌ ڪندڙ آهي، مليل $\overline{WX}$ جو.

نوٽ: $\overrightarrow{OY}$ ۽ $\overrightarrow{OZ}$، مليل $\overline{WX}$ جا پڻ صحيح اڌ ڪندڙ آهن.

ڏنل ليڪ تي مليل ٽٻڪي مان عمود ناهڻ، پلڪار جي مدد سان

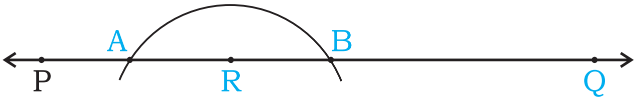
مثال. ڏنل ليڪ $\overleftrightarrow{PQ}$ تي ٽٻڪي R مان عمود ناهيو، پلڪار جي مدد سان.

حل:

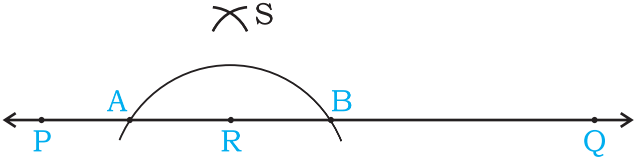
جوڙ جڪ جا ڏاڪا:

ڏاڪوI: مناسب ماپ جيتري، ڏنل ليڪ $\overleftrightarrow{PQ}$ ناهيو. ان تي ڪوبہ هڪ ٽٻڪو R پڻ ڏيکاريو.

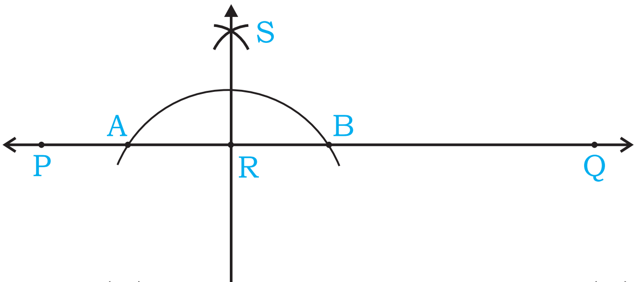
ڏاڪوII: ٽٻڪي R کي مرکز وٺي مناسب رداس سان هڪ اهڙو قوس ناهيو، جيڪو $\overleftrightarrow{PQ}$ کي ٽٻڪن A ۽ B تي ڪپي جيئن $m\overline{RA} = m\overline{RB}$



ڏاڪوIII: ٽٻڪن A ۽ B کي مرکز وٺي، رداس $m\overline{RA}$ کان ٿورو وڌيڪ وٺي بہ قوس اهڙي طرح ڪڍو، جيڪي هڪ ٻئي کي ٽٻڪي S تي ڪپين.



ڏاڪوIV: ٽٻڪن R ۽ S کي ملائي، ليڪ PQ جي ٻنهي پاسي مٿي ۽ هيٺ وڌائي $\overleftrightarrow{RS}$ ناهيو.



ان ريت $\overleftrightarrow{RS}$ گهربل عمود آهي جيڪو ٽٻڪي R مان $\overleftrightarrow{PQ}$ تي نهيو آهي.

ڏنل ليڪ تي، ليڪ کان ٻاهر مليل ٽٻڪي مان پلڪار جي مدد سان عمود ناهڻ

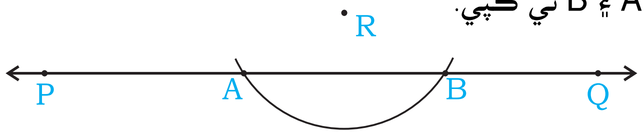
مثال: ليڪ PQ تي هڪ عمود ناهيو، پلڪار جي مدد سان، ٽٻڪي R مان، جيڪو ڏنل ليڪ کان ٻاهر آهي.

حل:

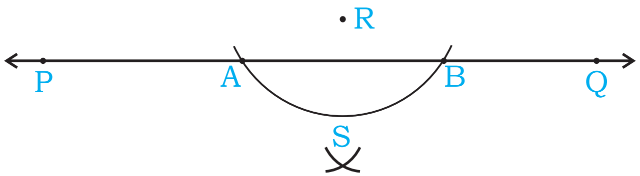
جوڙ جڪ جا ڏاڪا:

ڏاڪوI: مناسب ڊيگهه سان PQ ناهيو ۽ هڪ ٽٻڪو R، ليڪ PQ کان ٻاهر نشان ڏيو.

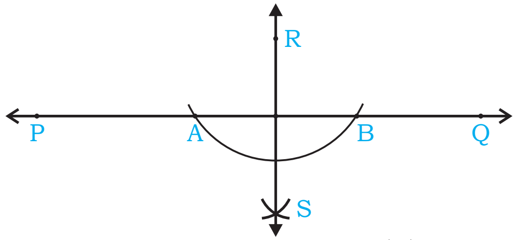
ڏاڪوII: ٽٻڪي R کي مرڪز وٺي، مناسب رداس سان هڪ قوس ناهيو، جيڪو $\overleftrightarrow{PQ}$ کي ٽٻڪن A ۽ B تي ڪپي.



ڏاڪوIII: ٽٻڪن A ۽ B کي مرڪز وٺي، ٻه قوس ٽٻڪي R جي مخالف طرف ۾ ٺاهيو. رداس، $\overline{AB}$ جي اڌ کان وڌيڪ رکو: جيئن ٻئي قوس هڪ ٻئي کي هڪ ٽٻڪي S تي ڪپين.



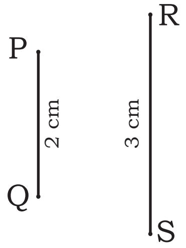
ڏاڪوIV: ٽٻڪن R ۽ S کي پاڻ ۾ ملائي $\overleftrightarrow{RS}$ ناهيو.

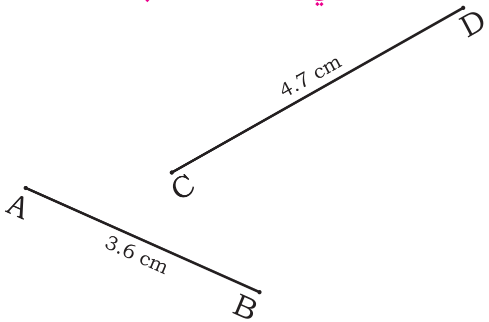


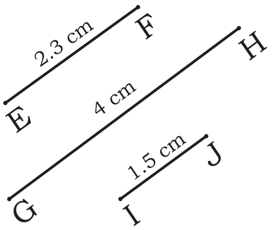
$\overleftrightarrow{RS}$ گهربل عمود آهي،جيڪو $\overleftrightarrow{PQ}$ تي ٽٻڪي R مان پلڪار جي مدد سان ناهيو ويو آهي، جڏهن ته ٽٻڪو R ڏنل ليڪ PQ کان ٻاهر ورتل آهي.

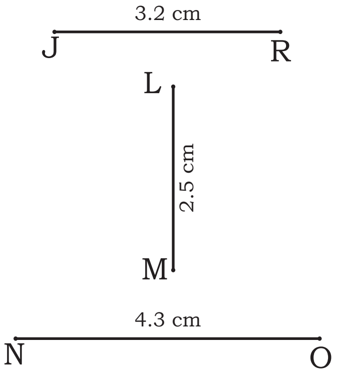
مشق 10.1

(1) هيٺ ڏنل ليڪ ٽڪرن جي جوڙن کي، جاميٽريءَ ذريعي پاڻ ۾ گڏ جوڙي، سندن جوڙ يعني ڪل ڊيگھه ماپ لکو.

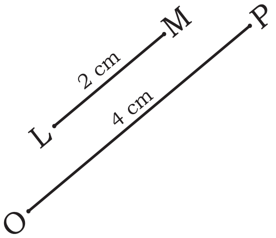
(i)


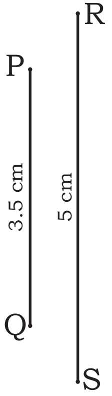
(ii)


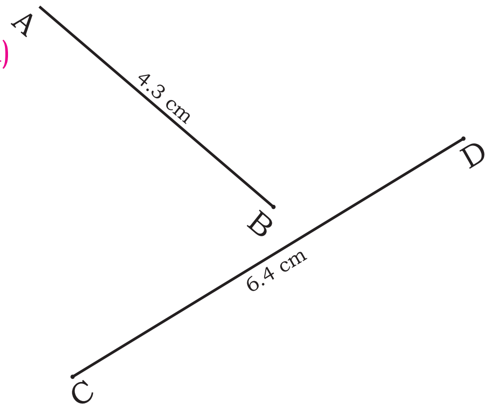
(iii)


(iv)


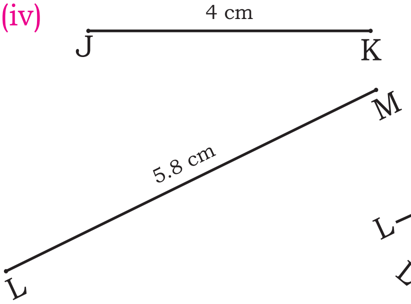
(2) هيٺ ڏنل ليڪ ٽڪرن جي ڊيگھه ماپ ۾ جاميٽريءَ جي ذريعي فرق معلوم ڪريو.

(i)


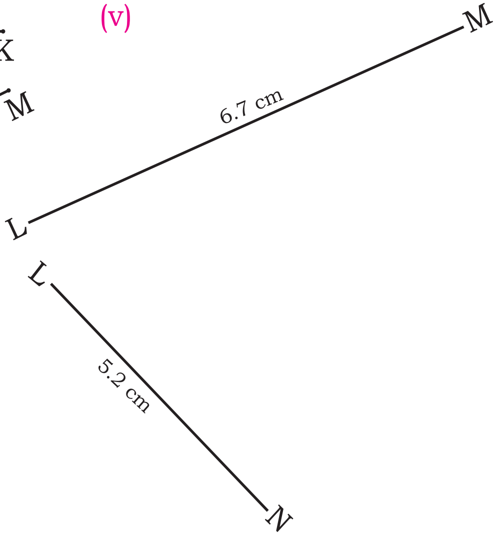
(ii)


(iii)


(iv)



(v)

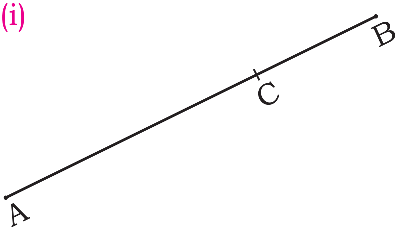


(3) هيٺ ڏنل ماپن جا ليڪ ٽڪر ناهيو ۽ انهن ليڪ ٽڪرن جا صحيح اڌواڌ ڪندڙ يعني عمودي اڌ ڪندڙ پلڪار وسيلي ٻڌايو.

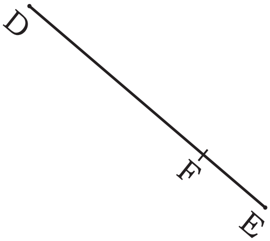
(i) 5 س.م (ii) 6.3 س.م (iii) 8 س.م

(4) هيٺ ڏنل ليڪ ٽڪرن تي مليل ٽپڪن مان پلڪار وسيلي عمود ناهيو.

(i)

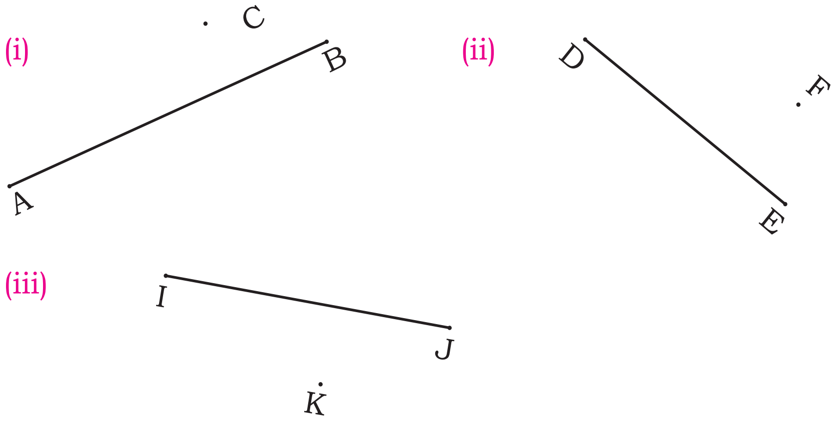


(ii)



(iii)

(5) هيٺ ڏنل ليڪ ٽڪرن تي، ليڪ ٽڪر کان ٻاهر مليل ٽِبڪن مان پلڪار وسيلي عمود ناهيو.

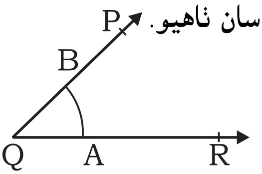


10.2 ڪندون ناهڻ

هن کان اڳ ۾ اسان ڪند ماپ جي ذريعي مختلف ماپ جون ڪندون ناهڻ سکي آيا آهيون. اچو تہ هاڻي مختلف ماپن جون ڪندون پلڪار جي مدد سان ناهڻ سکون.

مليل ڪند جيتري ماپ جي ڪند، پلڪار جي مدد سان ناهڻ

مثال. مليل ڪند PQR جيتري ماپ جي هڪ ڪند، پلڪار جي مدد سان ناهيو.

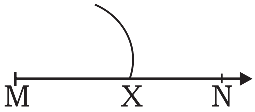


حل: مليل ڪند PQR تي غور ڪريو.

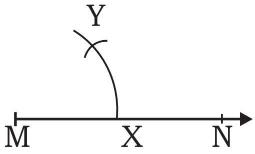
جوڙ جڪ جا ڏاڪا:

ڏاڪوI: $\overrightarrow{MN}$ ناهيو.

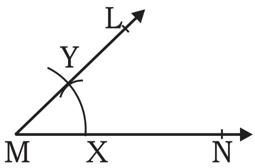
ڏاڪوII: مليل ڪند PQR ۾ ٽِبڪي Q کي مرڪز وٺي، مناسب رداس سان هڪ قوس ڪڍو جيڪو $\overrightarrow{QR}$ ۽ $\overrightarrow{PQ}$ کي ترتيبوار ٽِبڪن A ۽ B تي ڪٽي.



ڏاڪوIII: MN تي ٽٻڪي M کي مرڪز وٺو ۽ رداس $m\overline{QB}$ يا $m\overline{QA}$ جي برابر وٺي، هڪ قوس ڪڍو، جيڪو $\overrightarrow{MN}$ کي ٽٻڪي X تي ڪپي.



ڏاڪوIV: ٽٻڪي X کي مرڪز وٺو ۽ رداس مليل ڪنڊ PQR ۾ ٽٻڪي A کان ٽٻڪي B تائين وٺي، هڪ قوس پايو جيڪو پهريون قوس کي ٽٻڪي Y تي ڪپي.

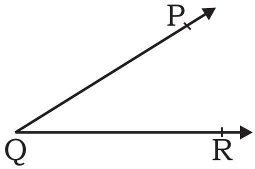


ڏاڪوV: ٽٻڪن M ۽ Y کي پاڻ ۾ ملايو ۽ $\overrightarrow{ML}$ ٺاهيو، جيڪو ٽٻڪي Y مان گذري. ان ريت ٺهندڙ ڪنڊ LMN ۽ مليل ڪنڊ PQR جي ماپ، ڪنڊ ماپ سان لهو ۽ تصديق ڪريو.

$$m\angle LMN = m\angle PQR$$

مطلب ته $\angle CMN$ گهربل ڪنڊ آهي.

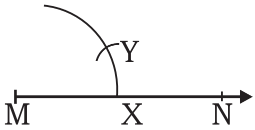
مليل ڪنڊ جي ٻيڻي ماپ جيتري ڪنڊ پلڪار جي مدد سان ٺاهيو



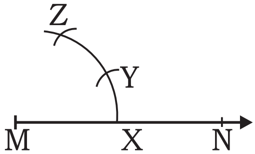
مثال: ڪنڊ PQR هڪ مليل ڪنڊ آهي. پلڪار جي مدد سان مليل ڪنڊ جي ماپ کان ٻيڻي ڪنڊ ٺاهيو.

حل: مليل ڪنڊ PQR تي غور ڪريو ۽ ڪنڊ ماپ سان مليل ڪنڊ جي ماپ لهو.

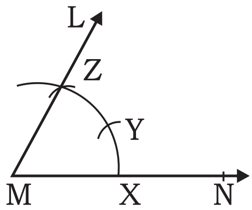
جوڙجڪ جا ڏاڪا:



ڏاڪوI: هن کان اڳ واري مثال جا I کان IV ڏاڪا ڏُهرايو.



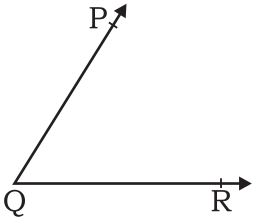
ڏاڪوII: ٽٻڪي Y کي مرڪز وٺي، ساڳي رداس سان، وڏي قوس کي وري ٻيهو ٻه قوس لڳايو جيڪو ڪيس Z ٽٻڪي تي ڪپي ٿو.



ڏاڪوIII: $\overrightarrow{ML}$ ٺاهيو، جيڪو ٽٻڪي Z مان گذري. ان ريت $\angle LMN$ گهربل ڪنڊ آهي.

يعني $m\angle LMN = 2m\angle PQR$. هاڻي نئين ٺهيل ڪنڊ جي ماپ، ڪنڊ ماپ سان لهو ۽ تصديق ڪريو ته اها مليل اصل ڪنڊ کان ماپ ۾ ٻيڻي آهي.

پلڪار جي مدد سان هڪ مليل ڪند کي اڌواڌ ڪريو

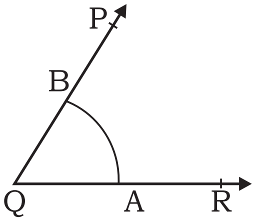


مثال: مليل ڪند PQR کي پلڪار جي مدد سان اڌواڌ ڪريو.

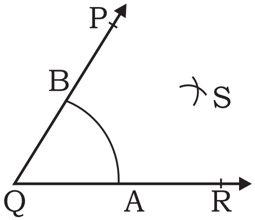
حل:

مليل ڪند PQR تي غور ڪريو.

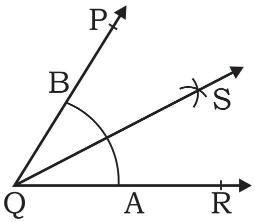
جوڙجڪ جا ڏاڪا:



ڏاڪوI: ٽپڪي Q کي مرڪز وٺي، مناسب رداس سان هڪ قوس ڪڍو، جيڪو $\overrightarrow{QR}$ ۽ $\overrightarrow{QP}$ کي ترتيبوار ٽپڪن A ۽ B تي ڪپي.



ڏاڪوII: ٽپڪن A ۽ B کي مرڪز وٺي، مناسب رداس سان ٻه قوس ڪڍو؛ جيڪي هڪ ٻئي کي هڪ ٽپڪي S تي ڪپين.



ڏاڪوIII: ٽپڪن Q ۽ S کي پاڻ ۾ ملائي QS ناهيو.

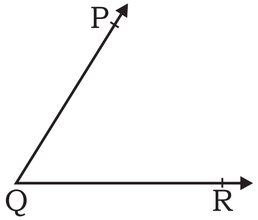
ان ريت $\overrightarrow{QS}$، مليل ڪند $\angle PQR$ کي اڌواڌ ڪيو آهي.

يعني $m\angle PQS = m\angle RQS$

آخر ۾ نتيجي جي تصديق لاءِ ٻنهي ڪندن جي ماپ، ڪند ماپ سان معلوم ڪريو.

استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي ته ڪجهه ٻيا مثال وٺي، شاگردن کي ڪند کي اڌواڌ ڪرڻ جي عمل جي سٺي مشق ڪرائي.

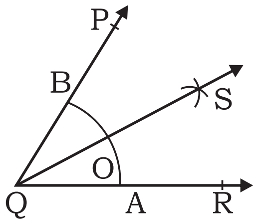
مليل ڪنڊ کي هڪ جيترن چئن حصن ۾ ورهائڻ



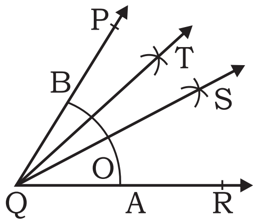
مثال: مليل ڪنڊ PQR کي هڪ جيترن چئن حصن ۾ پلڪار جي مدد سان ورهايو.

حل: مليل ڪنڊ PQR تي غور ڪريو.

جوڙجڪ جا ڏاڪا:

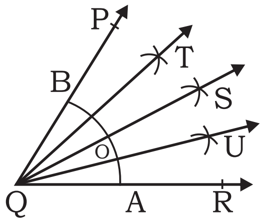


ڏاڪوI: مليل ڪنڊ PQR کي هن کان اڳين مثال ۾ سيڪاريل طريقي موجب پلڪار جي مدد سان اڌوا ڪريو.



ڏاڪوII: $\overrightarrow{QS}$ يعني $m\angle PQS = m\angle RQS$ جنهن ٽبڪي تي قوس AB کي ڪپي اُتي نالو O ڏيو.

ڏاڪوIII: ٽبڪن O ۽ B کي مرڪز وٺي مناسب رداس سان ٻہ قوس ڪيو، جيڪي هڪ ٻئي کي هڪ ٽبڪي T تي ڪپين. ٽبڪن Q ۽ T کي ملائي $\overrightarrow{QT}$ ناهيو.



ڏاڪوIV: ٽبڪن O ۽ A کي مرڪز وٺي مٿيون ڏاڪو III ٻيهر دهرايو ۽ $\overrightarrow{QU}$ حاصل ڪريو

ان طرح مليل ڪنڊ $\angle PQR$ هڪ جيترن چئن حصن ۾ ورهائجي وئي آهي. هرهڪ حصي جي ڪنڊ کي ڪنڊ ماپ سان ماپي تصديق ڪري سگهجي ٿي.

يعني $m\angle PQT = m\angle TQS = m\angle SQU = m\angle UQR$

نوٽ: تصديق ڪرڻ لاءِ هرهڪ ڪنڊ جي ماپ، ڪنڊ ماپ سان معلوم ڪرڻ گهرجي.

هيٺ ڏيڪاريل ڪندون پلڪار جي مدد سان ناهيو:

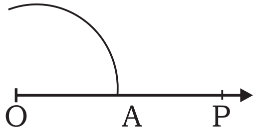
60°, 30°, 15°, 90°, 45°, $(22\frac{1}{2})^\circ$, 75°, $(67\frac{1}{2})^\circ$, 120°, 150°, 165°, 135°, 105°

1: پلڪار جي مدد 60° جي ڪنڊ ناهيو.

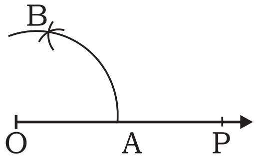
پلڪار جي مدد سان ڪندن ناهڻ جي عمل ۾، 60° جي ڪنڊ بنيادي ڪم سرانجام ڏئي ٿي.

جوڙجڪ جا ڏاڪا:

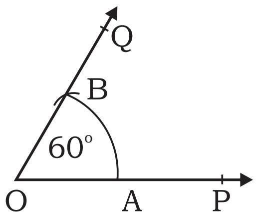
ڏاڪوI: اسڪيل جي مدد سان $\overrightarrow{OP}$ ناهيو.



ڏاڪوII: ٽبڪي O کي مرڪز وٺي، مناسب رداس سان هڪ قوس ڪڍو جيڪو $\overrightarrow{OP}$ کي ٽبڪي A تي ڪپي.



ڏاڪوIII: ٽبڪي A کي مرڪز وٺي، ساڳي رداس سان ٻيو قوس ڪڍو جيڪو پهرين قوس کي ٽبڪي B وٽ ڪپي.



ڏاڪوIV: ٽبڪي O ۽ B کي ملائي OB اهڙي طرح ناهيو، جيڪو ٽبڪي B مان گذري. ان طرح $\angle POQ$ گهربل 60° جي ڪنڊ آهي.

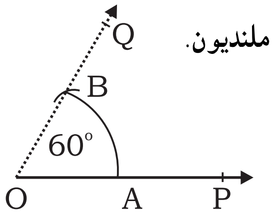
يعني $m\angle POQ = 60^\circ$

نوٽ: چڪاس لاءِ نهيل ڪنڊ POQ جي ماپ، ڪنڊ ماپ سان ڪري، تصديق ڪريو.

2: پلڪار جي مدد سان 30° جي ڪنڊ ناهيو.

جيئن ته: $\frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$ تنهنڪري پهريائين 60° جي ڪنڊ ناهي، ان کي اڌواڌ ڪنداسين ته اسان کي ٻه هڪ جيتريون 30° جون ڪندون ملنديون.

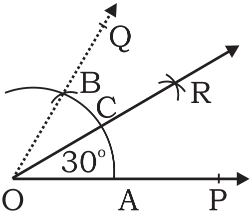
جوڙجڪ جا ڏاڪا:



ڏاڪوI: پهريائين پلڪار جي مدد سان 60° جي ڪنڊ ناهيو، جيئن اڳ جوڙجڪ 1 ۾ سيکاريل آهي. ڏسو شڪل ۾.

استاد لاءِ هدايت:

استاد کي گهرجي ته شاگردن کي پلڪار جي مدد سان مختلف ماپن جي ڪندن ناهڻ ۾ ڏاڪو به ڏاڪو مدد ڪري. جاميٽريءَ جي اوزارن سان بورڊ تي ۽ پڻ ڪاپيءَ ۾ ڀرپور طريقي سان سمجهائي ۽ رهنمائي ڏئي.



ڏاڪوII: ٽپڪن A ۽ B کي مرڪز وٺي، ٻہ قوس مناسب رداس سان، اهڙي طرح ٺاهيو، جيئن ٻئي قوس هڪ ٻئي کي ٽپڪي R تي ڪپين.

ڏاڪوIII: ٽپڪن O ۽ R کي ملائي $\overrightarrow{OR}$ اهڙي طرح ٺاهيو، جيئنAB قوس کي ٽپڪي C وٽ ڪپي.

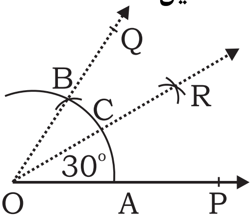
شڪل ۾ نهيل ٻنهي ڪندن مان هرهڪ $\angle POR$ ۽ $\angle QOR$ جي ڌار ڌار ماپ، ڪند ماپ سان لهو.

مطلب تہ $m\angle POR = 30^\circ$ گهربل ڪند آهي.

نوٽ: جيئن تہ $\angle POQ$ کي اڌواڌ ڪيو ويو آهي. تنهنڪري $\angle POR$ ۽ $\angle QOR$ هرهڪ ڪند 30° جي ماپ جي آهي.

جوڙجڪ 3: پلڪار جي مدد سان 15° جي ڪند ٺاهيو.

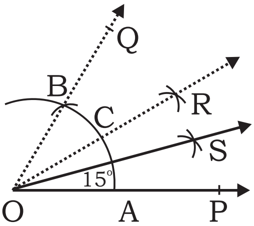
جيئن تہ $15^\circ = \left(\frac{30^\circ}{2}\right)$ تنهنڪري پهريائين اسان 30° جي ڪند اڳ سکيل طريقي موجب ٺاهينداسين ۽ پوءِ ان کي اڌواڌ ڪري 15° جي ڪند حاصل ڪنداسين.



جوڙجڪ جا ڏاڪا:

ڏاڪوI: پهريائين 30° جي ڪند ٺاهيون ٿا. جيئن شڪل ۾ ڏيکاريل آهي.

ڏاڪوII: $\overrightarrow{OR}$ ۽ قوس AB جنهن ٽپڪي تي پاڻ ۾ هڪ ٻئي کي ڪپين اُتي نالو ٽپڪو C ڏيو.



ڏاڪوIII: ٽپڪن A ۽ C کي مرڪز ونو ۽ مناسب رداس سان ٻہ قوس ٺاهيو. جيئن ٻئي قوس هڪ ٻئي کي ٽپڪي S تي ڪپين.

ڏاڪوIV: ٽپڪن O ۽ S کي پاڻ ۾ ملائي $\overrightarrow{OS}$ ٺاهيو.

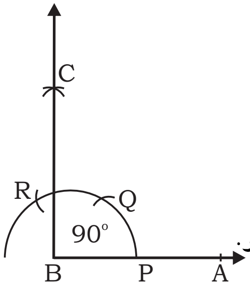
ڪند SOP ۽ ڪند ROS جي ماپ، ڪند ماپ سان معلوم ڪريو.

تنهنڪري $m\angle SOP = 15^\circ$ گهربل ڪند آهي.

نوٽ: جيئن تہ $\angle ROP$ کي اڌواڌ ڪيو ويو آهي، تنهنڪري $\angle ROS$ جي ماپ بہ 15° آهي.

4: پلڪار جي مدد سان 90^o جي ڪند ناھيو.

جيئن تہ $90^o = 30^o + 60^o$ تنھنڪري اسان پھريائين 60^o جي ڪند اڳ سڪيل طريقي موجب ناھينداسين. ۽ ان جي ٻيڻ ناھي. پوءِ آخر واري 60^o جي ڪند کي اڌواڌ ڪنداسين تہ 30^o جي ڪند ملندي. ان ريت پھرين 60^o واري ڪند ۽ پوئين 30^o ڪند پاڻ ۾ گڏ ڪنداسين تہ 90^o جي ڪند ٺھي پوندي.



جوڙجڪ جا ڏاڪا:

ڏاڪوI: اسڪيل جي مدد سان $\overrightarrow{BA}$ ناھيو.

ڏاڪوII: ٽپڪي B کي مرڪز وٺي، مناسب رداس سان ھڪ قوس ناھيو، جيڪو $\overrightarrow{BA}$ کي ٽپڪي P وٽ ڪپي ٿو.

ڏاڪوIII: ساڳي رداس سان ٽپڪي P کي مرڪز وٺي، ٻيو قوس ناھيو، جيڪو پھرين قوس کي ٽپڪي Q تي ڪپيندو. (اھو اسان جو پھريون نشان آھي، جيڪو 60^o جي ڪند ناھي ٿو.)

ڏاڪوIV: ٽپڪي Q کي مرڪز وٺي، ساڳي رداس سان ٻيو قوس ڪڍو، جيڪو اڳين وڏي قوس کي ٽپڪي R وٽ ڪپي. (اھو اسان جو ٻيو نمبر نشان آھي، جيڪو 60^o جي ٻي ڪند ناھي ٿو.)

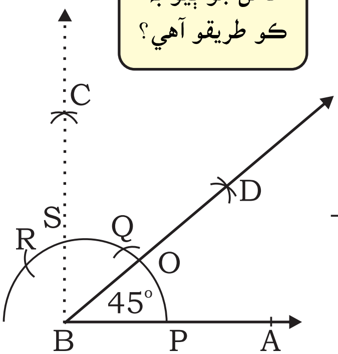
ڏاڪوV: ٽپڪا Q ۽ R مرڪز وٺي، ساڳي رداس سان ٻہ قوس ناھيو، جيڪي ھڪ ٻئي کي ٽپڪي C تي ڪپيندا (60^o واري ڪند کي اڌواڌ ڪري، 30^o جي ڪند ناھي ٿو)

ڏاڪوVI: ٽپڪن B ۽ C کي ملائي $\overrightarrow{BC}$ ناھيو. ان ريت ڪند ABC گھربل ڪند آھي مطلب تہ $m\angle ABC=90^o$ گھربل ڪند آھي.

چا 45^o جي ڪند ناھڻ جو ٻيو بہ ڪو طريقو آھي؟

5: 45^o جي ڪند پلڪار جي مدد سان ناھيو.

جيئن تہ $45^o = (\frac{90}{2})$ تنھنڪري اسان پھريائين 90^o جي ڪند اڳ ۾ سڪيل جوڙجڪ 4 مطابق ناھينداسين.



ڏاڪو I: پھريائين اسان 90^o جي ڪند ناھينداسين، جيئن شڪل ۾ ڏيکاريل آھي.

ڏاڪو II: ٽپڪي B کي مرڪز وٺو، ھڪ قوس PS ناھيو، جيڪو $\overrightarrow{BA}$ کي ٽپڪي P تي ڪپي. $\overrightarrow{BC}$ ۽ قوس PR جتي پاڻ ۾ ھڪ ٻئي کي ڪپين ٿا، اتي نالو ٽپڪو S ڏيو.

ڏاڪوIII: ٽِبڪن S ۽ P کي مرڪز وٺي ۽ ڪنهن بہ مناسب يا ساڳي رداس سان بہ قوس ڪڍو، جيڪي هڪ ٻئي کي هڪ ٽبڪي D تي ڪپين.

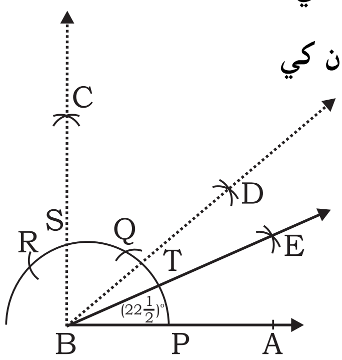
ڏاڪوIV: ٽبڪي B کي D سان ملائي انهيءَ ساڳي رُخ ۾ $\overrightarrow{BD}$ ٺاهيو. ان طرح ٺهيل ڪند ABC، گهربل 45^o جي ڪند آهي. تصديق ڪرڻ لاءِ ڪند ABD جي ماپ، ڪند ماپ سان معلوم ڪري ڏسنداسين. $m\angle ABD = 45^o$

نوٽ: جيئن تہ $\angle ABC$ کي اڌواڌ ڪيو آهي، تنهنڪري $\angle CBD$ بہ 45^o جي ڪند آهي.

6: پلڪار جي مدد سان $(22\frac{1}{2})^o$ جي ڪند ٺاهيو.

جيئن تہ $(22\frac{1}{2})^o = (\frac{45}{2})^o$ تنهنڪري اسان پهريائين 45^o جي ڪند

اڳ سکيل طريقي جوڙجڪ 5 مطابق ٺاهينداسين ۽ پوءِ ان کي اڌواڌ ڪنداسين تہ $(22\frac{1}{2})^o$ جي ڪند حاصل ٿيندي.



جوڙجڪ جا ڏاڪا: پهريائين 45^o جي ڪند ٺاهينداسين ۽ پوءِ هيٺيان ڏاڪا ترتيبوار ڪنداسين.

ڏاڪوI: $\overrightarrow{BD}$ جنهن ٽبڪي تي وڏي قوس کي ڪٽي، اُتي نالو T ٽبڪو رکو.

ڏاڪوII: ٽبڪن T ۽ P کي مرڪز وٺي ۽ ڪنهن مناسب يا ساڳي رداس سان اهڙي طرح بہ قوس ڪڍو، جيڪي هڪ ٻئي کي، هڪ ٽبڪي E تي ڪپين ٿا.

ڏاڪوIII: ٽبڪي B کي E سان ملائي،ساڳي رُخ ۾ اڳتي وڌائي، $\overrightarrow{BE}$ ٺاهيو.

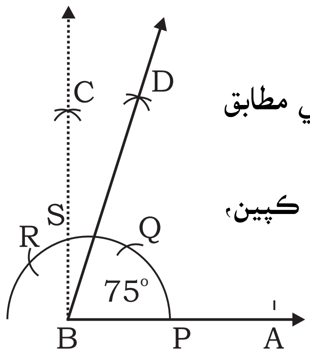
ان طرح حاصل ٿيل ڪند ABE گهربل ڪند $m\angle ABE = (22\frac{1}{2})^o$ آهي.

نوٽ: جيئن تہ ڪند ABD کي اڌواڌ ڪيو ويو آهي، تنهنڪري $\angle DBE$ بہ $(22\frac{1}{2})^o$ جي ڪند آهي.

7: پلڪار جي مدد سان 75^o جي ڪند ناهيو.

حل: جيئن تہ $90^o - 15^o = 75^o$

ان ڪري اسان پهريائين 90^o جي ڪند ناهينداسين ۽ پوءِ ان مان 15^o جي ڪند ڪٽ ڪنداسين تہ اسان کي گهربل 75^o جي ڪند حاصل ٿيندي. انهيءَ لاءِ 90^o ۽ 60^o جي وچ ۾ 30^o جي ڪند کي اڌواڌ ڪرڻو پوندو.



جوڙجڪ جا ڏاڪا:

ڏاڪوI: پهريائين 90^o جي ڪند جوڙجڪ 4 ۾ سيڪاريل طريقي مطابق ناهينداسين؛ جيئن سامهون شڪل ۾ ڏيکاريل آهي.

ڏاڪوII: $\overrightarrow{BC}$ ۽ قوس PR جنهن جاءِ تي پاڻ ۾ هڪ ٻئي کي ڪپين، اُتي نالو ٽٻڪو S رکو.

ڏاڪوIII: ٽٻڪن S ۽ Q کي مرڪز وٺي، مناسب رداس سان ہ هڪ جيترا قوس ڪڍو، جيڪي هڪ ٻئي کي هڪ ٽٻڪي D وٽ ڪپين.

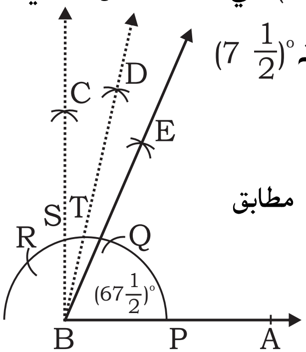
ڏاڪوIV: ٽٻڪن B ۽ D کي پاڻ ۾ ملائي، اڳتي وڌايو ۽ $\overrightarrow{BD}$ ناهيو.

ان طرح نهيل ڪند ABD گهربل 75^o جي ڪند آهي.

چڪاس: ڪند ABD جي ماپ، ڪند ماپ سان معلوم ڪريو. ڏسندا سين تہ $m\angle ABD = 75^o$

8: پلڪار جي مدد سان $(67\frac{1}{2})^o$ ڪند ناهيو.

جيئن تہ $(67\frac{1}{2})^o = 75^o - (7\frac{1}{2})^o$ تنهنڪري اسان پهريائين 75^o جي ڪند ناهينداسين ۽ پوءِ ان مان $(7\frac{1}{2})^o$ جي ڪند ڪٽ ڪنداسين تہ اسان کي گهربل $(67\frac{1}{2})^o$ جي ڪند حاصل ٿيندي.



ان لاءِ 60^o ۽ 75^o جي وچ ۾ 15^o جي ڪند جو اڌواڌ ڪنداسين تہ $(7\frac{1}{2})^o$ جي ڪند ملندي.

جوڙ جڪ جا ڏاڪا:

ڏاڪوI: پهريائين 75^o جي ڪند، جوڙجڪ 7 ۾ سيڪاريل طريقي مطابق ناهينداسين، جيئن سامهون شڪل ۾ ڏيکاريل آهي.

ڏاڪوII: $\overrightarrow{BD}$ ۽ قوس PR جنهن جاءِ تي پاڻ ۾، هڪ ٻئي کي ڪپين، اُتي نالو ٽٻڪو T رکو.

ڏاڪوIII: ٽپڪن T ۽ Q کي مرڪز ونو. مناسب يا ساڳي رداس سان ٻہ قوس ڪڍو، جيڪي هڪ ٻئي کي هڪ ٽپڪي E تي ڪپين. ان طرح اسان کي $(7\frac{1}{2})^{\circ}$ جي ڪنڊ، 60° جي ماپ کان پوءِ ملي ٿي.

ڏاڪوIV: ٽپڪن B ۽ E کي پاڻ ۾ ملائي اڳتي وڌايو ۽ $\overrightarrow{BE}$ ناهيو. ان طرح حاصل ٿيل ڪنڊ ABE جي ماپ، ڪنڊ ماپ ذريعي معلوم ڪريون ٿا، يعني $(67\frac{1}{2})^{\circ}$ جيڪا گهربل ڪنڊ آهي.

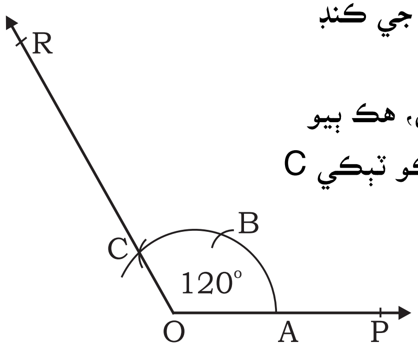
9: پلڪار جي مدد سان 120° جي ڪنڊ ناهيو.

جيئن تہ $60^{\circ}+60^{\circ}=120^{\circ}$ ان ڪري اسان 60° جي ڪنڊ بہ دفعا ناهينداسين ۽ ٻنهي ڪنڊن کي گڏ ڪرڻ سان 120° جي ڪنڊ حاصل ٿئي ٿي.

جوڙجڪ جا ڏاڪا:

ڏاڪو I: جوڙجڪ 1 ۾ سيڪاريل طريقي موجب 60° جي ڪنڊ ناهينداسين.

ڏاڪو II: ٽپڪي B کي مرڪز وٺي، ساڳي رداس سان، هڪ ٻيو قوس، پهرين وڏي قوس AB تي لڳايو، جيڪو ٽپڪي C تي ان کي ڪپي ٿو.



ڏاڪوIII: ٽپڪن O ۽ C کي پاڻ ۾ ملائي،اڳتي وڌايو ۽ $\overrightarrow{OR}$ ناهيو.

ان طرح نهيل ڪنڊ POR جي ماپ، ڪنڊ ماپ سان معلوم ڪنداسين يعني $m\angle POR=120^{\circ}$ تنهنڪري ڪنڊ POR گهربل 120° جي ڪنڊ آهي.

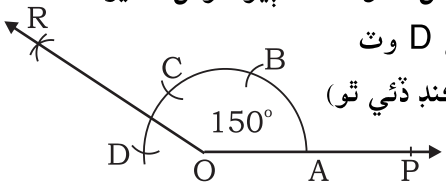
10: پلڪار جي مدد سان 150° جي ڪنڊ ناهيو.

تنهنڪري پهريائين اسان 60° جي ڪنڊ تي دفعا گڏ رکنداسين، تہ اسان کي 180° جي ڪنڊ ملندي. ان کان پوءِ ان مان 30° جي ڪنڊ ڪٽ ڪنداسين. جنهن لاءِ آخري 60° واري حصي يعني 120° ۽ 180° جي وچ واري ڪنڊ جو اڌواڌ ڪنداسين. ان طرح حاصل ٿيل 30° جي ٻن ڪنڊن مان هڪ کي ڇڏي، باقي 120° ۽ 30° جي ڪنڊن کي گڏ ڪنداسين تہ ڪنڊ 150° جي نهندي.

جوڙ جڪ جا ڏاڪا:

ڏاڪوI: پهريائين 120° جي ڪنڊ اڳ ۾ سيڪاريل طريقي سان جوڙجڪ 9 موجب ناهينداسين.

ڏاڪواII: ٽپڪي C کي مرڪز وٺي ۽ ساڳي رداس سان، هڪ ٻيو قوس ڪيو، جيڪو قوس AC کي ٽيون دفعو ٽپڪي D وٽ ڪٽي ٿو. (جيڪو اسان کي 180^o جي ڪندڏئي ٿو)



ڏاڪواIII: ٽپڪن C ۽ D کي مرڪز وٺو ۽ مناسب يا ساڳي رداس سان ٻہ قوس لڳايو جيڪي هڪ ٻئي کي ٽپڪي R وٽ ڪپين.

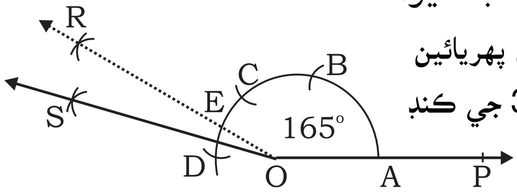
ڏاڪواIV: ٽپڪن O ۽ R کي ملائي، اڳتي وڌائي $\overrightarrow{OR}$ ناهيو.

ان طرح حاصل ٿيل ڪندPOR جي ماپ، ڪندماپ سان معلوم ڪنداسين.

يعني $m\angle POR = 150^o$ مطلب تہ $\angle POR$ گهربل 150^o جي ڪند آهي.

11: پلڪار جي مدد سان 165^o جي ڪند ناهيو.

جيئن تہ $150^o+15^o=165^o$ تنهنڪري اسان پهريائين 150^o جي ڪند ناهينداسين. ان کان پوءِ 30^o جي ڪند جو اڌواڌ معلوم ڪنداسين. 150^o جي



ڪند سان 30^o جو اڌ يعني 15^o گڏ رکنداسين تہ 165^o جي ڪند ملندي.

جوڙجڪ جا ڏاڪا:

پهريائين جوڙجڪ 10 ۾ سکيل طريقي موجب 150^o جي ڪند ناهينداسين ۽ ان کان پوءِ هيٺيان عمل ڏاڪو بہ ڏاڪو ڪنداسين.

ڏاڪوا: $\overrightarrow{OR}$ ۽ قوس AD جنهن جاءِ تي پاڻ ۾ هڪ ٻئي کي ڪپين، اُتي نالو ٽپڪو E ڏيو.

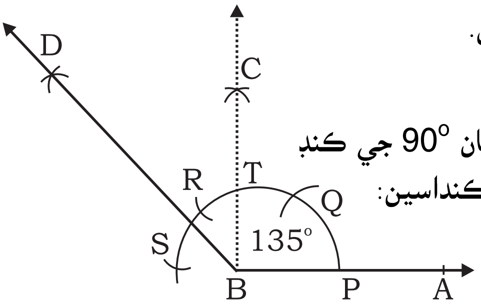
ڏاڪواII: ٽپڪن E ۽ D کي مرڪز وٺو ۽ مناسب يا ساڳي رداس سان ٻہ قوس ناهيو، جيڪي هڪ ٻئي کي ٽپڪي S تي ڪپين.

ڏاڪواIII: ٽپڪن O ۽ S کي پاڻ ۾ ملائي، اڳتي وڌايو ۽ $\overrightarrow{OS}$ ناهيو.

ان ريت حاصل ٿيل ڪندPOS جي ماپ، ڪندماپ سان معلوم ڪنداسين، جيڪا 165^o آهي. مطلب تہ $\angle POS$ گهربل ڪند 165^o جي ماپ جي آهي.

12: پلڪار جي مدد سان 135^o جي ڪند ناهيو.

جيئن تہ $135^o = 45^o + 90^o$ تنهنڪري پهريائين 90^o جي ڪند ناهينداسين. ان کان پوءِ بي پاسي واري 90^o واري ڪند جو اڌواڌ معلوم ڪنداسين. هاڻي 45^o واري ڪند کي 90^o واري ڪند سان ملائي 135^o جي ڪند ناهينداسين.



جوڙجڪ جا ڏاڪا:

پهريائين جوڙجڪ 4 جي مطابق سيڪاريل عمل سان 90^o جي ڪند ناهينداسين ۽ وڌيڪ هيٺيان عمل ڏاڪو بہ ڏاڪو ڪنداسين:

ڏاڪوI: $\overrightarrow{BC}$ ۽ قوس PR جنهن جاءِ تي پاڻ ۾ ملن، اُتي ٽٻڪو T نالو ڏيو.

ڏاڪوII: ٽٻڪي R کي مرڪز وٺي، قوس QR واري رداس سان: هڪ قوس ڪيو، جيڪو ٽري واري قوس کي ٽيون دفعو S ٽٻڪي تي ڪٽي.

ڏاڪوIII: ٽبڪن S ۽ T کي مرڪز وٺي، مناسب رداس سان بہ قوس ناهيو، جيڪي هڪ ٻئي کي هڪ ٽبڪي D تي ڪپين.

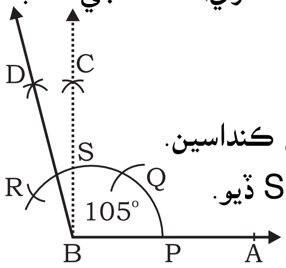
ڏاڪوIV: ٽبڪن B ۽ D کي پاڻ ۾ ملائي اڳتي وڌائي $\overrightarrow{BD}$ ناهيو.

ان ريت حاصل ٿيل ڪند ABC، جي ماپ، ڪند ماپ سان معلوم ڪريو.

يعني $m\angle ABD=135^o$ مطلب تہ $\angle ABD$ گهربل 135^o جي ڪند آهي.

13: پلڪار جي مدد سان 105^o جي ڪند ناهيو.

جيئن تہ $105^o = 15^o + 90^o$ تنهنڪري اسان پهريائين 90^o جي ڪند ناهينداسين. اُن کان پوءِ ٻاهرين پاسي ۾ 30^o واري ڪند يعني 90^o ۽ 120^o جي وچ واري حصي جو اڌواڌ ڪري 15^o جي ڪند حاصل ڪنداسين هاڻي ان ۾ 90^o جي ڪند گڏ ڪري، 105^o جي ڪند حاصل ڪنداسين.



جوڙجڪ جا ڏاڪا:

پهريائين 90^o جي ڪند ناهينداسين پوءِ ڏاڪو بہ ڏاڪو هيٺيان عمل ڪنداسين.

ڏاڪوI: $\overrightarrow{BC}$ ۽ قوس PR جنهن جاءِ تي پاڻ ۾ ملن، اُتي نالو ٽبڪو S ڏيو.

ڏاڪوII: ٽبڪن R ۽ S کي مرڪز وٺو.

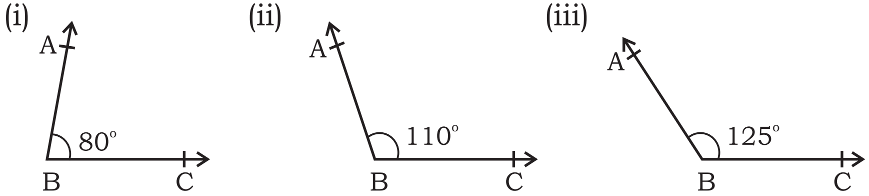
مناسب هڪ جيترو رداس سان بہ قوس ڪيو، جيڪي هڪ ٻئي کي ٽبڪي D وٽ ڪپين.

ڏاڪو III: ٽيڪن B ۽ D کي پاڻ ۾ ملائي، اڳتي وڌايو ۽ $\overrightarrow{BD}$ ناهيو. ان طرح $\angle ABD$ حاصل ٿيندي، جنهن جي ماپ، ڪند ماپ سان ڪنداسين.

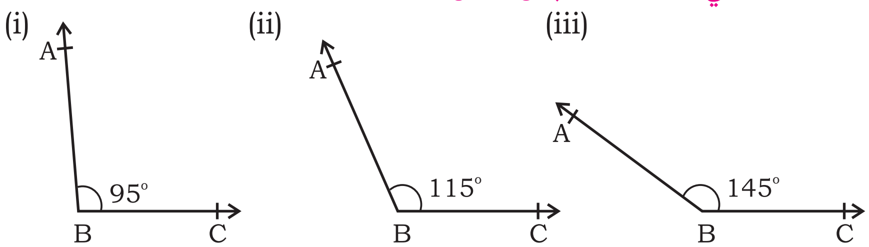
يعني $m\angle ABD = 105^\circ$ مطلب ته $\angle ABD$ گهربل 105° جي ڪند آهي.

مشق 10.2

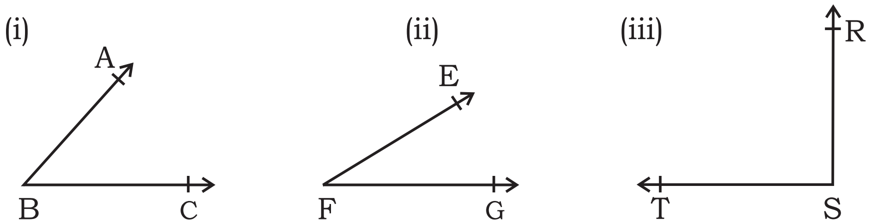
(1) پلڪار جي مدد سان هيٺ ڏنل ڪندن جا اڌواڌ ڪندڙ ناهيو.



(2) پلڪار جي مدد سان هيٺ ڏنل ڪندن جا پهريائين اڌواڌ ڪندڙ ڪيو ۽ ان کان پوءِ مليل ڪندن کي هڪ جيترن چئن حصن ۾ ورهايو.



(3) پلڪار جي مدد سان پهريائين هيٺ ڏنل ڪندن جي ماپ جيترين ڪندون ناهيو. ان کان پوءِ ٻيڻي ماپ جون ڪندون پڻ ناهيو.



(4) هيٺ ڏنل ماپ واروين ڪندون، پلڪار جي مدد سان ٺاهيو.

(i) 30° (ii) $(22\frac{1}{2})^\circ$ (iii) $(67\frac{1}{2})^\circ$ (iv) 75°

(v) 105° (vi) 120° (vii) 135° (viii) 165°

10.3 ٽڪنڊن جو ٺاهڻ

ٽڪنڊو هڪ بند ٽيل ٽن پاسن واري جاميٽريءَ جي شڪل آهي. ان کي ٽي پاسا ۽ ٽي ڪندون آهن. هاڻي اسان ٽڪنڊن کي سندن جزن جي لحاظ کان، مختلف طريقن سان ٺاهڻ سکنداسين.

هڪ ٽڪنڊو ٺاهڻ، جنهن جي ٽن پاسن جي ڊيگهه مليل آهي (SSS)

خبردار: هڪ ٽڪنڊي ۾ سندس ٻن پاسن جي ماپن جوجوڙ ٽئين پاسي جي ماپ کان وڏو ٿيندوآهي.

مثال : ٽڪنڊو ABC ٺاهيو، جڏهن:

$m\overline{AB}$ = 4 س م ، $m\overline{BC}$ = 6 س م ، $m\overline{AC}$ = 7 س م

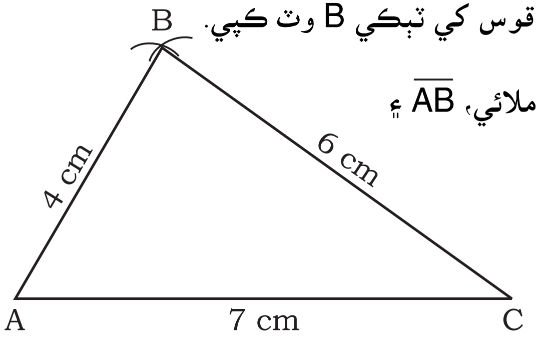
چا اسان هڪ ٽڪنڊو، جنهن جي ٽن پاسن جي ڊيگهه 4 س.م، 3 س.م ۽ 2 س.م هجي، ٺاهي سگهون ٿا؟

جوڙ جڪ جا ڏاڪا:

ڏاڪوI: 7 س م = $m\overline{AC}$ ٺاهيو.

ڏاڪوII: ٽٻڪي A کي مرڪز وٺو ۽ 4 س م رداس سان هڪ قوس ڪڍو.

ڏاڪوIII: ٽٻڪي C کي مرڪز وٺو ۽ 6 س م رداس سان هڪ ٻيو قوس ڪڍو، جيڪو پهرين قوس کي ٽٻڪي B وٽ ڪٽي.



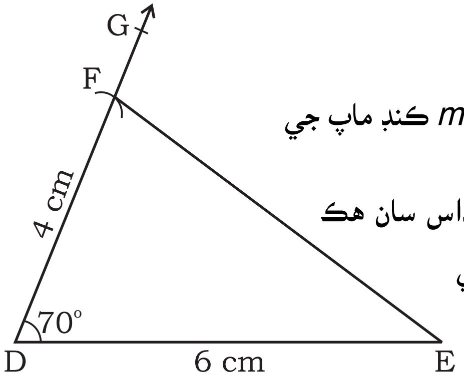
ڏاڪوIV: ٽٻڪي B کي ٽٻڪن A ۽ C سان ملائي، $\overline{AB}$ ۽ $\overline{AC}$ ٺاهيو.

ان ريت نهيل شڪل گهربل ΔABC آهي.

ياد رکو: هڪ ٽڪنڊي جو نهڻ تڏهن ممڪن آهي، جڏهن سندس ٻن پاسن جي ڊيگهه جي ماپن جو جوڙ، سندس ٽئين پاسي جي ڊيگهه کان وڏو ٿيندو.

هڪ ٽڪنڊو ٺاهڻ، جڏهن سندس ٻن پاسن جي ڊيگهه ۽ انهن ٻن پاسن جي وچ واري ڪنڊ (SAS) جي ماپ مليل هجي

مثال. هڪ ٽڪنڊو DEF ٺاهيو، جڏهن $m\overline{DE}$ = 6 س.م، $m\overline{DF}$ = 4س.م ۽ $m\angle D=70^\circ$



جوڙجڪ جا ڏاڪا:

ڏاڪوI: $m\overline{DE}$ = 6 س.م ٺاهيو.

ڏاڪوII: ٽپڪي D تي هڪ ڪنڊ $m\angle EDG=70^\circ$ ڪنڊ ماپ جي مدد سان ٺاهيو.

ڏاڪوIII: ٽپڪي D کي مرڪز وٺو ۽ 4 س م رداس سان هڪ قوس ڪڍو، جيڪو $\overrightarrow{DG}$ کي هڪ ٽپڪي F تي ڪپي.

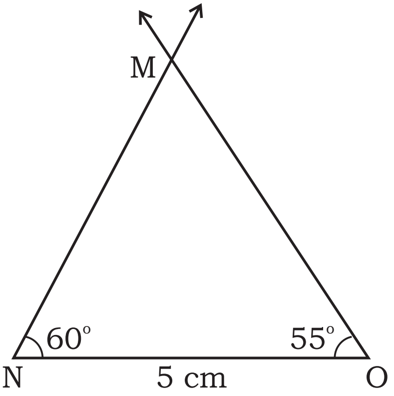
ڏاڪو IV: ٽپڪن E ۽ F کي پاڻ ۾ ملائي $\overline{EF}$ ٺاهيو.

ان طرح ΔDEF هڪ گهربل ٽڪنڊو آهي.

هڪ ٽڪنڊو ٺاهڻ، جنهن جي ٻن ڪندن جي ماپ ۽ ٻن ڪندن جي وچ واري پاسي جي ڊيگهه مليل آهي (ASA)

هڪ ٽڪنڊو MNO ٺاهيو، جڏهن 5 س م = $m\overline{NO}$، $m\angle N=60^\circ$ ۽ $m\angle O=55^\circ$

جوڙجڪ جا ڏاڪا:



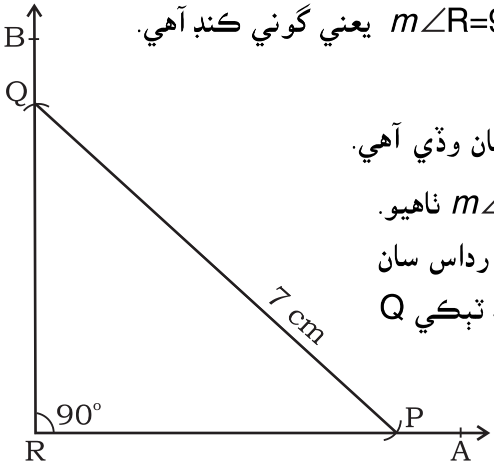
ڏاڪوI: $m\overline{NO}$ = 5 س.م ڪڍو.

ڏاڪوII: ٽپڪن N ۽ O تي ترتيبوار ڪندون 60° ۽ 55° جون، ڪنڊ ماپ وسيلي ٺاهيو. ٻنهي ڪندن جون مختلف ٻانهون جنهن جاءِ تي پاڻ ۾ هڪبئي کي ڪپين، اُتي نالو ڏيو.

ڏاڪوIII: ٻنهي ڪندن جون ٻانهون هڪبئي کي هڪ ٽپڪي M تي ڪپين ٿيون. ان ريت گهربل ٽڪنڊو ΔMNO ٿي پيو.

هڪ گوني ٽڪنڊو ناهڻ، جڏهن سندس گوني ڪنڊ، هيپاٽينيوز ۽ هڪ پاسي جي ڊيگهه ماپ مليل هجي (RHS)

مثال: هڪ گوني ڪنڊ ٽڪنڊو PQR ناهيو، جڏهن هيپاٽينيوز $\overline{PQ}$ جي ڊيگهه ماپ 7 س.م، هڪ پاسي $\overline{QR}$ جي ڊيگهه ماپ 5 س م ۽ $m\angle R=90^o$ يعني گوني ڪنڊ آهي.



جوڙجڪ جا ڏاڪا:

ڏاڪوI: $\overrightarrow{RA}$ ناهيو، جنهن جي ڊيگهه 7 س.م کان وڌي آهي.

ڏاڪوII: ٽبڪي R تي هڪ ڪنڊ $m\angle ARB=90^o$ ناهيو.

ڏاڪوIII: ٽبڪي R کي مرڪز وٺي ۽ 5 س م رداس سان هڪ قوس ڪڍو، جيڪو $\overrightarrow{RB}$ کي هڪ ٽبڪي Q تي ڪپي.

ڏاڪوIV: ٽبڪي Q کي مرڪز وٺي 7 س.م رداس سان هڪ قوس ڪڍو، جيڪو $\overrightarrow{RA}$ کي ٽبڪي P تي ڪپي.

ڏاڪو V: ٽبڪن P ۽ Q کي ملائي PQ ناهيو.

ان ريت گهربل ٽڪنڊو، ΔPQR نهندو، جيڪو گوني ڪنڊ ٽڪنڊو آهي.

مشق 10.3

ٽڪنڊو ABC ناهيو، جڏهن:

1. $m\overline{AB} = 3$ cm, $m\overline{BC} = 5$ cm, $m\overline{CA} = 7$ cm.
2. $m\overline{AB} = 2$ cm, $m\overline{BC} = 5$ cm, $m\overline{CA} = 5$ cm.
3. $m\overline{AB} = 5$ cm, $m\overline{BC} = 7$ cm, $m\overline{CA} = 9$ cm.
4. $m\overline{AB} = 8$ cm, $m\overline{BC} = 6$ cm, $m\overline{CA} = 10$ cm.

استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي ته شاگردن کي بليڪ بورڊ تي ۽ ڪاپين ۾، مختلف ماپن سان جاميٽريءَ جي اوزارن وسيلي ٽڪنڊا ناهڻ ۾ ڀرپور طريقي رهنمائي سان سمجهائيءَ مدد ڪري

ٽڪنڊو MNO ٺاهيو، جڏهن:

5. $m\angle N = 63^\circ$, $m\overline{NO} = 3$ cm, $m\overline{MN} = 5$ cm.
6. $m\angle N = 75^\circ$, $m\overline{NO} = 3.4$ cm, $m\overline{MN} = 4$ cm.
7. $m\angle N = 80^\circ$, $m\overline{NO} = 3.5$ cm, $m\overline{MN} = 4.3$ cm.
8. $m\angle N = 90^\circ$, $m\overline{NO} = 4$ cm, $m\overline{MN} = 3$ cm.

ٽڪنڊو PQR ٺاهيو، جڏهن:

9. $m\overline{PQ} = 5$ cm, $m\angle Q = 40^\circ$, $m\angle P = 60^\circ$.
10. $m\overline{PQ} = 7$ cm, $m\angle P = 65^\circ$, $m\angle Q = 60^\circ$.
11. $m\overline{QR} = 6.5$ cm, $m\angle Q = 45^\circ$, $m\angle R = 30^\circ$.
12. $m\overline{QR} = 7.5$ cm, $m\angle Q = 35^\circ$, $m\angle R = 40^\circ$.

گوني ٽڪنڊو XYZ ٺاهيو، جڏهن $m\angle Z = 90^\circ$

13. $m\,\overline{XY} = 7$ cm, $m\,\overline{XZ} = 5$ cm.
14. $m\,\overline{XY} = 10$ cm, $m\,\overline{XZ} = 6$ cm.
15. $m\,\overline{XY} = 14$ cm, $m\,\overline{XZ} = 10$ cm.
16. $m\,\overline{XY} = 8$ cm, $m\,\overline{XZ} = 6.5$ cm.

جائزي واري مشق 10

(1) پنهنجي روزاني زندگيءَ جي ماحول مان ڪي به چار مثال ڏئي سمجهايو ته اهي چند مثالي شيون آهن، جيڪي ليڪ ٽڪر جي نمائندگي ڪن ٿيون؟

(2) جيڪڏهن 4.3 س.م = $m\overline{AB}$، 3.5 س.م = $m\overline{CD}$ ۽ 2 س.م = $m\overline{EF}$ ته جاميٽريءَ جي اصول موجب هڪ ليڪ ٽڪر ڪڍو جنهن جي ماپ برابر آهي:

(i) $m\overline{AB} + m\overline{CD} + m\overline{EF}$

(ii) $m\overline{AB} - m\overline{CD}$

(iii) $m\overline{AB} - m\overline{EF}$

(3) هڪ ليڪ ٽڪر ڪيو جنهنجي ماپ 7.6 س م آهي. انهيءَ ليڪ ٽڪر جو صحيح اڌواڌ ڪندڙ پلڪار جي مدد سان ڪيو. اُن کان پوءِ وري حاصل ٿيل هر هڪ حصي جو پورو پورو اڌ پلڪار جي مدد سان ڪيو.

(4) پلڪار جي مدد سان هيٺين ماپن جون ڪندون ناهيو ۽ پوءِ هرهڪ ڪنڊ جو اڌ ڪندڙ پلڪار جي مدد سان لهو. (iii) 105 (ii) 75° (i) 30°

(5) هيٺ ڏنل ماپن موجب ٽڪندو ABC ناهيو ۽ جوڙجڪ جا ڏاڪا هرهڪ صورت جا لکو.

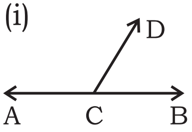
(i) $m\overline{AB} = 8$ cm, $m\overline{AC} = 6$ cm, $m\angle A = 65^\circ$

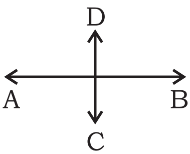
(ii) $m\angle A = 45^\circ$, $m\angle C = 45^\circ$, $m\overline{AC} = 7.5$ cm

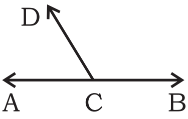
(iii) $m\overline{AB} = 5$ cm, $m\overline{AC} = 7$ cm, $m\angle B = 90^\circ$

(6) هڪ ليڪ ٽڪر ڪيو ۽ ان جو نالو لکو.

(7) نشان (✓) صحيح عمودي اڌواڌ ڪندڙ کي لڳايو.

(i)


(ii)


(iii)


(8) صحيح جواب چونڊيو.

(i) ليڪ ٽڪر AB کي ظاهر ڪجي ٿو

(الف) $\overleftrightarrow{AB}$ (ب) $\overline{AB}$ (ج) $\overrightarrow{AB}$ (د) $\overrightarrow{BA}$

(ii) پورو پورو اڌواڌ ڪندڙ هڪ ليڪ ٽڪر کي ______ برابر حصن ۾ ورهائي ٿو.

(الف) ٻه (ب) ٽي (ج) چار (د) پنج

(iii) $\overline{PQ}$ جو پورو پورو اڌواڌ ڪندڙ ان جي ______ مان گذري ٿو.

(الف) چيڙي واري ٽبڪي (ب) وچ واري ٽبڪي (ج) ٽبڪي P (د) ٽبڪي Q

(iv) ڪنڊ کي ______ جي ذريعي ماپيو وڃي ٿو.

(الف) اسڪيل (ب) پلڪار (ج) ڪنڊ ماپ (د) سيٽ اسڪوائر

(9) هيٺين بيانن ۾ صحيح لاءِ (ص) ۽ غلط لاءِ (غ) لکو.

(i) هڪ ليڪ کي مقرر ڊيگهه ٿئي ٿي.

(ii) هڪ شعاع کي ٻه ڇيڙا ٿين ٿا.

(iii) 30^{o} جي ڪنڊ کي اڌوڌ ڪرڻ سان 15^{o} جي ڪنڊ نهي ٿي.

(iv) هڪ ٽڪنڊي جا 6 جزا ٿين ٿا.

(v) هڪ ٽڪنڊو نهي سگهي ٿو، جڏهن ڪن ٻه ٻن پاسن جو جوڙ ٽئين پاسي جي ڊيگهه کان ننڍو ٿئي ٿو.

خلاصو

- ليڪ ٽڪر، ليڪ جو هڪ حصو ٿئي ٿو. ان کي ٻه ڇيڙا ٿين ٿا.
- پورو پورو اڌوڌ ڪندڙ هڪ ليڪ، ليڪ ٽڪر يا هڪ شعاع ٿئي ٿو جيڪو عمود آهي، ڪنهن ٻه مليل ليڪ تي.
- ليڪ ٽڪر ۽ ڪندون پورو اڌوڌ ڪري سگهجن ٿيون، اسڪيل ۽ پلڪار جي مدد سان.

60°, 30°, 15°, 90°, 45°, $(22\frac{1}{2})^{\circ}$, 75°, $(67\frac{1}{2})^{\circ}$, 120°, 150°, 165°, 135°
اسڪيل ۽ پلڪار جي مدد سان هيٺيون ماپ واريون ڪندون ناهي سگهجن ٿيون.

- ٽڪندو ٽن پاسن واري بند ٽيل جاميٽريءَ جي شڪل آهي جنهن کي ٽي ڪندون ٿين ٿيون.
- ٽڪندو جاميٽريءَ جي اوزارن سان ناهي سگهجي ٿو، جيڪڏهن هيٺين مان ڪوبه هڪ گروپ ٽڪندي جي جزن جو لاڳو هوندو.

(i) ٽنهي پاسن جي ڊيگهه (SSS) مليل آهي.

(ii) ٻن پاسن جي ڊيگهه ۽ انهيءَ ٻن پاسن جي وچ واري ڪنڊ جي ماپ مليل آهي (SAS).

(iii) ٻن ڪندن جي ماپ ۽ انهيءَ ٻن ڪندن جي وچ واري پاسي جي ڊيگهه مليل آهي(ASA).

(iv) ڳوني ڪنڊ، هيپاٽينيوز ۽ هڪ پاسي جي ڊيگهه (RSH) مليل آهي.

هڪ ٽڪندو ڪڏي سگهجي ٿو، جڏهن سندس ٽنهي پاسن جي ڊيگهه مليل هجي (SSS) شرط اهو آهي تہ ڪن ٻه ٻن پاسن جي ڊيگهه جو جوڙ، ٽئين پاسي جي ڊيگهه کان وڌو ٿئي.

يونٽ 11

احاطو ۽ ايراضي

11.1 احاطو ۽ ايراضي

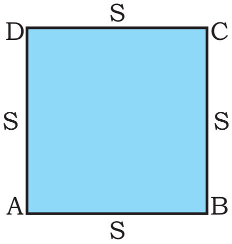
اسان احاطي ۽ ايراضي جو تصور پوئين ڪلاس ۾ سکي چڪا آهيون. اچو ته سکيل ڪم جو دؤر ڪريون.

سادي بند ٿيل شڪل جي چوڌاري حدن جي ڊيگهه کي احاطو چئبو آهي ۽ سادي بند ٿيل شڪل جي مٿاڇري يا والاريل علائقي جي ماپ کي ايراضي چئبو آهي.

چورس ۽ مستطيل جو احاطو ۽ ايراضي معلوم ڪرڻ

چورس جو احاطو

اسان کي خبر آهي ته چورس جي سيني پاسن جي ماپ جي جوڙ اُپت کي چورس جو احاطو چئبو آهي. ڏنل شڪل ۾ چورس جي هرهڪ پاسي جي ڊيگهه s ايڪا آهي.



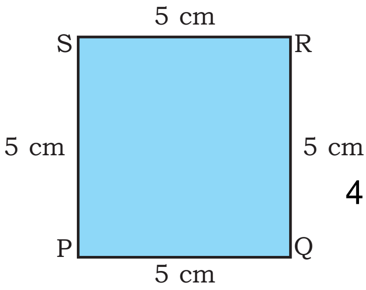
احاطو = سيني پاسن جي ڊيگهه جي جوڙ اُپت

تنهنڪري احاطو = s + s + s + s

= 4s

يعني چورس جو احاطو = 4 x (هڪ پاسي جي ڊيگهه)

جڏهن ته s ايڪوهڪ پاسي جي ڊيگهه کي ظاهر ڪري ٿو.



مثال: هڪ چورس جو احاطو معلوم ڪريو، جنهن جو هر هڪ پاسو 5 س. م ڊگهو آهي.

حل: هتي هڪ پاسي جي ڊيگهه = 5س. م

هاڻي احاطو = هڪ پاسي جي ڊيگهه x 4

= 4 x 5

= 20 س. م

ياد رکو ته

چورس جو پاسو = $\frac{\text{چورس جو احاطو}}{4}$

مثال2: چورس جي هڪ پاسي جي ڊيگهه معلوم ڪريو، جنهن جو احاطو 40 س. م آهي.

حل: هتي احاطو = 40 س. م

اسان ڪي خبر آهي تہ

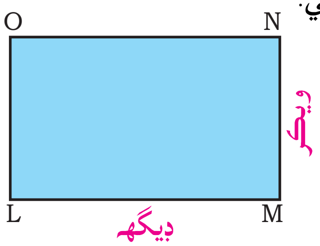
$$\text{چورس جو پاسو} = \frac{\text{چورس جو احاطو}}{4}$$

$$= \frac{\cancel{40}^{10}}{\cancel{4}_{1}} = 10 \text{ س. م}$$

تنهنڪري هرهڪ پاسي جي ڊيگهه 10 س. م آهي.

مستطيل جو احاطو

اسان کي خبر آهي تہ مستطيل جي سيني پاسن جي ماپ جي جوڙ اُپت کي مستطيل جو احاطو چئبو آهي. شڪل ۾ مستطيل جي ڊيگهه ℓ ۽ ويڪر b آهي.



هاڻي

احاطو = ڊيگهه + ويڪر + ڊيگهه + ويڪر

$= b + \ell + b + \ell$

$= 2\ell + 2b$

$= 2(\ell + b)$

تنهنڪري مستطيل جو احاطو $= 2(\ell + b)$

مثال3: مستطيل جو احاطو معلوم ڪريو، جنهن جي ڊيگهه 12 س. م ۽ ويڪر 8 س. م آهي.

حل: هتي ℓ = 12 س.م

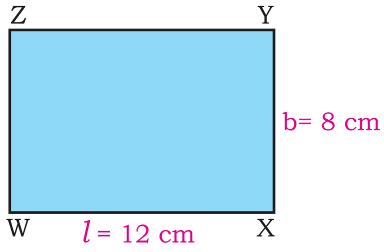
b = 8 س.م

مستطيل جو احاطو $= 2(\ell + b)$

$= 2(12 + 8)$

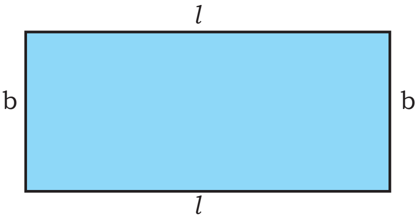
$= 2(20)$

= 40 س.م



تنهنڪري ڏنل مستطيل جو گهربل احاطو 40 س. م آهي.

مثال4: هڪ مستطيل جي ڊيگهه معلوم ڪريو، جنهن جي ويڪر 6 س. م ۽ احاطو 28 س. م آهي.



حل: هتي ℓ = ؟

b = 6 س. م

مستطيل جو احاطو = 28 س. م

مستطيل جو احاطو = $2(\ell + b)$

$28 = 2(\ell + 6)$

يا $\frac{28}{2} = \ell + 6$

يا $\ell = 14 - 6$

يا $\ell = \mathbf{8}$

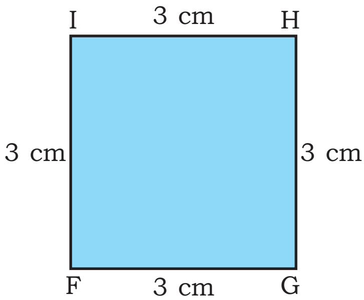
تنهنڪري گهربل ڊيگهه 8 س. م آهي.

چورس جي ايراضي

اسان کي خبر آهي ته

چورس جي ايراضي = پاسو x پاسو

مثال5: هڪ چورس جي ايراضي معلوم ڪريو، جنهن جو هرهڪ پاسو 3 س. م جو آهي.



حل: هتي پاسي جي ڊيگهه = 3 س.م

اسان کي خبر آهي ته

چورس جي ايراضي = پاسو x پاسو

$= 3 \times 3$

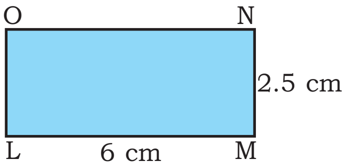
= 9 چورس س.م

مستطيل جي ايراضي

اسان کي خبر آهي ته

مستطيل جي ايراضي = ڊيگهه x ويڪر

مثال 6: مستطيل جي ايراضي معلوم ڪريو، جنهن جي ڊيگهه 6 س. م ۽ ويڪر 2.5 س. م آهي.



حل: هتي ڊيگهه = 6 س.م

ويڪر = 2.5 س.م

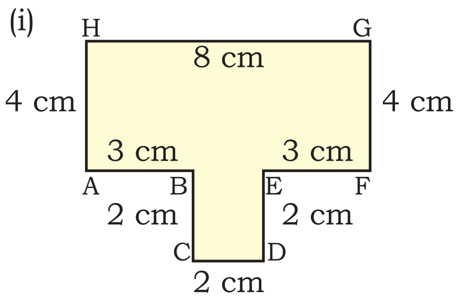
هاڻي ايراضي = ويڪر × ڊيگهه

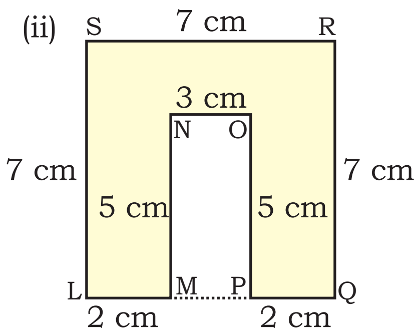
= 2.5 × 6

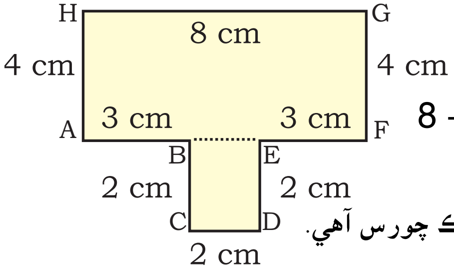
= 15.0 چورس س.م

اسان پيچيده شڪلين جي ايراضي ۽ احاطو به معلوم ڪري سگهون ٿا، جيئن هيٺين مثال ۾ واضح ڪيل آهي.

مثال 7: هيٺين شڪلين جي ايراضي ۽ احاطو معلوم ڪريو.







حل: (i) شڪل جو احاطو

شڪل جي مطابق

احاطو = 8 + 4 + 3 + 2 + 2 + 2 + 3 + 4

= 28 س.م

شڪل جي ايراضي = شڪل ۾ هڪ مستطيل ۽ هڪ چورس آهي.

شڪل جي مطابق:

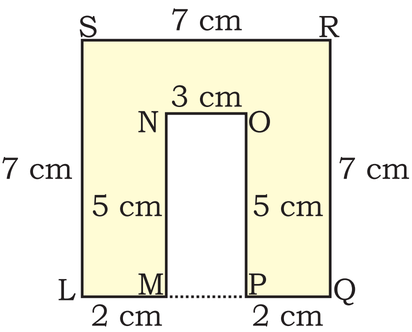
شڪل جي ايراضي = چورس جي ايراضي + مستطيل جي ايراضي

= 2 × 2 + 8 × 4

= 4 + 32 = 36 چورس س. م

استاد لاءِ هدايت: اُستاد کي هن ڳالهه جي پڪ ڪرڻي گهرجي، ته شاگردن چورس ۽ مستطيل جي احاطي ۽ ايراضي سان لاڳاپيل حسابن جي مناسب مشق ڪئي آهي.

حل: (iii) شڪل جو احاطو



شڪل جي مطابق:

احاطو $= 7 + 7 + 7 + 2 + 5 + 3 + 5 + 2$

$=$ 38 س. م

شڪل ۾ هڪ چورس ۽ هڪ مستطيل آهي.

شڪل جي مطابق:

شڪل جي ايراضي = مستطيل جي ايراضي − چورس جي ايراضي

$= 7 \times 7 - 3 \times 5$

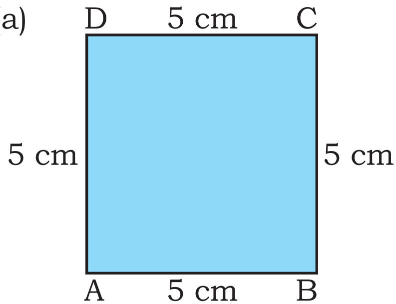
$= 49 - 15$

$=$ 34 چورس س. م

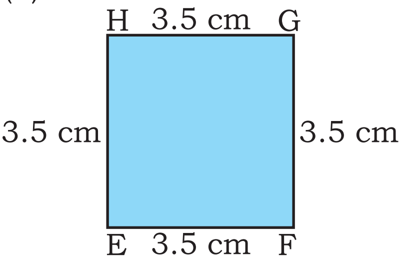
مشق 11.1

(1) هيٺين مان هرهڪ چورس جو احاطو ۽ ايراضي لهو.

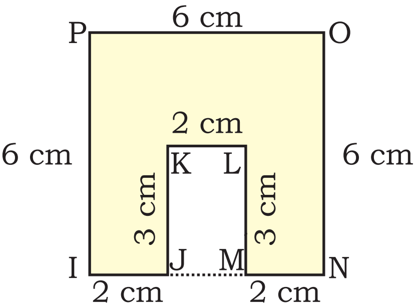
(a)



(b)

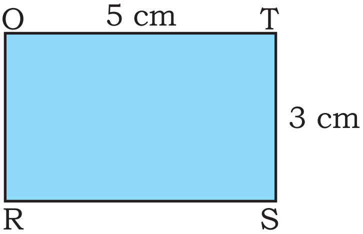


(c)

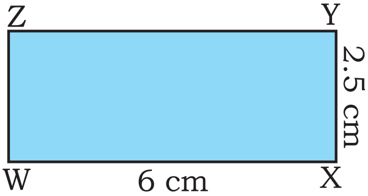


(2) هيٺين مان هرهڪ مستطيل جو احاطو ۽ ايراضي معلوم ڪريو.

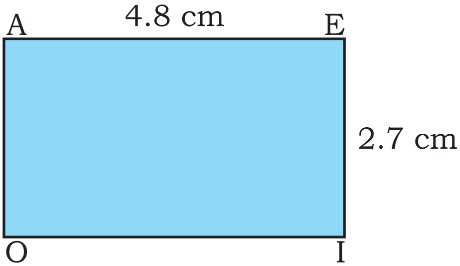
(a)



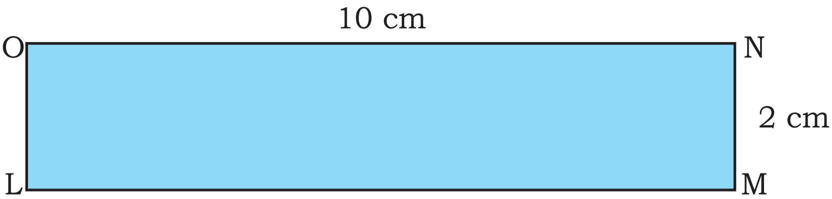
(b)



(c)



(d)



(3) هيٺين جو احاطو ۽ ايراضي معلوم ڪريو.

(i) مستطيل جنهن جا پاسا 5 س. م، 2.5 س. م، 5 س. م ۽ 2.5 س. م ڊگها آهن.

(ii) چورس جنهن جو هرهڪ پاسو 5 س. م ڊگهو آهي.

(4) چورس جو پاسو معلوم ڪريو، جنهن جو احاطو آهي:

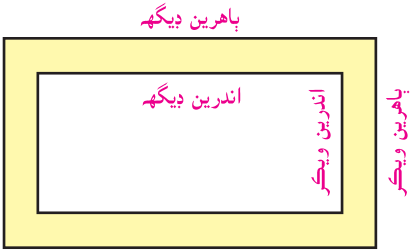
(i) 48 س. م (ii) 50 س. م

(5) هڪ مستطيل جي ڊيگهه معلوم ڪريو جنهن جو احاطو 100ميٽر ۽ ويڪر 200 ميٽر آهي.

(6) هڪ مستطيل جي ايراضي معلوم ڪريو، جنهن جا ٻہ وارا پاسا 6.2 س. م ۽ 8.5 س. م ڊگها آهن.

مستطيل يا چورس جي (اندران يا ٻاهران) رستي يعني واٽ جي ايراضي معلوم ڪرڻ

پر واري شڪل ۾ شيڊ ٿيل حصو رستي يعني واٽ کي ظاهر ڪري ٿو.



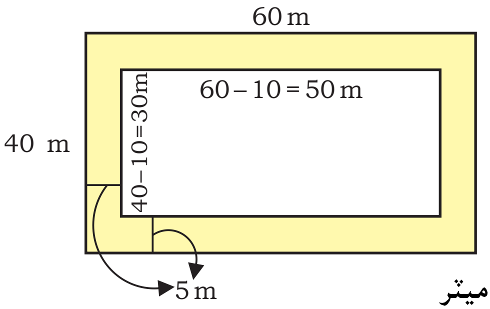
هتي

وڏي مستطيل جي ايراضي رستي يعني واٽ سميت = ٻاهرين ويڪر + ٻاهرين ڊيگهه

ننڍي مستطيل جي ايراضي رستي يعني (واٽ کانسواءِ) = اندرين ويڪر + اندرين ڊيگهه

رستي جي ايراضي = ننڍي مستطيل جي ايراضي − وڏي مستطيل جي ايراضي

مثال: هڪ مستطيل جي شڪل واري ميدان جي ڊيگهه 60 ميٽر ۽ ويڪر 40 ميٽر آهي. ان جي چوڏاري 5 ميٽر ويڪرو رستو يعني واٽ ميدان جي اندران ٺاهي وئي آهي. واٽ يعني رستي جي ايراضي معلوم ڪريو.



حل:

وڏي مستطيل جي ايراضي $= \ell \times b$

$= 60 \times 40$

= 2400 چورس ميٽر

ننڍي مستطيل جي ايراضي $= \ell \times b$

$= 50 \times 30$

= 1500 چورس ميٽر

تنهنڪري

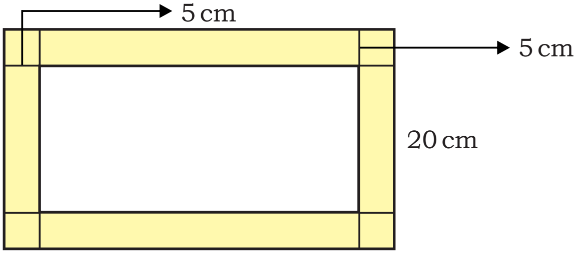
رستي جي ايراضي $= 2400 - 1500$

= 900 چورس ميٽر

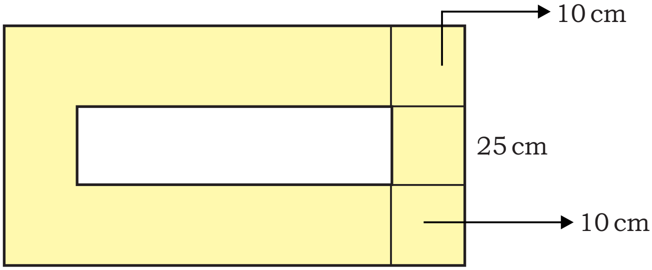
مشق 11.2

(1) هينين شڪلين ۾ شيڊ ٿيل حصن جي ايراضي معلوم ڪريو.

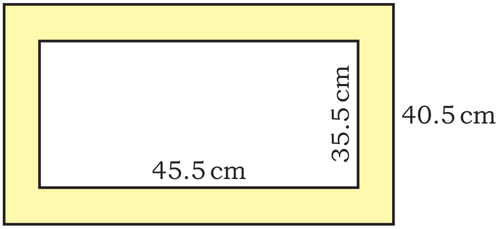
(i)



(ii)



(iii)



(2) هڪ مستطيل جي شڪل واري ميدان جي ڊيگهه 35 ميٽر ۽ ويڪر 30 ميٽر آهي. ان جي چوڌاري 5 ميٽر ويڪرو واٽ ميدان جي اندران ناهي وئي آهي. واٽ يعني رستي جي ايراضي معلوم ڪريو.

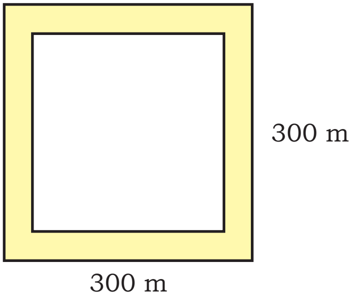
(3) 5 ميٽر ويڪرو رستو يعني واٽ هڪ مستطيل جي شڪل جي ميدان جي چوڌاري ٻاهرين پاسي ناهي وڃي ٿي. ميدان جا پاسا 20 ميٽر ۽ 10 ميٽر ڊگها آهن. واٽ يعني رستي جي ايراضي معلوم ڪريو.

چورس ۽ مستطيل جي احاطي ۽ ايراضيءَ تي مشتمل عام زندگيءَ جا لکتي حساب حل ڪرڻ

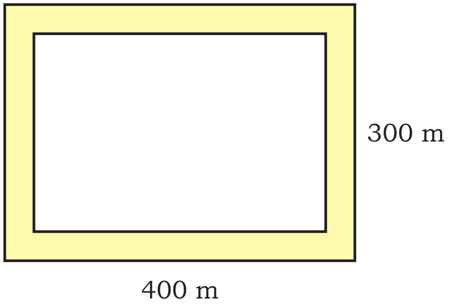
مثال: دانش ۽ رافع روز صبح جو ورزشي ڊوڙ لاءِ وڃن ٿا. دانش هڪ مستطيل شڪل جي ميدان جي چوڌاري وڃي ٿو، جنهن جي ڊيگهه 400 ميٽر ۽ ويڪر 300 ميٽر آهي. رافع هڪ 300 ڊيگهه واري چورس ميدان جي چوڌاري وڃي ٿو. ڪير وڌيڪ مفاصلو طيءِ ڪري ٿو.

حل:

رافع لاءِ ورزشي ڊوڙ وارو رستو



دانش لاءِ ورزشي ڊوڙوارو رستو



رافع جو مفاصلو = چورس جو احاطو

= پاسو × 4

= 300 × 4

= 1200ميٽر

دانش جو مفاصلو = مستطيل جو احاطو

= $2(\ell+b)$

= $2(400+300)$

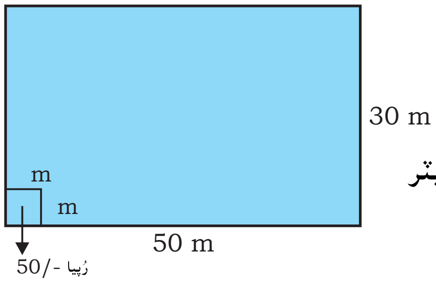
= $2(700)$

= 1400ميٽر

تنهنڪري دانش جو مفاصلو رافع کان وڌيڪ آهي.

استاد لاءِ هدايت: استاد ڪي عام زندگيءَ مان ڪجھ وڌيڪ مثال ڏيڻ گهرجن.

مثال2: 50 رُپيا في چورس ميٽر جي حساب سان هڪ 50 ميٽر ڊگهي ۽ 30 ميٽر ويڪري پنيءَ تي هر هلائڻ جي ڪُل قيمت معلوم ڪريو.



حل: پنيءَ جي ايراضي = ڊيگهه + ويڪر

= 30×50

= 1500 چورس ميٽر

هلائڻ جي قيمت = 1500×50

= 75000رُپيا

مشق 11.3

(1) 30 رُپيا في ميٽر جي حساب سان 250 ميٽر ڊيگهه واري چورس شڪل جي سبز ميدان جي چوڌاري جهنگلو لڳائڻ جي قيمت معلوم ڪريو.

(2) 30 رُپيا في ميٽر جي حساب سان 250 ميٽر ڊگهي ۽ 150 ميٽر ويڪري مستطيل شڪل جي سبز ميدان جي چوڌاري جهنگلو لڳائڻ جي قيمت معلوم ڪريو.

(3) بسمه ۽ اُميمه روز صبح جو ورزشي ڊوڙ لاءِ وڃن ٿيون. بسمه 210 ميٽر ڊگهي ۽ 100 ميٽر ويڪري ميدان جي چوڌاري ڊوڙي ٿي. اُميمه 150 ميٽر ڊگهي ۽ 100 ميٽر ويڪري ميدان جي چوڌاري ڊوڙي ٿي. ڪنهن جو مفاصلو وڌيڪ آهي.

(4) هڪ زمين جي ٽڪري جي ڊيگهه معلوم ڪريو، جنهن جي ويڪر 15 ميٽر ۽ ايراضي 615 چورس ميٽر آهي.

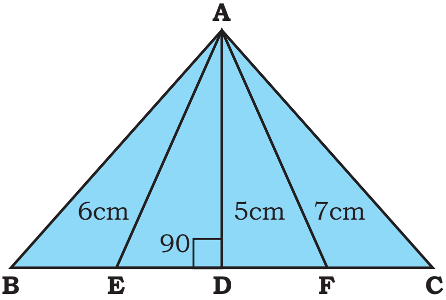
(5) هڪ راند جي ميدان جي ڊيگهه 35.5 ميٽر ۽ ويڪر 30.5 ميٽر آهي. 150 رُپيا في چورس ميٽر جي حساب سان ميدان ۾ گاهه لڳائڻ جي قيمت معلوم ڪريو.

(6) 120 ميٽر ڊگهي ۽ 8 ميٽر ويڪرو رستو يعني واٽ ناهي وڃي ٿي. 200 رُپيا في چورس ميٽر جي حساب سان، هن واٽ يعني رستي تي فرش پڌڻ جي قيمت معلوم ڪريو.

(7) هڪ ڪمري جي فرش جي ايراضي معلوم ڪريو، جيڪو 650 سِرن سان ڍڪيل آهي هرهڪ سِر جي ايراضي 0.5 چورس ميٽر آهي.

هڪ جاميٽريءَ واري شڪل جي اُوچائيءَ کي چوٽيءَ ۽ پايي جي وچ ۾ گهٽ ۾ گهٽ مفاصلي طور سڃاڻڻ

هڪ جاميٽري واري شڪل جي چوٽيءَ کان پايي تائين گهٽ ۾ گهٽ مفاصلي کي اُوچائي چئبو آهي.



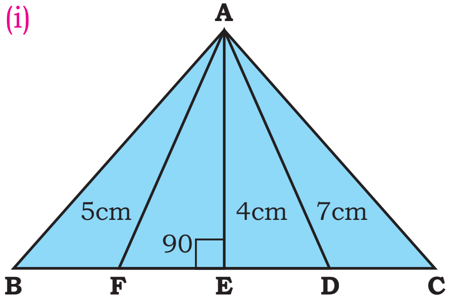
پاسي واري شڪل ۾ ٽپڪو A چوٽي ۽ $\overline{BC}$ پايو آهي.

هتي $\overline{AD}$ اُوچائي کي ظاهر ڪري ٿو. ڇو جو اهو گهٽ ۾ گهٽ مفاصلو 5 س. م چوٽي کان پايي تائين ظاهر ڪري ٿو.

ياد رکو ته اُوچائي پايي سان گوني ڪنڊ ناهيندي آهي

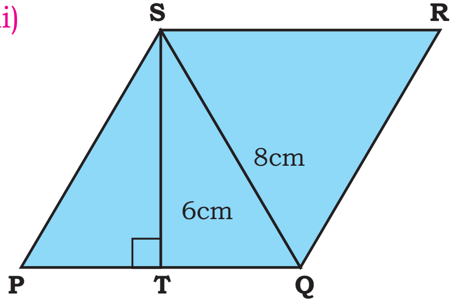
مثال: هينين شڪلين ۾ اوچائي جي سڃاڻپ ڪريو.

(i)



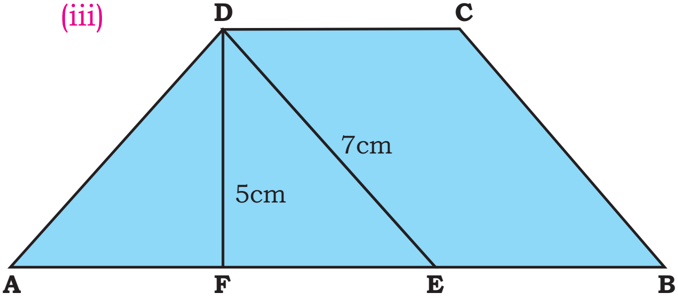
$\overline{AE}$ جي اُوچائي 4 س. م آهي

(ii)



$\overline{ST}$ جي اُوچائي 6 س. م آهي

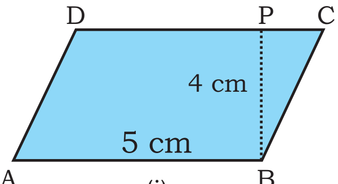
(iii)



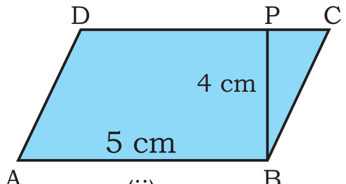
$\overline{DF}$ جي اُوچائي 5 س. م آهي

پورروچوٽ پاسي چوڪنڊي جي ايراضي لهڻ، جڏهن اُوچائي ۽ پايو مليل هجي

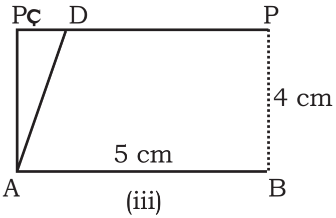
هيٺين پورروچوٽ پاسي چوڪنڊي ABCD جي شڪل تي غور ڪريو.



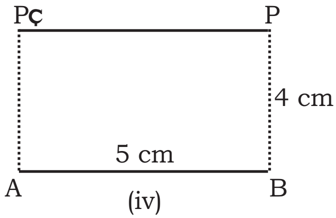
(i)



(ii)



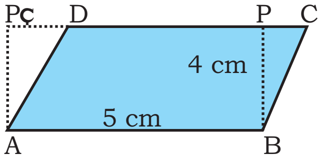
(iii)



(iv)

شڪل (i) ۾ هڪ عمود $\overline{BP}$ پايي $\overline{AB}$ تي ناهيو . شڪل (ii) ۾ تڪنڊي PBC جي ايراضي کي ڪٽي الڳ ڪيو ويو آهي. شڪل (iii) ۾ هن تڪنڊي جي ايراضي کي AD سان گڏ رکيو ويو آهي. ان ريت اسان کي هڪ مستطيل شڪل ABPP جي ايراضي ملي، جيڪا شڪل (iv) ۾ ڏيکاريل آهي.

اهي سرگرميون ظاهر ڪن ٿيون ته پورروچوٽ پاسي چوڪنڊي جي ايراضي، مستطيل جي ايراضي ۾ تبديل ٿي سگهي ٿي. جيئن ته اسان کي خبر آهي ته مستطيل جي ايراضي ڪيئن معلوم ڪبي آهي، تنهنڪري پورروچوٽ پاسي چوڪنڊي جي ايراضي به لهڻ ڏاڍي آسان آهي.



مستطيل جي ايراضي = ڊيگهه x ويڪر

$$= m\overline{BP} \times m\overline{AB}$$

جيڪڏهن ليڪ ٽڪر $\overline{BP}$ جي ڊيگهه مليل هجي، ته پورروچوٽ پاسي چوڪنڊي واري علائقي جي ايراضي لهي سگهجي ٿي. ليڪ ٽڪر $\overline{BP}$ کي پورروچوٽي پاسي چوڪنڊي جي اُوچائي چئبو آهي.

تنهنڪري مٿين شڪل ۾ پوروچوٽ پاسي چوڪندي جي ايراضي = پايو x اُوچائي

$= 4\times5$

$= 20$ چورس ميٽر

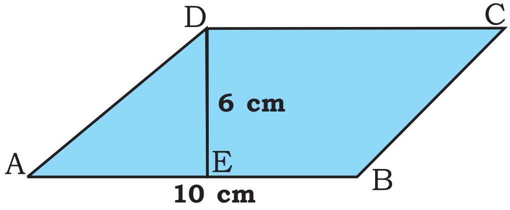
هتي $\overline{AB}$ پوروچوٽ پاسي چوڪندي جو پايو آهي.

اهڙيءَ طرح پوروچوٽ پاسي چوڪندي جي ايراضي =	پايو x اُوچائي

جيڪڏهن اُوچائي کي h سان ظاهر ڪجي ۽ پايي کي b سان ته

پوروچوٽ پاسي چوڪندي جي ايراضي = b x h

مثال1: پوروچوٽ پاسي چوڪندي جي ايراضي معلوم ڪريو. جنهن جو پايو 10 س. م ۽ اُوچائي 6 س. م آهي.



حل: هتي پايو = 10 س. م

اُوچائي = 6 س. م

هاڻي

پوروچوٽ چوڪندي جي ايراضي $= b\times h$

$= 10\times6$

$= 60$ چورس س.م

مثال2: پوروچوٽ پاسي چوڪندي جي ايراضي 60 چورس س. م ۽ پايو 5 س. م آهي. ان جي اُوچائي معلوم ڪريو.

حل: هتي

پايو = 5 س.م

ايراضي = 60 چورس س.م

اُوچائي = ؟

اسان کي خبر آهي ته

پوروچوٽ پاسي چوڪندي جي ايراضي $= b\times h$

$60 = 5\times h$

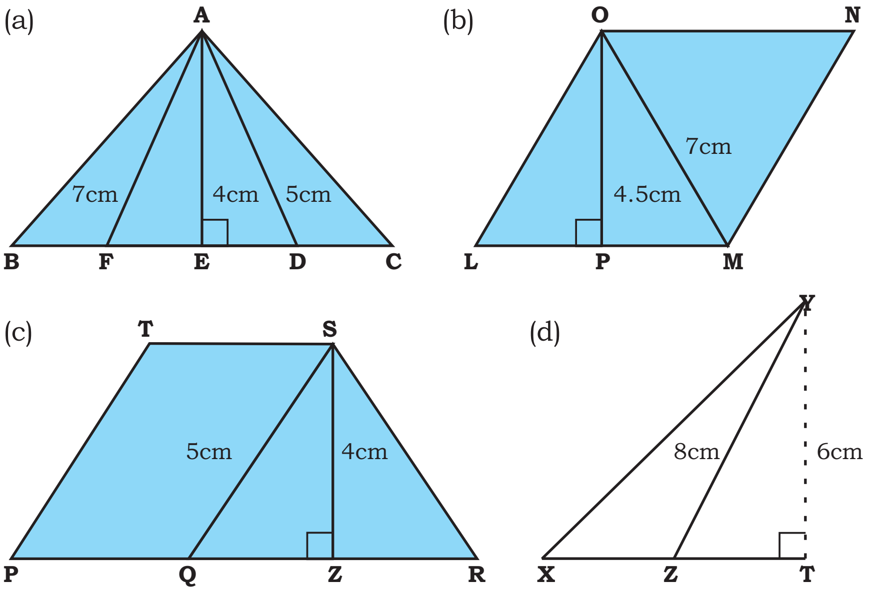
$h = \frac{\overset{12}{\cancel{60}}}{\cancel{5}}$

$h = 12$

يعني تنهنڪري ان جي اُوچائي 12 س. م ڊگهي آهي.

مشق 11.4

(1) هينئين شڪلين ۾ اُوچائي ۽ اُن جي ماپ جي سڃاڻپ ڪريو.



(2) هڪ پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي جي ايراضي معلوم ڪريو جڏهن تہ ان جي اُوچائي ۽ پايو مليل آهي.

(i) پايو = 10س. م ، اُوچائي = 6 س. م

(ii) پايو = 15س. م ، اُوچائي = 8 س. م

(iii) پايو = 4.5 س. م ، اُوچائي = 5.5 س. م

(iv) پايو = 6.5 س. م ، اُوچائي = 4.7 س. م

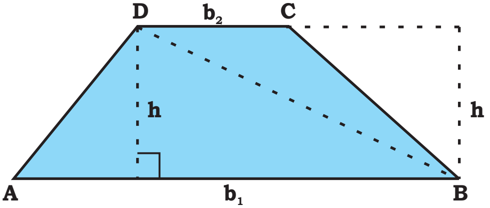
(3) هڪ پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي جي ايراضي 192 چورس س. م آهي ۽ ان جي اُوچائي 12 س. م آهي. ان جو پايو معلوم ڪريو.

(4) هڪ پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي جو پايو 15 ميٽر آهي ۽ ان جي ايراضي 180 چورس ميٽر آهي. اِن جي اُوچائي معلوم ڪريو.

(5) هڪ پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي جي اُوچائي 1.5 س. م آهي ۽ ان جي ايراضي 4.50 چورس س. م آهي. ان جو پايو معلوم ڪريو.

ٽرئپيزم جي وصف بيان ڪرڻ ۽ ان جي ايراضي لهڻ، جڏهن اُوچائي ۽ پورروچوٽ پاسن جي ماپ مليل هجي

ٽرئپيزم هڪ چوڪندو آهي، جنهن ۾ فقط هڪ جوڙو آمهون سامهون وارن پاسن جو پورروچوٽ ٿئي ٿو.



پاسي ۾ ڏنل ٽرئپيزم ABCD کي ٻن ٽڪنڊن ΔABD ۽ BCD ۾ ورهايو ويو آهي.

ΔBCD جي ايراضي + ΔABD جي ايراضي = ٽرئپيزم جي ايراضي

$$= \frac{1}{2}h \times b_1 \; + \frac{1}{2}h \times b_2$$

$$= \frac{1}{2}h\,(b_1 + b_2)$$

جڏهن ته b_1، b_2 پورروچوٽ پاسن جي ڊيگهه کي ظاهر ڪن ٿا.

h = اُوچائي

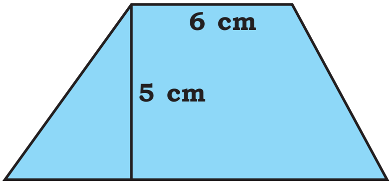
ٽرئپيزم جي ايراضي = (پورروچوٽ پاسن جي جوڙ اُپٽ) اُوچائي x $\frac{1}{2}$

مثال: ٽرئپيزم جي ايراضي لهو، جنهن جا پورروچوٽ پاسا 6 س. م ۽ 10 س. م ڊگها آهن ۽ اُوچائي 5 س. م آهي.

حل: هتي اُوچائي = 5 س. م

پورروچوٽ پاسا 6 س. م ۽ 10 س. م ڊگها آهن.

ٽرئپيزم جي ايراضي = (پورروچوٽ پاسن جي جوڙ اُپٽ) x $\frac{1}{2}$



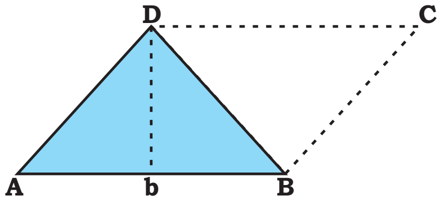
$$= \frac{1}{2} \times 5\,(6 + 10)$$

$$= \frac{5}{\cancel{2}} \times \overset{8}{\cancel{16}} = 5 \times 8$$

= 40 چورس س. م

استاد لاءِ هدايت: اُستاد کي هن ڳالهه جي پڪ ڪرڻ گهرجي، ته شاگردن کي فارمولا استعمال ڪرڻ جو هنر آيو آهي.

ٽڪنڊي جي ايراضي لهڻ جڏهن اُوچائي ۽ پايي جون ماپون مليل هجن



ٽڪنڊي جي ايراضي

پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي ABCD کي ڏسو.
جيڪو ٻن برابر ٽڪنڊن ABD ۽ ACD ۾ ورهايو ويو آهي.

تنهنڪري

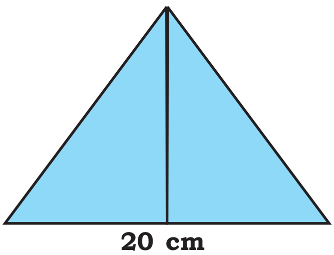
ΔABD جي ايراضي = پوروچوٽ پاسي چوڪنڊي جو اڌ

= $\frac{1}{2}$ (پايو x اوچائي)

= $\frac{1}{2}(b\times h)$

جڏهن تہ b = پايو ۽ h = اُوچائي

مثال 1: ٽڪنڊي جي ايراضي لهو، جنهن ۾ اوچائي 20 س. م ۽ پايو 8 س. م جو آهي.



حل: هتي

پايو = 20 س. م

اُوچائي = 8 س. م

اسان کي خبر آهي تہ

ٽُڪنڊي جي ايراضي = $\frac{1}{2}$ پايو x اوچائي

= $\frac{1}{\cancel{2}} \times \overset{10}{\cancel{20}} \times 8$

= 80 چورس س. م

مشق 11.5

(1) ٽرئيپيزم جي ايراضي معلوم ڪريو، جڏهن ته پورروچوٽ پاسا ۽ اُوچائي هيٺين ريت مليل آهن.

(i) پورروچوٽ پاسا 5 س. م ۽ 6 س. م جا آهن، جڏهن ته اُوچائي 4 س. م آهي.

(ii) پورروچوٽ پاسا 3.5 س. م ۽ 4.5 س. م جا آهن جڏهن ته اُوچائي 2 س. م آهي.

(iii) پورروچوٽ پاسا 4.5 س. م ۽ 5.5 س. م جا آهن جڏهن ته اُوچائي 2 س. م آهي.

(2) ٽرئيپيزم جا پورروچوٽ پاسا 6 س. م ۽ 8 س. م جا آهن ۽ ان جي اُوچائي 5 س. م آهي. ان جي ايراضي معلوم ڪريو.

(3) جيڪڏهن ٽرئيپيزم جا پورروچوٽ پاسا 15 س. م ۽ 20 س. م جا آهن ۽ ان جي ايراضي 140 چورس س. م آهي ته اُوچائي لهو.

(4) ٽڪنڊي جي ايراضي معلوم ڪريو، جڏهن ته ان جو پايو ۽ اُوچائي هيٺين ريت مليل آهن.

(i) پايو = 8 س. م ، اُوچائي = 6 س. م

(ii) پايو = 9 س. م ، اُوچائي = 5 س. م

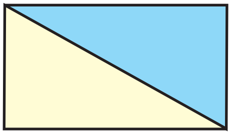
(iii) پايو = 7 س. م ، اُوچائي = 2.5 س. م

(iv) پايو = 6.5س. م ، اُوچائي = 3.5 س. م

(5) ٽڪنڊي جي ايراضي معلوم ڪريو، جنهن جو پايو 6 س. م ۽ اُوچائي 5.5 س. م آهي.

(6) 5 س. م پايي واري ٽڪنڊي جي ايراضي 40 چورس س. م آهي. ان جي اُوچائي لهو.

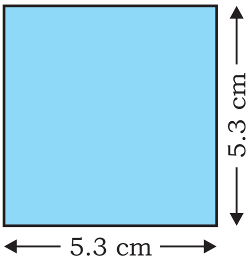
(7) شڪل ۾ ڏنل پورروچوٽ پاسي چوڪنڊي جي ايراضي لهو، جيڪڏهن شيڊ ڪيل ٽڪنڊي جي ايراضي 20 چورس ميٽر آهي.



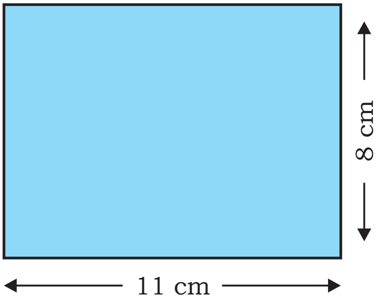
جائزي واري مشق 11

(1) هيٺين شڪلين جو احاطو ۽ ايراضي معلوم ڪريو.

(i)

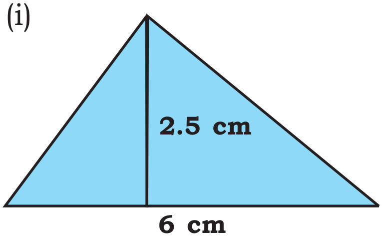


(ii)

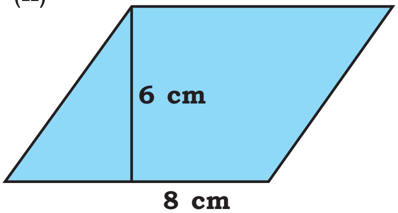


(2) هيٺين شڪلين جي ايراضي معلوم ڪريو.

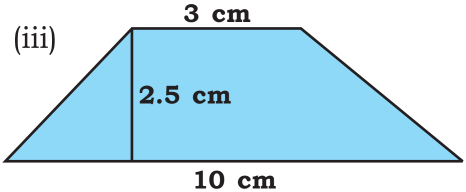
(i)



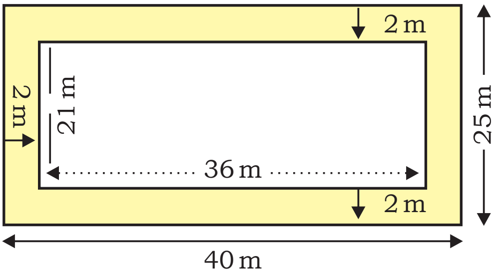
(ii)



(iii)



(3) ڏنل شڪل جي شيڊ ڪيل حصي جي ايراضي معلوم ڪريو.



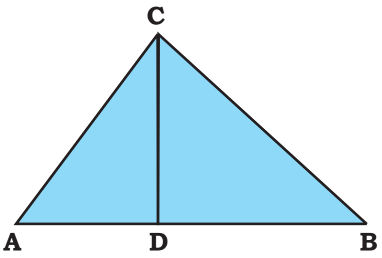
(4) هڪ چورس سر 20 س. م پاسي جي آهي. 3 ميٽر پاسي واري چورس غسل خاني جي فرش کي ڍڪڻ لاءِ اهڙيون ڪيتريون چورس سِرون گهرجن؟

(5) 16 س. م پاسي واري چورس جي ايراضي ساڳي آهي، جيڪا 64 س. م ڊيگهه واري مستطيل جي آهي. مستطيل جي ويڪر ڇا ٿيندي؟

(6) هڪ ٽڪنڊي جي ايراضي 72 چورس س. م آهي. جيڪڏهن اِن جي اوچائي 8 س. م آهي ته ان جو پايو معلوم ڪريو.

(7) هڪ ٽڪنڊي جي ايراضي 60 چورس س. م آهي. جيڪڏهن ان جو پايو 12 س. م جو آهي ته ان جي اُوچائي لهو.

(8) گوني ڪنڊ ٽڪنڊي ۾ گوني ڪنڊ ناهيندڙ پاس 12 س. م ۽ 9 س. م جا آهن. اُن ٽڪنڊي جي ايراضي لهو.



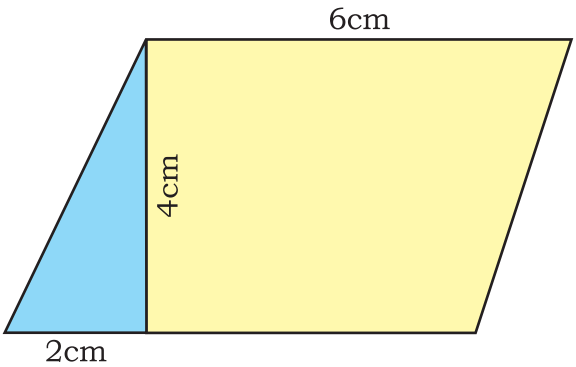
(9) ΔABC ۾ CD عمود آهي $\overline{AB}$ تي، اهڙي طرح جو $m\,AB = 18$ س.م ۽ CD جي ڊيگهه = 7.5 س. م. $\overline{ABC}$ جي ايراضي لهو.

(10) ٽرئپيزم جا پوروچوٽ پاسا 9 س. م ۽ 7 س. م جا آهن ان جي اُوچائي 5 س. م آهي. ان جي ايراضي لهو.

(11) جيڪڏهن ٽرئپيزم جا پوروچوٽ پاسا 20 س. م ۽ 30 س. م جا آهن ۽ ايراضي 200 چورس س. م آهي، ان جي اُوچائي معلوم ڪريو.

(12) ٽرئپيزم جي ايراضي 10 چورس س. م آهي. جيڪڏهن ان جي اُوچائي 8 س. م ۽ هڪ پوروچوٽ پاسو 20 س. م جو آهي، ته ٻئي پاسي جي ڊيگهه معلوم ڪريو.

(13) پاسي واري شڪل ۾ شيڊ ٿيل حصي جي ايراضي معلوم ڪريو.



(14) خال پريو.

(i) ايراضي عام طرح سان ________ ۾ ماپي ويندي آهي.
(ii) احاطو عام طرح سان ________ ۾ ماپيو ويندو آهي.
(iii) مستطيل جي ايراضي ________ آهي ڊيگهه ۽ ويڪر جي.
(iv) مستطيل جو احاطو، ان جي 4 پاسن جي ________ آهي.
(v) چورس جي ايراضي = ________ x ________.
(vi) چورس جو احاطو = ________ x ________.
(vii) مستطيل جي احاطي کي معلوم ڪرڻ جو فارمولا ________ آهي.
(viii) پورو چوٽ پاسي چوڪندي جي ايراضي معلوم ڪرڻ جو فارمولا ________ آهي.
(ix) ٽڪندي جي ايراضي لهڻ جو فارمولا ________ آهي.
(x) ٽرئپيزم جي ايراضي آهي ________

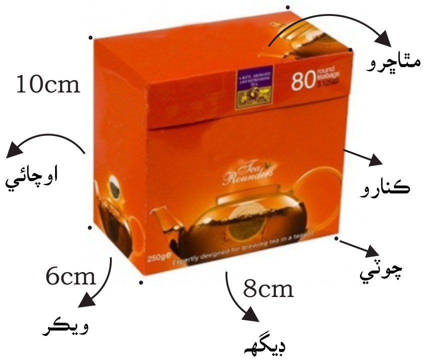
خلاصو

- مستطيل جو احاطو = $2\times(\ell+b)$
- چورس جو احاطو = $4\times$ پاسو
- ۽ چورس جو پاسو = $\frac{\text{احاطو}}{4}$
- مستطيل جي ايراضي = $(\ell \times b)$
- چورس جي ايراضي = (پاسو x پاسو)
- پورو چوٽ پاسي چوڪندي جي ايراضي = (اوچائي x پايو)
- ٽڪندي جي ايراضي = $\frac{1}{2}$ (اوچائي x پايو)
- ٽرئپيزم جي ايراضي = اوچائي x (پورو چوٽ پاسن جي x $\frac{1}{2}$

$$= \frac{h}{\cancel{2}}(b_1 + b_2) =$$

12.1 مقدار ۽ متاڇري جي ايراضي

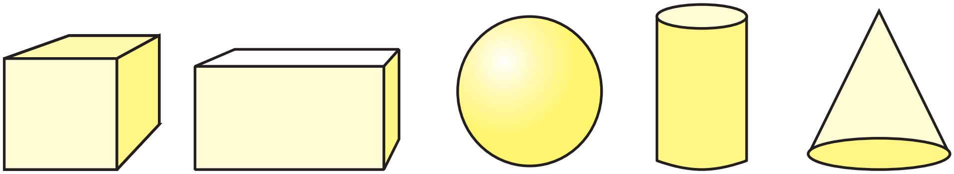
عام زندگيءَ ۾ اسانجو واسطو نهرين شين يا ٺوس شين سان پوندو آهي. جهڙوڪ چڪو، چانهه جو دٻو، گيهه جو دٻو، فوٽ بال وغيره.
اهي سڀ ٽن پاسن واريون شيون 3-D شيون آهن. ڇاڪاڻ جو انهن مان هرهڪ کي ٽي پاسا ڊيگهه، ويڪر ۽ اُوچائي آهي.



اچو ته هڪ 3-D شيءِ چانهه جي دٻي تي غور ڪريون. جيئن ته هتي ڏيکاريل آهي.
ان کي اٺ چوٽيون، ڇهه چورس متاڇرا ۽ ٻارهن ڪنارا آهن.
ان جي 8 س. م ڊيگهه، 6 س. م ويڪر ۽ 10 س. م اُوچائي آهي. تنهنڪري اها ٽن پاسن واري ٺوس شيءِ آهي.

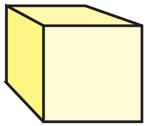
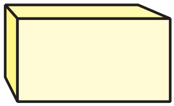
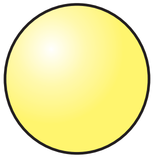
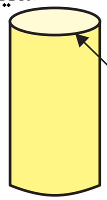
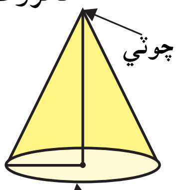
متاڇرن، ڪنارن ۽ چوٽين جي مطابق 3-D شين (ڪعب، ڪعب نما، گولو، سلينڊر ۽ مخروط) جي سڃاڻپ ڪرڻ

ٺوس شيون مختلف قسمن جون هونديون آهن. پر اسين پنج بنيادي ٽن پاسن وارين شين ڪعب، ڪعب نما، گولي، سلينڊر ۽ مخروط جي خاصيتن تي بحث ڪنداسين. اهي هيٺ ڏيکاريل آهن.



استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي ته عام زندگيءَ ۾ استعمال ٿيندڙ ٺوس شين جا ڪجهه وڌيڪ مثال ڏئي شاگردن ۾ ٽن پاسن وارين شين جو تصور واضح ڪرڻ ۾ ڀرپور مدد ڪري.

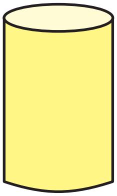
ٽن پاسن واريون شيون

3D شيون	خاصيت	متاچرن جو تعداد	ڪنارن جو تعداد	چوٽين جو تعداد
ڪعب 	هيءُ اُها نوس شيءِ آهي جنهن جي ڊيگهه، ويڪر ۽ اُوچائي برابر آهي.	6	12	8
ڪعب نما 	هيءُ اُها نوس شيءِ آهي جنهن جي ڊيگهه، ويڪر ۽ اُوچائي برابر نه آهن.	6	12	8
گولو 	هيءُ اُها نوس شيءِ آهي جنهن کي مڪمل گولو متاچرو هوندو آهي.	ڪابه نه	ڪابه نه	ڪابه نه
سليندر 	هيءُ اُها نوس شيءِ آهي جنهن ۾ ٻه سامهون وار گولائي نما متاچرا ۽ هڪ مڙيل متاچرو هوندو آهي.	2 گولائي نما متاچرا	2 گول ڪنارا	ڪابه نه
مخروط 	هيءُ اُها نوس شي آهي جنهن ۾ هڪ گولائي نما متاچرو ڪنارو متاچرو ۽ هڪ مڙيل متاچرو هوندو آهي.	1 گولائي نما متاچرو	1 گول ڪنارو	1

استاد لاءِ هدايت: 3D شين کي پڙهائڻ لاءِ اُستاد کي گهرجي ته دستياب 3D شين کي وڌيڪ ۽ عام استعمال ڪري، شاگردن ۾ 3D ڊي شين جو تصور پڪو ۽ پختو ڪرائڻ ۾ ڀرپور مدد ڪري.

عملي ڪم: هينين 3D شڪلين جا نالا لکو ۽ خال پريو.

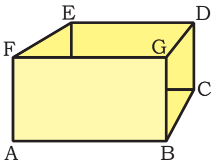
(1)



شڪل جو نالو = سلينڊر

گولائي نما ماپن جو تعداد = ______

(2)

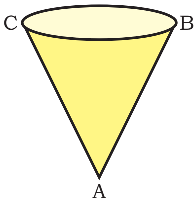


شڪل جو نالو = ڪعب نما

DE ظاهر ڪري ٿي = ______

ٽپڪا A، B ڪي ظاهر ڪن ٿا. = ______

(3)



شڪل جو نالو = مخروط

ٽپڪو A ظاهر ڪري ٿو. = ______

گهاٽو شيڊ ٿيل حصو ظاهر ڪري ٿو = ______

مشق 12.1

(1) شين جي سڃاڻپ ڪريو ۽ انهن 3 ـ ڊي شڪلين جا نالا لکو، جيڪي انهن شين کي ظاهر ڪن ٿيون.

(i) 

(ii) 

(iii) 

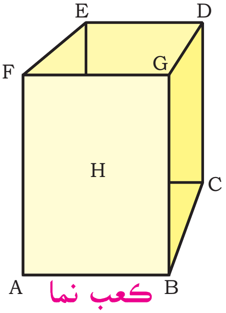
(iv) 

(v) 

(vi) 

(2) هيٺ ڏنل شڪلين لاءِ خال ڀريو.

(i)

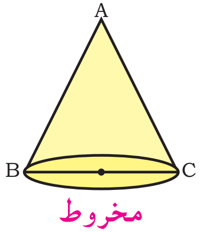


(الف) ڪنارن جو تعداد = ________

(ب) مٿاڇرن جو تعداد = ________

(ج) چوٽين جو تعداد = ________

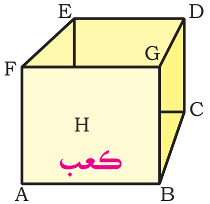
(ii)



(الف) ٽپڪو A ______ کي ظاهر ڪري ٿو

(ب) گولائي نما مٿاڇرن جي تعداد = ______

(iii)



(الف) $\overline{AB}$ ______ کي ظاهر ڪري ٿو.

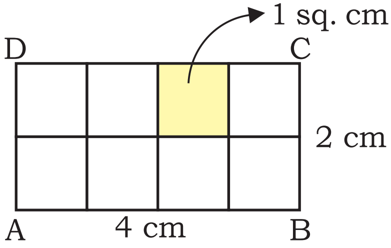
(ب) ٽپڪو A ______ کي ظاهر ڪري ٿو.

(ج) مٿاڇرن جي تعداد = ______

مقدار ۽ مٿاڇري جي ايراضيءَ جي ايڪن کي بيان ڪرڻ ۽ انهن جي سڃاڻپ ڪرڻ

1. مٿاڇري جي ايراضي

اسان کي خبر آهي تہ سادي بند شڪل جي والاريل علائقي جي ماپ کي ايراضي چئبو آهي. هڪ ايڪي ڊيگهہ واري چورس سان، بند شڪل جي علائقي کي ڀري، ايراضي معلوم ڪئي ويندي آهي. جيئن سامهون ڏنل شڪل ۾ ڏيکاريو ويو آهي

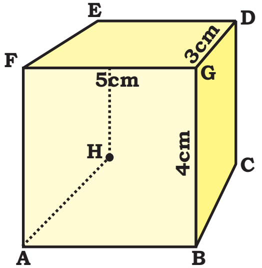


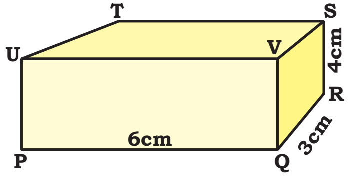
هڪ ايڪي ڊيگهہ واري چورس جي ايراضي 1 چورس ايڪو هوندي آهي. ڏنل شڪل ۾ 1 چورس ايراضي وارا 8 چورس ايڪا آهن. تنهنڪري مستطيل جي ايراضي = 8 چورس س. م ساڳيءَ ريت 3 - ڊي شڪل جي مٿاڇري جي والاريل علائقي جي ماپ کي، مٿاڇري جي ايراضي چئبو آهي ۽ ان کي چورس ايڪن ۾ ماپيو ويندو آهي.

نوٽ: ڪعب ۽ ڪعب نما جي متاچري جي ايراضيءَ جي ماپ ۾، اسين ساڳي ايڪي واري چورس جو استعمال ڪندا آھيون. اِھو ايڪو ڊيگھ، ويڪر ۽ اُوچائي ۾ استعمال ٿيندو آھي.

ايراضيءَ جي ايڪن جا ڪجھ مثال چورس س. م، چورس ميٽر، چورس ڪلوميٽر وغيره آھن.

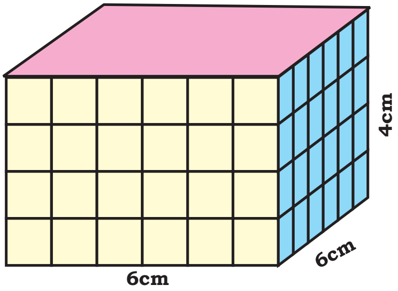
ڏنل ڪعب جي متاچري جي ايراضي معلوم ڪرڻ لاءِ، اسين چورس س. م استعمال ڪنداسين ڇاڪاڻ جو ان جي ڊيگھ، ويڪر ۽ اُوچائي سينٽي ميٽرن ۾ مليل آھن. ساڳي ريت، ڏنل ڪعب نما جي متاچري جي ايراضي ماپڻ لاءِ، اسين چورس س. م استعمال ڪنداسين.





2. مقدار:

اسان کي خبر آھي تہ 3D شي جي والاريل جڳھ جي ماپ کي نوس شي جو مقدار چئبو آھي، ھڪ ايڪي ڊيگھ واري ڪعب سان نوس شيءِ جي والاريل جڳھ کي ڀرڻ سان، مقدار حاصل ٿيندو آھي، جيئن ھيٺ ڏنل شڪل ۾ ڏيکاريو ويو آھي.



ڏسون ٿا تہ 1 ڪعب س. م جي مقدار وارا 144 ڪعب آھن.

ٺھنڪري ڪعب نما جو مقدار = 1 ڪعب س. م

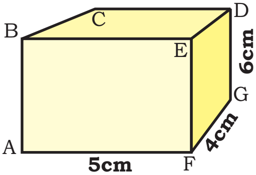
جي مقدار جا 144 ڪعب

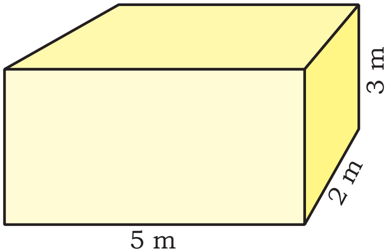
= 144 س. م

نوٽ: ڪعب ۽ ڪعب نما جي مقدار جي ماپ ۾ اسين ساڳي ڪعب س. م ايڪي وارو ڪعب استعمال ڪندا آھيون.

> ايڪو ڊيگھ، ويڪر ۽ اوچائيءَ ۾ استعمال ٿيندو آھي.مقدار جا ڪجھ ايڪا ڪعب س. م ڪعب ميٽر، ڪعب ڪلوميٽر وغيره آھن.

مثال طور: ڏنل ڪعب نما ۾، مقدار معلوم ڪرڻ لاءِ اسين ڪعب س. م استعمال ڪنداسين ڇو جو اِن جي ڊيگھ، ويڪر ۽ اُوچائي سينٽي ميٽرن ۾ مليل آھي.





ساڳي ريت،
ڏنل ڪعب نما جو مقدار ڪعب ميٽرن ۾ ماپيو.

عملي ڪم: هيٺيان خال ڀريو.

(i) هڪ ڪعب جو مقدار ____ ۾ ماپيو، جنهن جا پاسا 5 ميٽر، 6 ميٽر، 7 ميٽر.

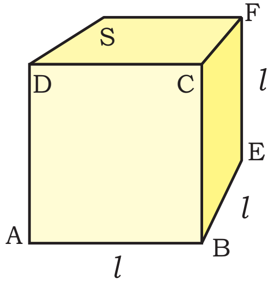
(ii) هڪ ڪعب جو مقدار ______ ۾ ماپيو، جنهن جو هرهڪ پاسو 6 س. م جو آهي.

(iii) هڪ ڪعب نما جي مٿاڇري جي ايراضي ____ ۾ ماپيي، جنهن جا پاسا 6 ميٽر، 7 ميٽر ۽ 5 ميٽر آهن.

(iv) هڪ ڪعب جي مٿاڇري جي ايراضي ____ ۾ ماپيي، جنهن جي هرهڪ پاسي جي ڊيگهه 5 س. م آهي.

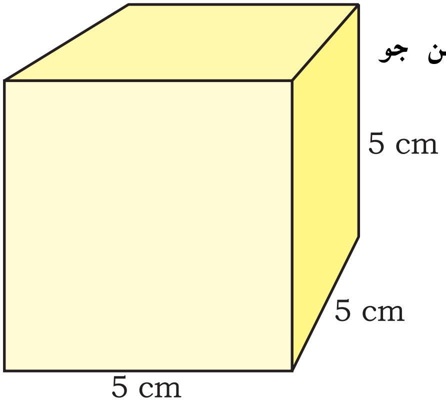
ڪعب ۽ ڪعب نما جو مقدار ۽ مٿاڇري جي ايراضي لهڻ

1- ڪعب جي مٿاڇري جي ايراضي



اسان کي خبر آهي تہ ڪعب ۾ ڊيگهہ، ويڪر ۽ اُوچائي برابر هونديون آهن، تنهنڪري هرهڪ چورس مٿاڇري جي ايراضي ساڳي هوندي.

ڪعب جي مٿاڇري جي ايراضي = 6 چورس مٿاڇرن جي ايراضي
= 6 × چورس مٿاڇرن جي ايراضي
$= 6 \times (\ell \times \ell)$
$= 6\,\ell^2$

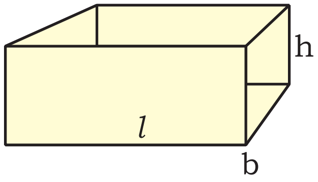


مثال: ڪعب جي مٿاڇري جي ايراضي لهو. جنهن جو هرهڪ پاسو 5 س. م جو آهي.

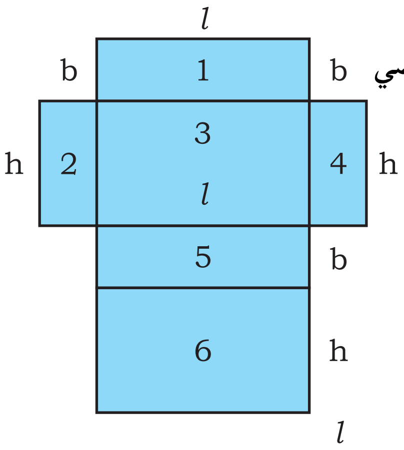
حل: هتي ڊيگهہ ايراضي $= \ell = 6$ س. م
اسان کي خبر آهي تہ
مٿاڇري جي ايراضي $= 6\,\ell^2$
$= 6 \times (5)^2$
$= 6 \times 5 \times 5$
= 150 چورس س. م

استاد لاءِ هدايت:
اُستاد کي گهرجي تہ مٿاڇري جي ايراضيءَ جو تصور، دستياب يعني عام استعمال ٿيندڙ نوس شين جي مدد سان پڙهائي، جهڙوڪ چاڪ جو دٻو ۽ جاميٽري باڪس وغيره.

2- ڪعب نما جي متاڇري جي ايراضي لهڻ



ڪعب نما جي متاڇري جي ڪُل ايراضي لهڻ لاءِ اسين سڀ ڇهه متاڇرا کولي وڇايون ٿا. جيئن شڪل ۾ ڏيکاريل آهي ۽ ان جي ڇهن متاڇرن جي ڪُل ايراضي معلوم ڪريون ٿا.



ڪعب نما جي متاڇرن جي ڪُل ايراضي

= 1 جي ايراضي + 2 جي ايراضي + 3 جي ايراضي
+ 4 جي ايراضي + 5 جي ايراضي + 6 جي ايراضي

$= l \times b + b \times h + h \times l + b \quad h$

$+ l \times b + h \times l$

$= 2 (l \times b) + 2 (b \times h) + 2 (h \times l)$

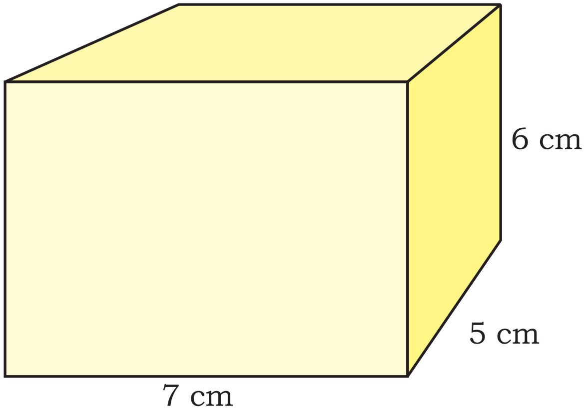
$= 2 (l \times b + b \times h + h \times l)$

مثال3: ڪعب نما جي متاڇري جي ايراضي لهو، جنهن ۾

ڊيگهه = 7 س. م

ويڪر = 5 س. م

۽ اُوچائي = 6 س.م



حل:

هتي ڊيگهه = $l =$ 7 س. م

ويڪر = $b =$ 5 س. م

اُوچائي = $h =$ 6 س. م

ڪعب نما جي متاڇري جي ايراضي

$= 2 (l \times b + b \times h + h \times l)$

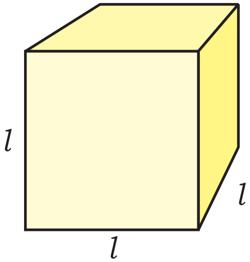
$= 2 (7 \times 5 + 5 \times 6 + 6 \times 7)$

$= 2 (35 + 30 + 42)$

$= 2 (107)$

= 214 چورس س. م

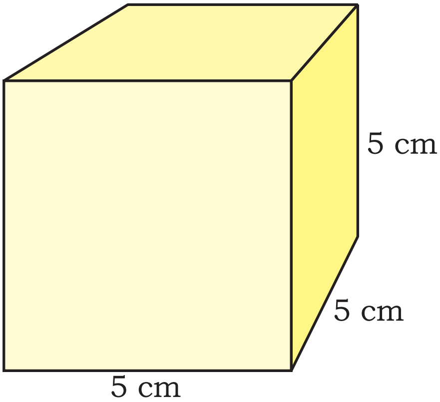
3- ڪعب جو مقدار



اسان کي خبر آهي تہ ڪنهن بہ ڪعب جي ڊيگهہ، ويڪر ۽ اُوچائي برابر هونديون آهن.

تنهنڪري ڪعب جو مقدار $= \ell \times \ell \times \ell$

$= \ell^3$



مثال: ڪعب جو مقدار لهو، جنهن جو هرهڪ پاسو 5 س. م ڊگهو آهي.

حل:

هتي ڊيگهہ $\ell =$ = 5 س. م

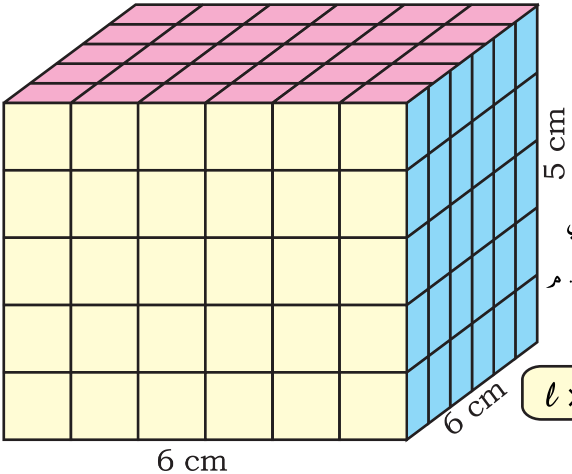
اسان کي خبر آهي تہ

ڪعب جو مقدار $= \ell^3$

$= 5 \times 5 \times 5$

= 125ڪعب س. م

4- ڪعب نما جو مقدار



ڪعب نما جي مقدار جو فارمولا معلوم ڪرڻ لاءِ ، اچو تہ هڪ ڪعب نما تي غور ڪريون: جيئن شڪل ۾ ڏيکاريل آهي.

هتي

ڪعب نما جو مقدار= پاڇي جي ايراضي × اُوچائي

$= (5 \times 6 \times 6)$ ڪعب س. م

= 180 ڪعب س. م

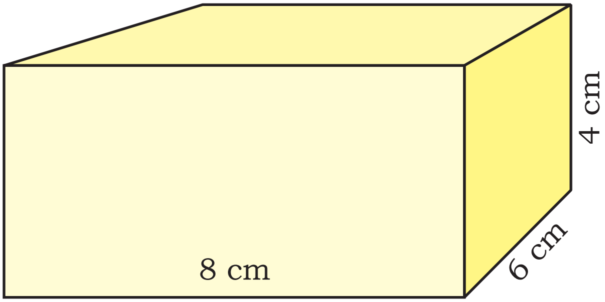
تنهنڪري ڪعب نما جو مقدار $= \ell \times b \times h$

جڏهن تہ ℓ = ڊيگهہ

b = ويڪر

۽ h = اُوچائي

مثال: ڪعب نما جو مقدار معلوم ڪريو، جنهن جي ڊيگهه = 8 س. م ويڪر = 6 س.م ۽ اُوچائي = 4 س. م آهي.



حل: هتي ℓ = 8 س. م

b = 6 س. م

h = 4 س. م

اسان کي خبر آهي تہ

ڪعب نما جو مقدار $= \ell \times b \times h$

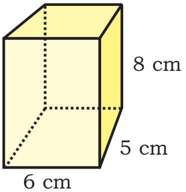
$= 8 \times 6 \times 4$

= 192 ڪعب س. م

مشق 12.2

(1) هيٺ ڏنل شڪلين جي مقدار ۽ متاچري جي ايراضيءَ جا ايڪا لکو.

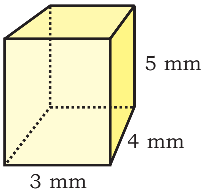
(i)



متاچري جي ايراضي جو ايڪو = ________

ڪعب نما جي مقدار جو ايڪو = ________

(ii)

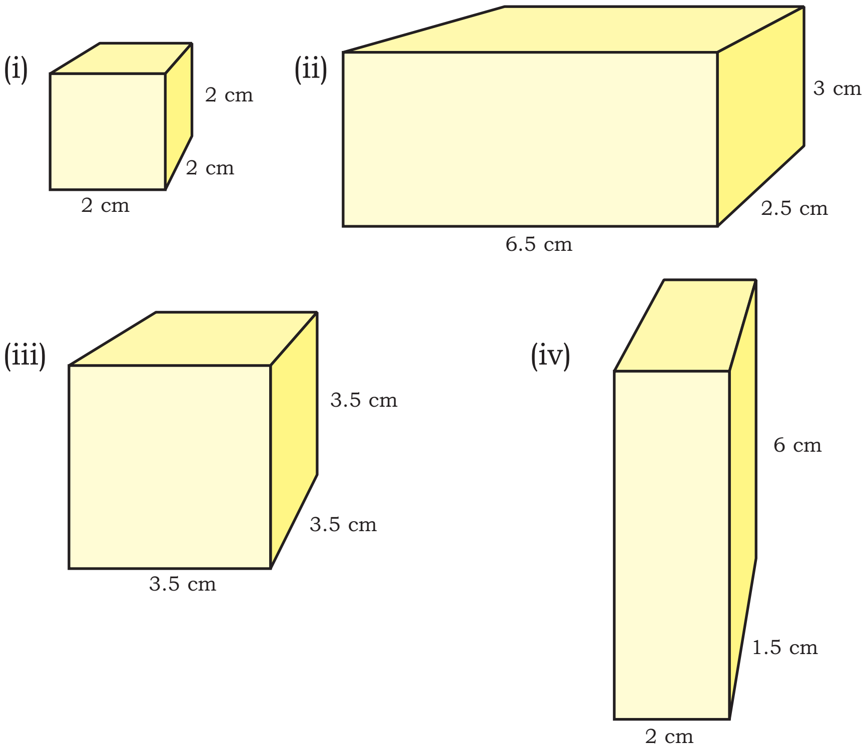


متاچري جي ايراضي جو ايڪو = ________

ڪعب نما جي مقدار جو ايڪو = ________

استاد لاءِ هدايت: اُستاد کي گهرجي تہ مقدار جي تصور کي سمجهائڻ لاءِ ٽن پاسن وارين نوس شين جو استعمال ڪري. مثال طور جوس جو پيڪٽ ۽ کير جو پيڪٽ وغيره.

(2) هيٺين مان هرهڪ جو مقدار ۽ متاچري جي ايراضي لهو.



(3) هيٺ ڏنل هرهڪ ڪعب نما جو مقدار معلوم ڪريو، جنهن ۾ هر پاسي جي ڊيگهه

(i) ڊيگهه 5 س. م (ii) ويڪر 6.2 س. م (iii) اُوچائي 2.5 س. م

(4) هيٺ ڏنل هر هڪ ڪعب نما جو مقدار معلوم ڪريو، جنهن ۾

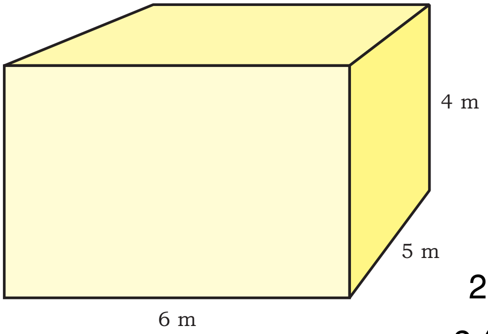
(i) ڊيگهه = 9 س. م، ويڪر = 6 س. م، اوچائي = 4 س. م

(ii) ڊيگهه = 5 س. م، ويڪر = 3.5 س. م، اوچائي = 4 س. م

(iii) ڊيگهه = 3.5 س. م، ويڪر = 2 س. م، اوچائي = 2.5 س. م

مقدار ۽ متاچري جي ايراضي تي مشتمل عام زندگيءَ جا لکتي حساب حل ڪرڻ

مثال 1: 50 رُپيا في چورس ميٽر اگهه جي حساب سان، هڪ ڪاٺ جي ڪعب نما کي رنگ ڪرڻ جي ڪل قيمت معلوم ڪريو، جيڪڏهن اُن جا پاسا 6 ميٽر، 5 ميٽر ۽ 4 ميٽر آهن.



حل: هتي ℓ = 6 ميٽر

b = 5 ميٽر

h = 4 ميٽر

اسان کي خبر آهي ته

ڪعب نما جي متاچري جي ايراضي

$= 2(\ell \times b + b \times h + h \times \ell)$

$= 2(6 \times 5 + 5 \times 4 + 4 \times 6)$

$= 2(30 + 20 + 24)$

$= 2(74)$

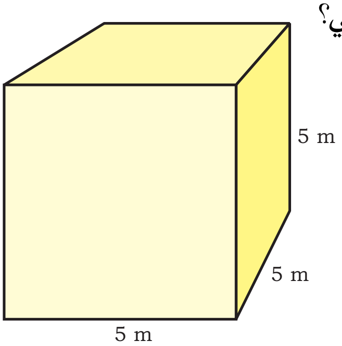
= 148 چورس ميٽر

ڪُل قيمت = متاچري جي ايراضي × اگهه

$= 50 \times 148$

= 7400 رپيا

مثال 2: هڪ ڪعب کي مڪمل طرح سان ڍڪڻ لاءِ ڪيترو رنگدار ڪاغذ گهرجي، جيڪڏهن ڪعب جو هرهڪ پاسو 5 ميٽر ماپ جو آهي؟



حل: هتي ℓ = 5 ميٽر

هاڻي ڪعب جي متاچري جي ايراضي $= 6\ell^2$

$= 6(5 \times 5)$

$= 6 \times 25$

= 150 چورس ميٽر

مطلب ته ڪل ڪاغذ 150 چورس ميٽر گهربل آهي.

مثال3: پاڻي جي ٽانڪيءَ جي گنجائش لهو. جنهن جا پاسا 6 ميٽر، 5 ميٽر ۽ 3 ميٽر جا آهن.

حل: هتي ℓ = 6 ميٽر

b = 5 ميٽر

۽ h = 3 ميٽر

هاڻي

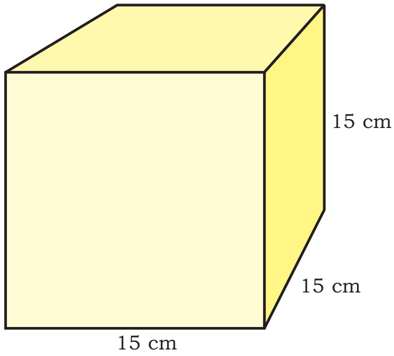
كعب نما جو مقدار = $\ell \times b \times h$

= $6 \times 5 \times 3$

= 90 كعب ميٽر

تنهنڪري پاڻيءَ جي ٽانڪيءَ جي گنجائش 90 كعب ميٽر آهي.

مثال4: 100 رپيا في كعب س. م جي اگهه جي حساب سان، هڪ كعب جهڙي ٿين جي دٻي کي پرڻ لاءِ گاسليٽ جي قيمت معلوم ڪريو. جيڪڏهن دٻي جو هرهڪ پاسو 15 س. م جو آهي.



حل: هتي ℓ = 15 س. م

ٿين جي دٻي جو مقدار = ℓ^3

= $(15)^3$

= $15 \times 15 \times 15$

= 5625 كعب س. م

گهربل قيمت = 100×5625

= 562500 رُپيا

مشق 12.3

(1) 500 رپيا في چورس ميٽر پالش ڪرائڻ جي اگهه جي حساب سان، هڪ ڪٻٽ کي پالش ڪرائڻ جي ڪل قيمت لهو، جيڪڏهن ان جا پاسا 3 ميٽر، 2 ميٽر ۽ 1 ميٽر جا آهن.

(2) هڪ ٽانڪي 5 ميٽر ڊگهي، 4 ميٽر ويڪري ۽ 2.5 ميٽر اُوچي آهي. ٽانڪيءَ جي گنجائش معلوم ڪريو.

(3) هڪ سِر جا پاسا 25 س. م x 10 س. م x 4.5 س. م آهن. اهڙيون 1000 سِرون ڪيتري جڳهه والاريندينون؟

(4) 50 روپيا في چورس ميٽر جي اگهه تي، هڪ ڪعب جهڙي ڪاٺ جي دٻي کي رنگ ڪرڻ جي قيمت معلوم ڪريو. جنهن جي هرهڪ پاسي جي ڊيگهه 2.5 ميٽر آهي.

(5) ڪعب جهڙي تيل جي ٽانڪيءَ جي گنجائش معلوم ڪريو. جنهن جو هرهڪ پاسو 5 ميٽر ڊگهو آهي.

(6) 10 س. م x 20 س. م x 30 س. م پاسن واري هڪ لوهي دٻي کي پاڻي سان پرڻ لاءِ 5 س. م x 10 س. م x 15 س. م پاسن وارا ڪيترا دٻا پاڻيءَ جا پريل گهرجن؟

(7) 5 س. مx 5 س. م x 10 س. م پاسن واري ڪيڪ جي قميت جيڪڏهن 100 رُپيا آهي. ٻڌايو ته 15 س. م x 15 س. م x 20 س. م پاسن واري ڪيڪ جي قيمت ڇا ٿيندي؟

(8) 5.5 ميٽر x 3.4 ميٽر x 3.5 ميٽر پاسن واري کير جي ٽانڪيءَ جي گنجائش معلوم ڪريو.

(9) چانهه جي دٻي جا پاسن جي ماپ $\frac{11}{2}$ س. م x $\frac{21}{4}$ س. م x $\frac{20}{3}$ س. م آهي. اهڙا 100 دٻا ڪيتري جڳهه والاريندا؟

(10) 15.5 رُپيا في ڪعب ميٽر جي اگهه تي، هڪ لوهي ڪعب کي رنگڻ جي قيمت لهو. جنهن جو هرهڪ پاسو 5.2 ميٽر ڊگهو آهي.

جائزي واري مشق 12

(1) خال ڀريو.

(i) ڪعب کي ______ چوٽيون آهن.

(ii) مخروط کي ______ گول متاچرا هوندا آهن.

(iii) ڪعب نما کي ______ متاچرا هوندا آهن.

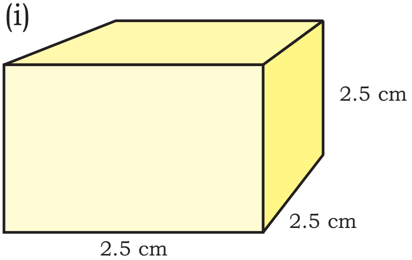
(iv) سلينڊر کي ______ گول متاچرا هوندا آهن.

(v) ڪعب کي ______ ڪنارا هوندا آهن.

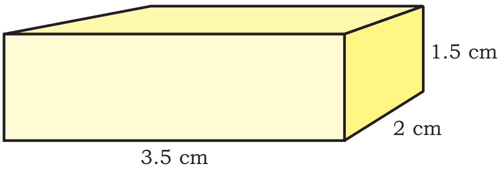
(2) عام زندگيءَ مان 3 - ڊي شڪلين جا ڪي ٻه ٽي مثال ڏيو.

(3) هيٺ ڏنل شڪلين جو مقدار ۽ متاچري جي ايراضي لهو.

(i)



(ii)



(4) هڪ ڪعب جو مقدار معلوم ڪريو. جنهن جو هرهڪ پاسو 2.5 س. م ڊگهو آهي.

(5) 100 رپيا في چورس ميٽر جي اگهه تي، هڪ ٽين جي ڪعب نما جي قيمت معلوم ڪريو. جنهن جا پاسا 5 ميٽر، 6 ميٽر ۽ 7 ميٽر جا آهن.

(6) هڪ ٽانڪيءَ ۾ڪيترو ڪيرماپندو جنهن جا پاسا 6.5 ميٽر، 2.7 ميٽر ۽ 10ميٽر آهن.

خلاصو

- نوس شين کي ٽي پاسا هوندا آهن ۽ انهن کي 3 - ڊي شيون چوندا آهيون.
- ڪعب جي ڊيگهه، ويڪر ۽ اُوچائي برابر هونديون آهن.
- ڪعب نما جي ڊيگهه، ويڪر ۽ اُوچائي برابر نہ هونديون آهن.
- سليندر کي ٻہ گول متاچرا ۽ هڪ مڙيل متاچرو هوندو آهي.
- مخروط کي هڪ گول متاچرو ۽ هڪ مڙيل متاچرو هوندو آهي.
- گولي کي هڪ مڪمل گولائي نما متاچرو هوندو آهي.
- ڪعب جو مقدار = ℓ^3 جڏهن تہ ℓ = هرهڪ پاسي جي ڊيگهہ
- ڪعب نما جو مقدار $= \ell \times b \times h$
- ڪعب نما جي متاچري جي ايراضي $= 2(\ell \times b + b \times h + h \times \ell)$
- ڪعب جي متاچري جي ايراضي $= 6\ell^2$

يونٽ 13

معلومات سيهڙڻ

13.1 مواد جا قسم

مواد جي وصف ۽ مواد گڏ ڪرڻ

اسان اڳين ڪلاس ۾ پڙهي آيا آهيون ته ڪنهن به چاڻ جي ميدان يعني خزاني مان معلومات گڏ ڪرڻ کي مواد چئجي ٿو. مواد معلومات ۽ حقيقتن جو هڪ سيٽ آهي، جيڪو شڪلين جي صورت ۾ مشاهدي ۽ ماپ سان گڏ ڪيو وڃي ٿو.

اسان مواد کي مختلف طريقن، مشاهدي، جائزي، انٽرويو ۽ سوالن نامي وغيره جي ذريعي گڏ ڪريون ٿا.

اسان مواد جي چند چاڻ ڪري، پوءِ مواد کي ظاهر ڪريون ٿا ته جيئن نتيجو حاصل ڪريون، جيڪو اسان کي مدد ڪري ٿو ته مليل معلومات کي ڪيئن جاچجي.

ڪنهن عام جائزي واري ڪم ۾ اسين، معلومات سوالنامي جي ذريعي گڏ ڪريون ٿا. جيئن ته اوهان پنهنجي پسنديده کاڌي کي نشان (✓) لڳايو.

برياني ☐ ٽِڪا ☐ تريل مڇي ☐ ڪڙهائي گوشت ☐

مواد جا ڪجهه وڌيڪ مثال:

- پسنديده راند جي معلومات
- ڪنهن اسڪول جي شاگردن جو پسنديده ڪم.
- ڪنهن هوٽل ۾ کاڌي ۾ عام طرح وڌيڪ انداز ۾ استعمال ٿيندڙ شيءِ.

اسان گڏ ڪيل مواد يا معلومات کي تصوير يا گراف جي صورت ۾ ظاهر ڪري، ان تي مشاهدو ڪريون ٿا.

اسان اڳين ڪلاس ۾ سادي مواد کي چارٽ جي خانن ۾، ننڍين ليڪن جي نشانن واري طريقي (Tally Method) سان ظاهر ڪرڻ سکيو آهي.

استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي ته سوالنامو پيپر تيار ڪري ۽ ڪلاس ۾ شاگردن اڳيان پيش ڪري. شاگردن جي مدد سان سوالنامي کي حل ڪرائي.

عملي ڪم

هڪ چارٽ ناهيو ۽ ان ۾ سال جي مهينن جا نالا لکو.

هرهڪ ٻار کي گهرائي ڪانئس ڄمڻ وارو مهينو معلوم ڪريو. انهيءَ حاصل ڪيل معلومات سان ٽيلي نشان وارو چارٽ مڪمل ڪريو.

حل:

مهينو	ٽيلي نشان	شاگردن جو تعداد
جنوري		
فيبروري		
مارچ		
اپريل		
مئي		
جون		
جولاءِ		
آگسٽ		
سيپٽمبر		
آڪٽوبر		
نومبر		
ڊسمبر		

استاد لاءِ هدايت:

استاد کي گهرجي ته شاگردن جي مدد سان معلومات حاصل ڪري. ان کان پوءِ انهيءَ حاصل ڪيل معلومات کي شاگردن جي مدد سان ٽيلي نشان وارو چارٽ مڪمل ڪرائي.

گروهي ۽ غير گروهي مواد ۾ فرق

مواد جيڪو انفرادي معلومات ڏيکاري، ان کي غير گروهي مواد چيو ويجي ٿو. ان کي ابتدائي مواد به چئجي ٿو.

مثال طور:

ڇهين ڪلاس جي شاگردن جون انگريزيءَ جي هڪ آزمائشي پيپر ۾ حاصل ڪيل مارڪون هن ريت آهن:

نالو	علي	ثنا	عمر	احمد	رضا	راحيله	صبا	ماريه	فراز	هُما
مارڪون	72	40	75	70	59	69	42	30	50	46

اهو مواد يا معلومات جنهنجي ترتيب گروهن جي صورت ۾ ظاهر ڪيل هجي. اُن کي گروهي مواد چئجي ٿو.

مثال:

هيٺ ڇهين ڪلاس جي 15 شاگردن جون سائنس جي هڪ آزمائشي پيپر ۾ 100 مان حاصل ڪيل مارڪون هيٺ ڏيکاريل آهن

76 ،51 ،65 ،62 ،70 ،63 ،69 ،62 ،75 ،61 ،80 ،55 ،65 ،59 ،60

ڏسون ٿا ته شاگردن جون حاصل ڪيل مارڪون 50 کان 80 جي وقفي اندر آهن. انهن حاصل ڪيل مارڪن کي ترتيبوار هيٺين گروهن ۾ ڏيکاري سگهجي ٿو.

51 – 60 ، 61 – 70 ، 71 – 80

مارڪون	حاصل ڪيل مارڪون	شاگردن جو تعداد
51 – 60	51, 55, 59, 60	4
61 – 70	61, 62, 62, 63, 65, 65, 69, 70	8
71 – 80	75, 76, 80	3

مٿين ڏيکاريل مواد کي ٽيلي نشان واري طريقي ۾ ظاهر ڪريو.

مشق 13.1

(1) مواد جي وصف بيان ڪريو.

(2) گروهي ۽ غير گروهي مواد ۾ فرق بيان ڪريو.

(3) هيٺين مان ڪهڙي جدول گروهي مواد کي ظاهر ڪري ٿي؟

(i) ڪنهن امتحان ۾ شاگردن جون حاصل ڪيل مارڪون هيٺين ريت آهن

شاگردن جو نالو	علي	ثنا	سارا	عديل	عامر	اسماءِ	هما	عارف	بابر	انيس	انيل	عمير
مارڪون	581	786	678	725	788	580	690	780	599	509	619	560

(ii) رضا بک اسٽور جو هڪ مهيني جو وڪرو هيٺ جدول ۾ ڏيکاريل آهي.

وڪرو ٿيل ڪتابن جو تعداد	ڏينهن جو تعداد
512 – 611	8
612 – 711	5
712 – 811	4
812 – 911	9

(iii) سنڌ عجائب گهر ۾ ٻن هفتن دوران معائنو ڪندڙن جو تعداد

معائنو ڪندڙن جو تعداد	ڏينهن جو تعداد
150 – 199	3
200 – 249	4
250 – 299	1
300 – 349	2
350 – 399	3
400 – 499	2

(iv) ڪنهن اسڪول جي ڪرڪٽ ٽيم جي، هڪ ڏينهن واري مئچ جو اسڪور هيٺين ريت آهي:

رانديگر	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
رنسون	62	41	15	59	22	10	8	2	43	7	21

13.2 بار گراف

اُفقي ۽ عمودي بارگراف ناهڻ

اسان اڳين ڪلاس ۾ بارگراف متعلق سکي آيا آهيون.

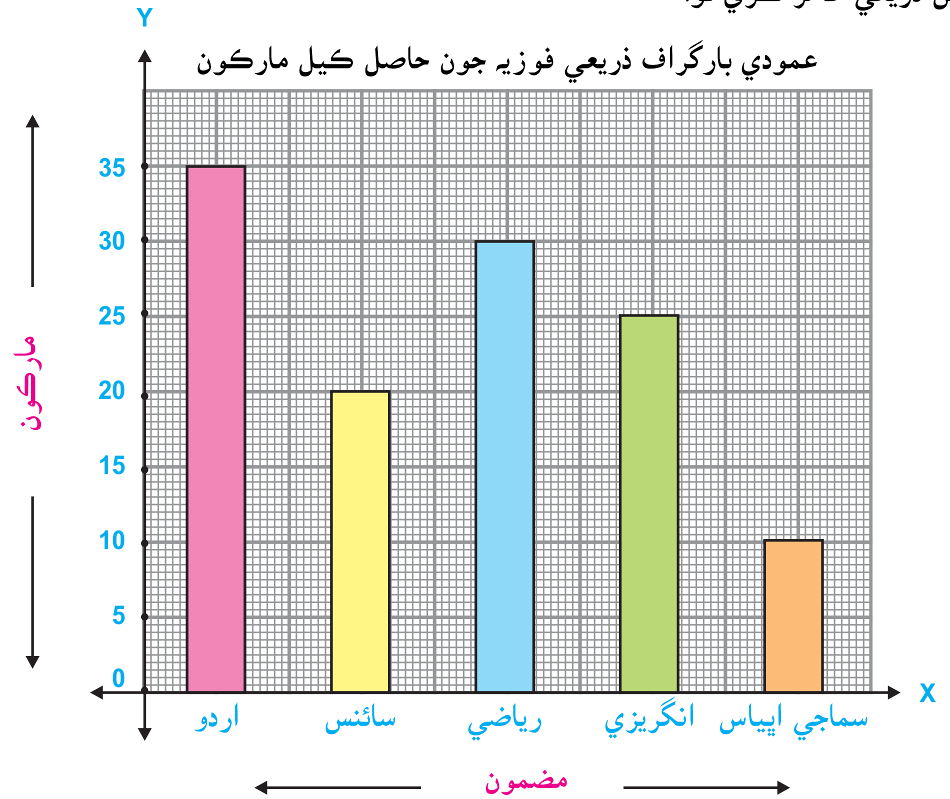
بارگراف ذريعي گهٽي تعداد ۾ معلومات ڏيئي سگهجي ٿي.

بارگراف ۾ مواد کي ڪجهه ساڳي ويڪر وارين مستطيل پٽين جي شڪل ۾ ظاهر ڪبو آهي، جيڪي هڪ ٻئي کان ساڳي مفاصلي تي هونديون آهن. اسين بارگراف جا ٻه طريقا استعمال ڪريون ٿا.

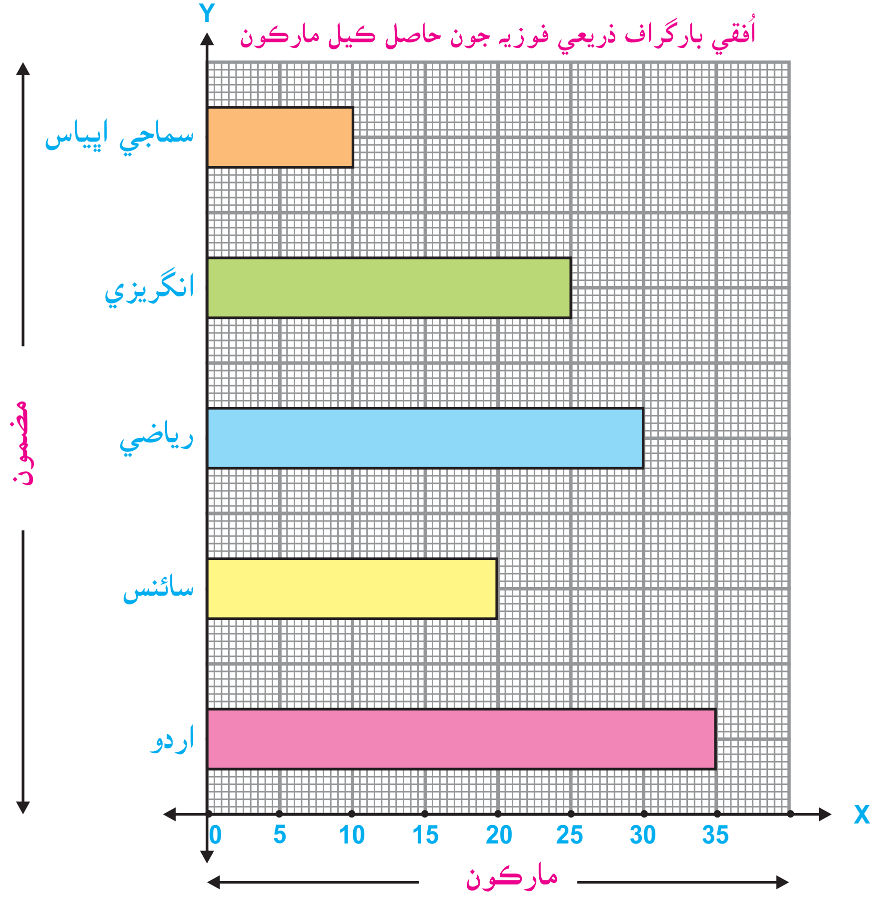
(1) عمودي بارگراف

(2) اُفقي بارگراف

هتي بارگراف فوزيه جون حاصل ڪيل مارڪون مختلف مضمونن (Subjects) ۾ عمودي پٽين ذريعي ظاهر ڪري ٿو.



هتي اُفقي بارگراف آهي، جيڪو فوزيه جون ساڳيون حاصل ڪيل مارڪون مختلف مضمونن (Subjects) ۾ ظاهر ڪري ٿو.



اُفقي ۽ عمودي بارگراف ناهڻ جا ڏاڪا

ڏاڪوI: گراف پيپر ڪٽو ۽ ان تي ٻه ليڪون $\overleftrightarrow{OX}$ ۽ $\overleftrightarrow{OY}$ اهڙي ريت ناهيو، جيڪي هڪٻئي تي عمود هجن. $\overleftrightarrow{OX}$ کي ... محور ۽ $\overleftrightarrow{OY}$ کي Y– محور چئجي ٿو ۽ ٽپڪو O مُنڍ وارو ٽپڪو آهي. گراف کي عنوان ڏيو.

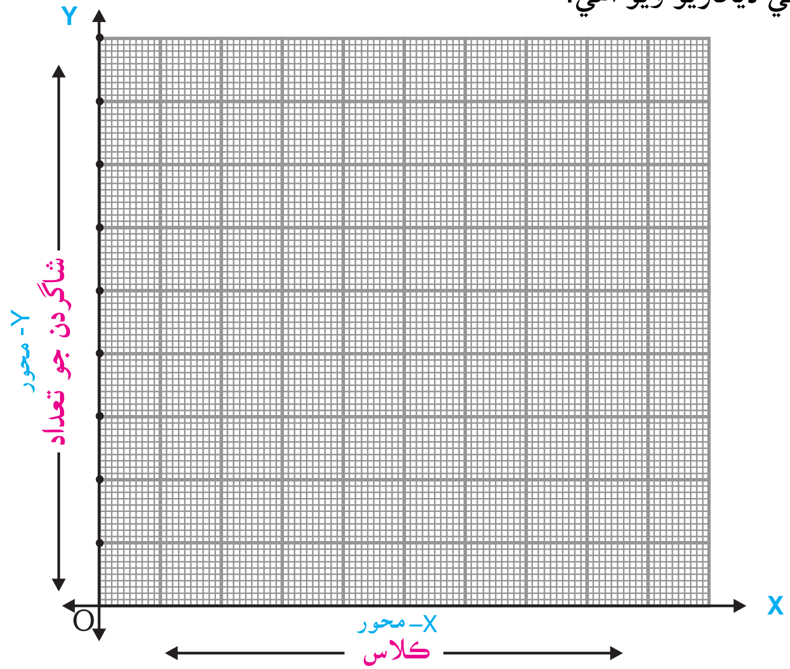
ڏاڪوII: هرهڪ محور لاءِ مناسب ايڪو سوچو.

ڏاڪوIII: هڪ جيتري ويڪر وارين پٽيون، هڪ جيتري مفاصلي تي مليل معلومات مطابق ٺاهيو.

مثال: عمودي بارگراف ٺاهي، هيٺين معلومات ظاهر ڪريو.

ڪلاس	I	II	III	IV	V
شاگردن جو تعداد	45	30	25	36	45

ڏاڪو: هتي هن گراف ۾ ”شاگردن جي تعداد ڪي“ Y– محور تي ۽ ڪلاسن ڪي X– محور تي ڏيکاريو ويو آهي.

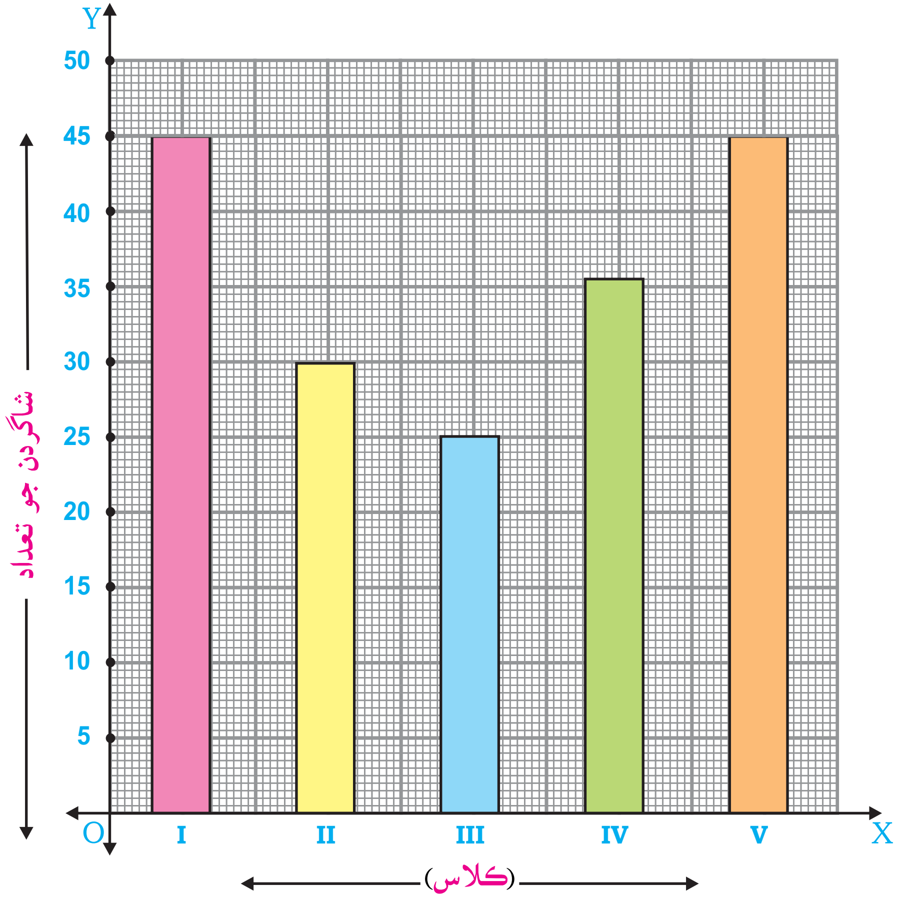


ڏاڪوII: Y- محور ذريعي ﮨ ننڍا چورس، هڪ شاگرد ڪي ڏيکارين ٿا.
هرهڪ مستطيل پٽيءَ جي ڊيگهه، شاگردن جي تعداد مطابق ٿيندي.
هرهڪ مستطيل پٽيءَ جي ويڪر 10 ننڍا چورس رکون ٿا. X– محور تي هرهڪ پٽي بي پٽي کان 10 ننڍن چورسن جي مفاصلي تي آهي.

ڏاڪوIII: ٻئي ڪلاس ۾ جيئن ﺗ 45 شاگرد آهن. Y- محور تي ﮨ ننڍا چورس هڪ شاگرد کي ظاهر ڪن ٿا. ان ڪري اسان 90 ننڍن چورسن تائين پٽي ڊگهي ٿاهينداسين، جنهن ۾ سڀ شاگرد ظاهر ڪري سگهبا.
ساڳي طرح ٻيون پٽيون پڻ، ٻين ڪلاسن لاءِ شاگردن جي تعداد مطابق ڊگهيون ٿهنديون.

استاد لاءِ هدايت: استاد کي گهرجي ته لاڳاپيل وڌيڪ ڪان وڌيڪ سوال، شاگردن لاءِ حل ڪرائين. هرهڪ مرحلي ۾ شاگردن جي ڀرپور رهنمائي ۽ مدد ڪن.

عمودي بارگراف جيڪو شاگردن جي تعداد کي ڪلاس I کان ڪلاس V تائين ظاهر ڪري ٿو.



بارگراف ناهڻ لاءِ ڏنل مواد ۽ معلومات تي غور هيٺين نقطن جي روشني ۾ ڪندا

1. مليل معلومات کي خبرداريءَ سان پڙهندا.
2. مليل معلومات کي ظاهر ڪرڻ لاءِ مناسب محور چونڊيندا.
3. مناسب اسڪيل وٺندا.
4. هرهڪ معلومات جي مستطيل پٽي ناهيو.
5. گراف تي نالا ۽ نشان ڏيو. آخر ۾ گراف جي مليل مواد مطابق عنوان چونڊي لکو.

هڪ اسڪول جي ڇهين ڪلاس جي شاگردن مختلف قسم جي راندين ڪيڏڻ ۾ هيٺين ريت حصو ورتو. انهيءَ معلومات کي اُفقي بارگراف ۾ ڏيکاريو.

راند	شاگردن جو تعداد
هاڪي	36
ڪرڪيٽ	43
بيڊمنٽن	16
فٽ بال	20
والي بال	8
بيسڪيٽ بال	12
باڪسنگ	1

1. چارٽ کي غور سان پڙهو. ڏسون ٿا ته شاگردن ستن قسمن جو رانديون ڪيڏيون آهن
2. اسين X– تي شاگردن جو تعداد لکون ٿا ۽ Y-محور تي ڪيڏيل رانديون.
3. شاگرن جي تعداد ۽ ڪيڏيل راندين لاءِ اسڪيل ونو.
2. ننڍيون چورس = 1 شاگرد (X- محور تي)
5 ننڍيون چورس = 1 راند (Y- محور تي)
يعني هرهڪ راند واري پٽيءَ جي ويڪر = 5 ننڍيون چورس
هر ٻن راندين وارين پٽين جي وچ ۾ وقفو يا وڇوٽي = 5 ننڍيون چورس
4. هرهڪ راند لاءِ اُفقي پٽي ٺاهيو.
5. ٻنهي محورن تي ڏنل نشانن تي نالا ۽ عدد لکو.
آخر ۾ گراف تي سوچي ڪري ڪو عنوان لکو.

عملي ڪم

پهريائين ڏنل راندين واري گراف تي غور ڪريو،
اُن گراف ۾ مليل معلومات تي ٽي جملا لکو:

(1) سيني راندين مان ڪرڪيٽ راند گهڻن شاگردن ڪيڏي آهي. ان ڪري ڪرڪيٽ راند جي پٽي سيني پٽين مان ڊگهي ۾ ڏکهي آهي. انهيءَ پٽيءَ جي ڊيگهه 86 نندييون چورسون آهي.

(2) ____________________

(3) ____________________

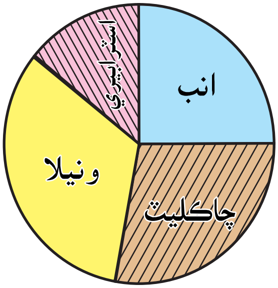
13.3 پاءِ گراف

پاءِ گراف گول شڪل جو ٿئي ٿو. جڏهن اسان ڪي مواد ۾ گهٽيون شيون موجود هونديون يعني معلومات ڪافي وڏي هوندي آهي، تڏهن اسان پاءِ گراف استعمال ڪريون ٿا. پاءِ گراف کي پاءِ چارٽ به چئون ٿا.

پاءِ گراف پڙهڻ

ان گراف ۾ مواد کي ظاهر ڪرڻ لاءِ، گول استعمال ڪريون ٿا.
مختلف شين يعني معلومات کي گول جي سيڪٽرن ۾ ظاهر ڪريون ٿا.
اسان کي ڄاڻ آهي ته گول ۾ 360° ٽين ٿيون. شين کي سيڪٽرن ذريعي ظاهر ڪريون ٿا.
هي گراف تمام گهڻو فائديمند آهي، ڇاڪاڻ ته مختلف شين جي ڀيٽ، آسانيءَ سان هڪ نظر ۾ ڏسڻ ۾ اچي ٿي.

مثال1: ڪون آئيس ڪريم جو مواد، جنهن ۾ مختلف ذائقن واري آئيس ڪريم، هڪ ڏينهن ۾ ٽيل وڪرو هيٺ ڏيکاريل آهي.



ظاهر ڪري ٿو انب جو ذائقو.
ظاهر ڪري ٿو چاڪليٽ جو ذائقو.
ظاهر ڪري ٿو ونيلا جو ذائقو.
ظاهر ڪري ٿو اسٽرابيري جو ذائقو.

متي ڏنل آئيس ڪريم ـ پاءِ گراف کي ڏسي: هيٺين سوالن جا جواب ڏيو:

(i) وڏ ۾ وڏ وڪرو ڪهڙي ذائقي واري آئيس ڪريم جو ٿيو؟ ونيلا

انهيءَ ڳالهه جي اوهان کي ڪيئن خبر پئي؟ چاڪاڻ ته ان آئيس ڪريم جو سيڪٽر سائيز ۾ وڏو آهي.

(ii) گهٽ ۾ گهٽ وڪرو ڪهڙي ذائقي واري آئيس ڪريم جو ٿيو؟ اسٽرابيري

انهيءَ ڳالهه جي اوهان کي ڪيئن خبر پئي؟ چاڪاڻ ته ان آئيس ڪريم جو سيڪٽر سائيز ۾ ننڍو آهي.

(iii) اُهو ذائقو ڪهڙو آهي، جيڪو انب واري ذائقي کان وڌيڪ وِنيلا واري ذائقي کان گهٽ وڪرو ٿيو آهي؟ چاڪليٽ

600 حاجين واري مسافر جهاز جو انگ اکر هيٺ پاءِ گراف ۾ ڏيکاريل آهي.

مردن کي ظاهر ڪري رهيو آهي.

عورتن کي ظاهر ڪري رهيو آهي.

ٻارڙن کي ظاهر ڪري رهيو آهي.

متي ڏيکاريل پاءِ گراف کي چڪاسيو ۽ هيٺين سوالن جا جواب ڏيو:

1. سڀ کان وڌيڪ تعداد ڪنهن جو آهي؟ مرد

2. گهٽ ۾ گهٽ تعداد ڪنهن جو آهي؟

3. ڇا ٻارڙا تعداد ۾ مسافر عورتن جيترا آهن؟

4. ڇا مرد مسافر وڌيڪ آهن عورتن مسافرن کان؟

مشق 13.2

(1) هيٺين معلومات جو عمودي بارگراف ناهيو.

هڪ دوڪاندار جو ماهوار اليڪٽرڪ پکن جو وڪرو

مهيني جو نالو	جنوري	فيبروري	مارچ	اپريل	مئي	جون
پکن جو تعداد	70	50	35	60	90	95

(2) هيٺ ڏنل معلومات جو عمودي بارگراف ناهيو.

اڪبر جو ماهوار گهرو خرچ

خرچ جو تفصيل	کاڌ خوراڪ	تعليم	مسواڙ	ٽيليفيون	بجلي	گئس
خرچ رپين ۾	6000	5000	4500	1500	2000	300

(3) هيٺ مليل معلومات جو اُفقي گراف ڪڍو.

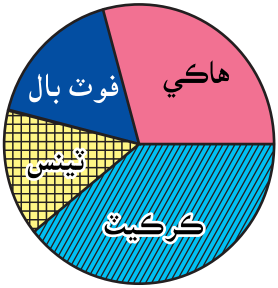
نمائش ۾ ويرائٽي شو پروگرام جي ٽڪيٽن جو وڪرو

شهر جو نالو	حيدرآباد	سکر	لاڙڪاڻو	دادو
وڪيل ٽڪيٽن جو تعداد	10,000	6,000	3,000	9,000

(4) امجد جي ساليانى امتحان جو نتيجو، هيٺ ڏيکاريل آهي. انهيءَ معلومات جو اُفقي بارگراف ناهيو.

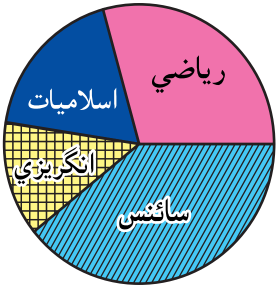
مضمون	اسلاميات	انگريزي	اردو	رياضي	سماجي اڀياس	سائنس	سنڌي
حاصل ڪيل مارڪون	70	60	65	90	45	55	80

(5) هيٺ ڏنل پاءِ گراف ظاهر ڪري ٿو ته:
ڇهين ڪلاس جي ڪجهه شاگردن پاڻ ۾ گڏجي مختلف قسم جون رانديون ڪيڏيون آهن.
سامهون ڏنل پاءِ گراف کي غور سان چڪاسيو ۽ هيٺين سوالن جا جواب ڏيو.



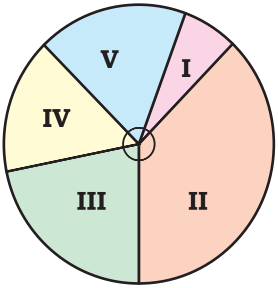
(i) ڪهڙي راند ۾، گهٽ ۾ گهٽ شاگردن حصو ورتو؟
(ii) ڪهڙي راند ۾ وڌ ۾ وڌ شاگردن حصو ورتو؟
(iii) ڪهڙين رانڊين ۾ هڪ جيترن شاگردن حصو ورتو؟

(6) هيٺ ڏنل پاءِ گراف ۾ آفتاب جون مختلف مضمونن ۾ حاصل ڪيل مارڪون ڏيکاريل آهن. انهيءَ پاءِ گراف کي غور سان چڪاسيو ۽ هيٺين سوالن جا جواب ڏيو.



(i) ڪهڙي مضمون ۾ آفتاب وڌ ۾ وڌ مارڪون حاصل ڪيون آهن؟
(ii) ڪهڙي مضمون ۾ آفتاب گهٽ ۾ گهٽ مارڪون حاصل ڪيون؟
(iii) ڪهڙي مضمون ۾ آفتاب وڌيڪ مارڪون حاصل ڪيون. سائنس ۾ يا رياضي ۾؟

(7) هيٺ ڏنل پاءِ گراف ۾ ڪنهن اسڪول جي مختلف ڪلاسن جي حاضري ڇنڇر واري ڏينهن جي ڏيکاريل آهي.

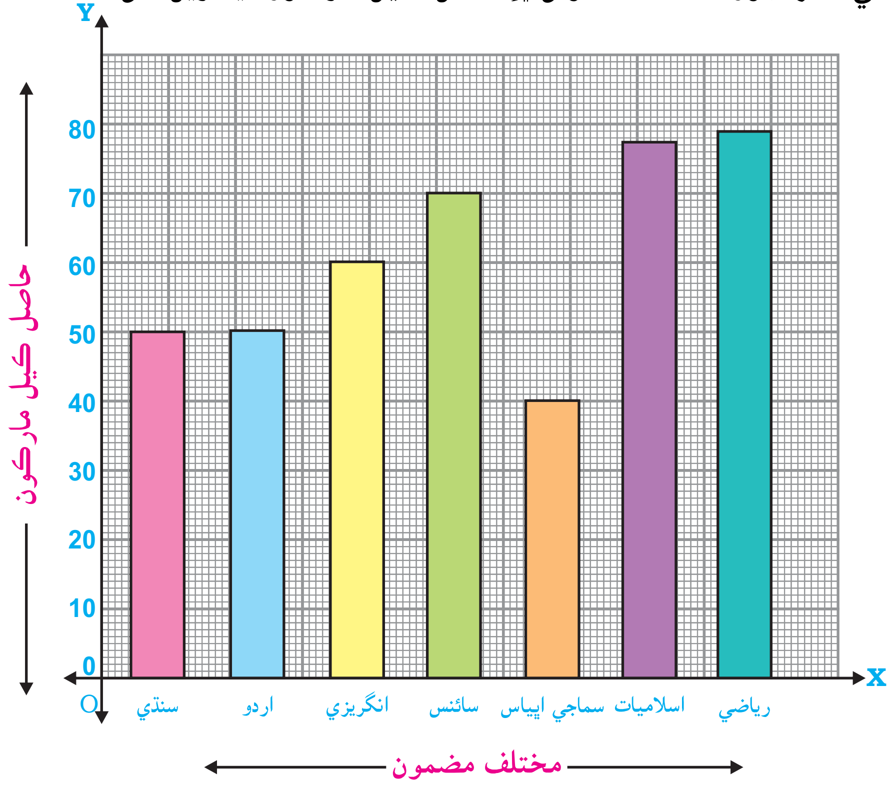


سامهون ڏيکاريل پاءِ گراف کي غور سان چڪاسيو ۽ هيٺين سوالن جا جواب ڏيو.
(i) ڪهڙي ڪلاس جي حاضري سڀ کان وڌ ۾ وڌ آهي؟
(ii) ڪهڙي ڪلاس جي حاضري گهٽ ۾ گهٽ آهي؟
(iii) ڪهڙي ڪلاس ۾ حاضري هڪ جيتري آهي؟

جائزي واري مشق 13

(1) هڪ امتحان ۾ سائره جون حاصل ڪيل مارڪون هيٺ عمودي بارگراف ۾ ڏيکاريل آهن. بارگراف کي غور سان چڪاسيو ۽ هينين سوالن جا جواب ڏيو.

گراف تي سائره جون مختلف مضمونن ۾ حاصل ڪيل مارڪون ڏيکاريل آهن.



(i) سائره ڪھڙي مضمون ۾، سڀ کان وڌيڪ مارڪون حاصل ڪيون آهن؟ ۽ ڪيتريون؟

(ii) سائره ڪھڙي مضمون ۾، گھٽ مارڪون حاصل ڪيون آهن؟ ۽ ڪيتريون؟

(iii) سائره ڪھڙن مضمونن ۾، هڪ جيتريون مارڪون حاصل ڪيون آهن؟ ۽ ڪيتريون؟

(iv) مختلف مضمونن ۾ سائره جون حاصل ڪيل مارڪون هڪ چارٽ ۾ لکو.

(2) چا هيٺيان بيان درست آهن يا غلط.

(i) تصويري گراف مان عددي مواد کي، سولائي سان حاصل ڪري سگھجي ٿو.

(ii) بار گراف ۾ عددي مواد کي ظاهر ڪيو ويجي ٿو، مستطيلي پٽين جي صورت ۾ جن جي ويڪر ساڳي ٿئي ٿي.

(iii) مواد کي ساڳي ترتيب ۾ آڻڻ کي، غير گروهي مواد چئجي ٿو.

(iv) مستطيلي شڪل کي، پاءِ گراف چيو ويجي ٿو.

(3) خال پريو.

(i) عددي مواد کي تصوير جي صورت ۾ ظاهر ڪرڻ کي، ــــــ گراف چئبو آهي.

(ii) مواد کي ــــــ گرافن سان ظاهر ڪرڻ، تصويري گراف جي ڀيٽ ۾ تمام سولو ۽ وڌيڪ فائديمند آهي.

(iii) بارگراف ۾ پٽيون اُفقي صورت يا ــــــ صورت ۾ ناهيون آهن.

(iv) ــــــ جي وصف آهي ته اهو معلومات ۽ حقيقتن جو هڪ سيٽ آهي.

(v) عددي حقيقتون جيڪي اسان کي روزاني عام زندگيءَ مان ملن، ان کي ــــــ چئجي ٿو.

خلاصو

- مواد جي وصف آهي ته اهو هڪ مشاهدن، ماپن ۽ حقيقتن جو هڪ سيٽ آهي.
- مواد کي گروهي مواد به چيو ويجي ٿو، جيڪڏهن اهو ڪن خاصيتن مطابق ترتيب ۾ ڏيکاريل آهي، نه ته پي صورت ۾ اهو غير گروهي مواد آهي.
- بارگراف ۾ مواد کي ساڳين ويڪر وارين، مستطيل پٽين جي شڪل ۾ ظاهر ڪبو آهي.
- بارگراف ۾ مستطيل پٽين کي عمودي يا اُفقي شڪل ۾ ظاهر ڪبو آهي.
- پاءِ گراف ۾ هڪ گول کي مختلف سيڪٽرن ۾ ورهايو ويجي ٿو. جنهن ۾ هڪ سيڪٽر هڪ معلومات يا مواد جي هڪ حصي کي ظاهر ڪري ٿو.

اصطلاح

اڪي عدد: اهو عدد جيڪو 2 سان پورو پورو نہ ونڊجي سگهجي.

اڪي انگ: اُهي عدد جنهن جي ايڪن وارو انگ 1، 3، 5، 7، 9 هجي.

ايڪو: ڪنهن مقدار کي ماپڻ جي معياري ماپ

اڏواڏ ڪرڻ: پورن بن حصن ۾ ورهائڻ

اڻپور پا سو ٽڪنڊو: اهو ٽڪنڊو جنهن جا ٽيئي پاسا مختلف ماپ جا هُجن.

ايراضي: ڪنهن بہ شڪل جي علائقي ۾ سمايل جاءِ کي ايراضي چئجي ٿو.

احاطو: ڪنهن بند شڪل جي چوڌاري پاسن جو گڏيل مفاصلو.

اُبتي ڪنڊ: اُها ڪنڊ جنهن جي ماپ 180° کان وڏي هجي.

اڪائي اڻپور: اهو اڻپور جنهن ۾ انس ۽ چيد ٻئي پاڻ ۾ برابر آهن.

بدلجندڙ: انگريزي الفابيٽ جو حرف جيڪو مليل عددن کي ظاهر ڪري.

ٻڌي عدد: اهي عدد جن جي ايڪن وارو انگ 0، 2، 4، 6، 8 هجي.

ٻر واريون ڪنڊون: اهڙيون بہ ڪنڊون جن ۾ هڪ چوٽي عام هجي ۽ هڪ پاسو بہ عام هجي. ان کي ٻر واريون ڪنڊون چئبو آهي.

تناسب: ٻن نسبتن جي برابري.

ٽپور پاسو ٽڪنڊو: اهڙو ٽڪنڊو جنهن جا ٽيئي پاسا ماپ ۾ برابر هجن.

ٽٻڪو: متاچري تي ڪنهن جاءِ جي بيهڪ ظاهر ڪندڙ نقطو

ٽريپيزم: اهو چوڪندو جنهن ۾ آمهون سامهون پاسن وارو هڪ جوڙو پورروچوٽ ٿئي ٿو.

پاءِ - گراف: گولائيءَ وارو گراف جنهن ۾ ڪيتروئي معلوماتي مواد ظاهر ڪري سگهجي.

پاسو يا ڪنارو: هڪ رُخي ليڪ ٽڪر جيڪو ٻن چوٽين کي پاڻ ۾ ملائي.

پورروچوٽ پاسو چوڪندو: اهو چوڪندو جنهن جا آمهون سامهون وارا پاسا پورروچوٽ هجن.

پورروچوٽ پاسي چوڪندي جي ايراضي: پايو x عمودي اوچائي = ايراضي

پورو عدد: اُهو سڄو عدد جيڪو واڌو، ڪاٽو يا ٻڙي هجي.

جوڙ جو عمل: ٻن عددن يا مقدارن جي جوڙ اُپت معلوم ڪرڻ جو عمل.

جزا: ڪنهن بہ عدد جا اُهي ونڊيندڙ جن سان پاچي ٻُڙي اچي.

جزن جو عمل: ڪنهن عدد جي جزن کي ضرب جي صورت ۾ ڏيکارڻ.

جملو: عددن، اکرن ۽ نشانين جو مجموعو جيڪو مڪمل مطلب ڏيکاري.
جملن جا ٽي قسم آهن.1. صحيح جملو 2. غلط جملو 3. ڪليل جملو.

اصطلاح

چوڪنڊو:	چئن پاسن واري بند شڪل
چورس:	اُهو چوڪنڊو جنهن جا چارئي پاسا برابر هجن ۽ ان ڪي چار گونيون ڪنڊون هجن.
چوٽي:	ڪنهن به شڪل جي ڪنڊ وارو ٽِڪو
ڇيد:	عام اٽيپور جو هيٺيون عدد.
ڏهائي اٽيپور:	هڪ سڄي عدد وارو پاسو ۽ ٻيو اٽيپور پاسو. ٻنهي پاسن جي وچ ۾ هڪ ٽڪي يعني ڏهائيءَ جو نشان ٿئي ٿو.
ڏهائي عددن ڪي مخصوص ڪرڻ:	مليل ڏهائي عدد ۾ ڏهائيءَ جي جاين ڪي سڄن عددن تائين مخصوص ڪرڻ لاءِ مليل ڏهائي عدد جي ڏهائيءَ ڪان پوءِ پهرين جاءِ ڪي چڪاسيو ۽ ان موجب مخصوص ڪريو.
ڏنگيون:	نشانيون آهن: ——، ( )، { } ۽ [ ]
زهه:	هڪ ليڪ ٽڪر جيڪو گول جي ڪن به ٻن ٽپڪن ڪي پاڻ ۾ ملائي.
سنگت واري خاصيت جوڙ جي لحاظ ڪان:	هن خاصيت مطابق جڏهن ڪن به ٽن عددن (اٽپورن) ڪي ڪنهن به ترتيب ۾ جوڙ ڪيو وڃي ته جوڙ اُپت هميشه ساڳي رهي ٿي.
سنگت واري خاصيت ضرب جي لحاظ ڪان:	هن خاصيت مطابق جڏهن ڪن به ٽن عددن (اٽپورن) ڪي ڪنهن به ترتيب ۾ ضرب ڪيو وڃي ته ضرب اُپت هميشه ساڳي رهي ٿي.
سوڙهي ڪنڊ:	اها ڪنڊ جنهن جي ماپ 0° ڪان وڌي ۽ 90° ڪان گهٽ هجي.
سوڙهي ڪنڊ ٽڪنڊو:	اهو ٽڪنڊو جنهن جون ٽيئي ڪنڊون سوڙهيون ڪنڊون هجن.
سراسري:	اُهو تعداد، جيڪو مليل گهٽين رقمن جي تعداد جي نمائندگي ڪري.
سبتو تناسب:	ٻن نسبتن جو اهڙو لاڳاپو، جنهن ۾ هڪ رقم ۾ واڌ اچي ته ساڳي نسبت سان ٻي رقم ۾ به واڌ اچي. جيڪڏهن هڪ رقم ۾ ڪمي اچي، ته ساڳي نسبت سان ٻي رقم ۾ به ڪمي اچي.
سڌي ڪنڊ:	اُها ڪنڊ جنهن جي ماپ 180° آهي.
سپليمينٽري ڪنڊون:	به ڪنڊون جن جي ماپن جو جوڙ 180° آهي.
سگهه نشان:	هڪ عدد جيڪو پنهنجو پاڻ سان ڪيترائي ڀيرا ضربيل آهي ان ڪي لکڻ جو ننڍو طريقو.
سادي صورت:	اهو طريقيڪار جنهن ۾ عدد ڪي سادي صورت ۾ آڻجي.
سڄو عدد:	اهو عدد جنهن ڪي نه اٽپور حصو، نه ڏهائي حصو ۽ نه وري نفي نشان ٿئي ٿو.
ضرب جو عمل:	ساڳئي عدد ڪي وري وري جوڙ ڪرڻ جو عمل
ضرب جي مٽا سٽا واري خاصيت:	ضرب جي اُها خاصيت جنهن مطابق ڪي به ٻه عدد ڪهڙي به ترتيب ۾ ضرب ڪيا وڃن ته انهن جي ضرب اُپت هميشه ساڳي ٿئي ٿي.

اصطلاح

علامت: هڪ نشاني جيڪا ڪنهن عمل، جزو يا لاڳاپي لاءِ استعمال ٿي.

عام ضربيندڙ: اُهي عام عدد جيڪي ٻن يا ٻن کان ضربيندڙ ۾ هُجن.

عمودي فاصلو: ڪنهن بہ جاميٽريءَ جي شڪل ۾، چوٽي کان پايي تائين گهٽ ۾ گهٽ مفاصلو ڏيکاريندڙ ليڪ ٽڪر.

عمودي اڌ ڪندڙ: اهو اڌواڌ ڪندڙ جيڪو هڪ ليڪ ٽڪر تي گوني ڪند ناهي.

غير هم چيد اٽپور: اُهي اٽپور جنهن جا چيد ساڳيا نہ هجن.

غير واجب اٽپور: اهڙو اٽپور جنهن جو انس، چيد کان وڏو هجي.

غير هڪ جهڙا ڏهائي عدد: اُهي ڏهائي عدد جن ۾ ڏهائيءَ جو نشان، ساڄي تعداد جيترين جاين تي نہ هجي.

طرفي عدد (پورا عدد): ٻڙي، واڌو عددن ۽ ڪاٽو عددن کي گڏڻ سان طرفي عدد يا پورا عدد سڏجن ٿا.

فٽ پٽي: فاصلو معلوم ڪرڻ لاءِ هڪ سڌي پٽي

ڪٽ جو عمل: علامت "–" ٻن عددن يا مقدارن جي وچ ۾ فرق معلوم ڪرڻ جو عمل.

ڪعب: ٽن پاسن واري نهري شيءِ، جنهن ۾ ديگهہ، ويڪر ۽ اوچائي ٽيئي پاسا پاڻ ۾ برابر هجن.

ڪعب نما: ٽن پاسن واري نهري شيءِ جنهن ۾ ديگهہ، ويڪر ۽ اوچائي ٽيئي پاسا پاڻ ۾ برابر نہ هجن.

ڪعب جو مقدار: پاسو x پاسو x پاسو = ڪعب جو مقدار

ڪعب نما جو مقدار: ديگهہ x ويڪر x اوچائي = ڪعب نما جو مقدار

ڪند ماپ: جاميٽري باڪس جو اُهو اوزار جنهن سان ڪند 0° کان 180° تائين ماپي سگهجي ٿي.

گنجائش: پاڻياٺ جي اُها مقدار جيڪا ڪنهن ٿانءَ ۾ اچي سگهي.

گراف: اها شڪل يا تصوير جيڪا گڏ ڪيل مواد ڏيکاري.

گڏيل اٽپور: اُهو اٽپور جنهن ۾ سچو عدد ۽ واجب اٽپور ٻئي هجن.

گوني ڪند: اُها ڪند جنهنجي ماپ 90° آهي

گوني ڪند ٽڪنڊو: اهو ٽڪنڊو جنهنجي هڪ گوني ڪند هجي يعني 90° جي ماپ جي هجي.

مواد: عددن جي صورت ۾ حاضر معلومات.

مايو: ڪنهن بہ شيءِ ۾ سمايل مادي جو مقدار

اصطلاح

مٽا سٽا واري خاصيت أها خاصيت جنهن ۾ ڪن ٻه ٻن عددن (اٽيپورن) کي ڪنهن به

جوڙ جي لحاظ کان: ترتيب ۾ جوڙ ڪيو وڃي ته جوڙ اُپت هميشه ساڳي رهي.

مرڪب عدد: اهي عدد جن جا جزا ٻه يا ٻن کان وڌيڪ ٿي سگهن.

مفرد جزن جو عمل: اهو جزن جو عمل جنهن ۾ هر هڪ جزو مفرد عدد هجي.

مستطيل: هڪ چوڪندو جنهن جا آمهون سامهون وارا پاسا برابر هجن ۽ ان کي چار گونيون ڪندون هجن.

مرڪب عدد: قدرتي عدد جنهن جا ٻن کان وڌيڪ جزا هجن

مفرد عدد: اهو قدرتي عدد، جنهن جا فقط ٻه مختلف جزا هجن.

مقدار: ٽن پاسن واري نهري شيءِ سان والاريل جڳهه جي ماپ

مساوات: اهو جملو جيڪو ٻن اظهارن جي وچ ۾ برابري ڏيکاري.

نسبت: ساڳي قسم جي ٻن شين جي پاڻ ۾ ڀيٽ.

ننڍي عام يج اُپت: مليل عددن جو ننڍي ۾ ننڍو عام ضربيندڙ.

نسبت جو اڳيون: نسبت جو پهريون رُڪن

نسبت جو پويون: نسبت جو ٻيو رُڪن

في سيڪڙو: في سيڪڙي (Percent) جو لفظ يوناني ٻوليءَ جي لفظ Percentum مان نڪتل آهي، جنهن جو مطلب آهي هڪ سوَ مان يا هڪ سوَ تي.

قدرتي عدد: اهو عدد جيڪو عام طرح قدرت ۾ ظاهر ظهور هجي.

قوس: گول جو ٽورو حصو.

ونڊ اُپت: ٻن مقدارن يا عددن مان ونڊ اُپت معلوم ڪرڻ جو عمل يا ڪنهن عدد مان ساڳي ئي عدد کي وري وري ڪٽ ڪرڻ.

ونڊجڻ: أها ونڊ جنهن ۾ هڪ عدد، ٻئي کي ونڊ ڪري ته پاڇي ٻڙي اچي.

ويڪري ڪنڊ: أها ڪنڊ جنهنجي ماپ 90° کان وڌيڪ 180° کان ننڍي هجي.

ويڪري ڪنڊ ٽڪنڊو: اهو ٽڪنڊو جنهن ۾ هڪ ڪنڊ ويڪري ڪنڊ هجي.

هڪ جيترو اٽيپور: أهي اٽيپور جنهن جا مُلهه ساڳيا هجن.

هم جيد اٽيپور: أهي ٻه يا ٻن کان وڌيڪ اٽيپور جن جو جيد ساڳيو هجي.

هيپاٽينيوز: گوني ڪنڊ ٽڪنڊي ۾، گوني ڪنڊ جو سامهون وارو پاسو.

جواب

مشق 1.1

(1) (i)، (ii) ۽ (vi) سيٽ آهن. (2) (i) $\in$ (ii) $\notin$ (iii) $\notin$ (iv) $\in$ (v) $\in$ (vi) $\notin$

(3) (i) {ڪراچي لاهور، ڪوئيٽا، پشاور، گلگت}

(ii) {50, 51, 52, ..., 69, 70} (iii) {2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20}

(iv) {p, a, k, i, s, t, n} (vi) { سائو، اڇو}

(4) (i) صحيح (ii) صحيح (iii) غلط (iv) غلط

(v) غلط (vi) صحيح (vii) غلط (viii) صحيح

مشق 1.2

(1) (i) ٻڙي "0" وري وري اچي ٿي. (ii) اسٽار "★" وري وري اچي ٿو.

(iii) "a" وري وري اچي ٿي. (iv) "2"، "3" ۽ "4" وري وري اچن ٿا.

(2) (i) محدود (ii) لامحدود (iii) لامحدود (iv) محدود (v) محدود

(vi) لامحدود (vii) لامحدود (viii) محدود (ix) محدود (x) لامحدود

(3) (i)، (ii)، (iv)۽ (v) خالي سيٽ آهن. (4) (i) ۽ (ii) برابر سيٽ آهن. (5) (i)، (ii) ۽ (iii) هڪ جيترا سيٽ آهن.

(6) (i) صحيح (ii) غلط (iii) صحيح (iv) غلط (v) صحيح

7. (i) $\subset$ (ii) $=$ (iii) $\supset$ (iv) $\supset$ (v) $=$ (vi) $\subset$ (vii) $\sim$ (viii) $\subset$

جائزي واري مشق 1

(1) (i) رُڪن (ii) خالي سيٽ (iii) سڀ ساڳيا

2. (i) d (ii) d (iii) d (iv) c

4. (i) A = {4, 6, 8} (ii) B = {1, 3, 5, ..., 15, 17}

(iii) C = {2, 4, 6, ..., 26, 28} (iv) D= {جنوري، جون، جولاءِ}

(5) (i) A هڪ محدود سيٽ آهي. (ii) B غير محدود سيٽ آهي.

(iii) C هڪ محدود سيٽ آهي. (iv) D هڪ غير محدود سيٽ آهي. (v) E هڪ محدود سيٽ آهي.

(6) F ۽ M خالي سيٽ آهن. (7) (i) صحيح (ii) صحيح (iii) غلط (iv) صحيح

(8) (i) صحيح (ii) صحيح (iii) غلط (iv) غلط (v) صحيح

(vi) صحيح (vii) غلط (viii) غلط (ix) غلط

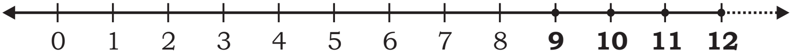
جواب

مشق 2.1

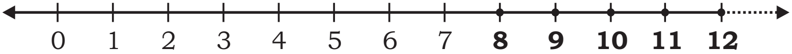
1. (i) 1 (ii) 0 (iii) ممڪن نہ آهي (vi) ممڪن نہ آهي

2. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10

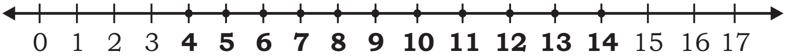
3. 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

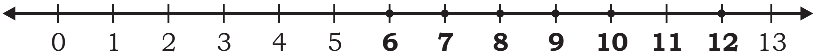
4. (i)


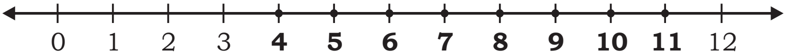
(ii)


(iii)


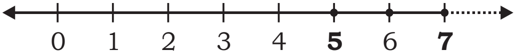
(iv)

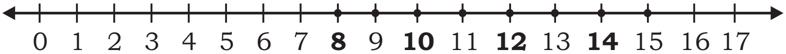

(v)


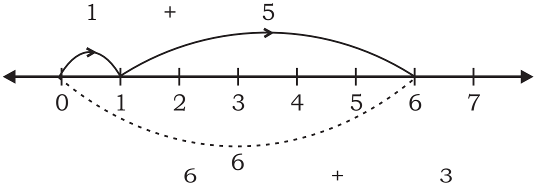
(vi)


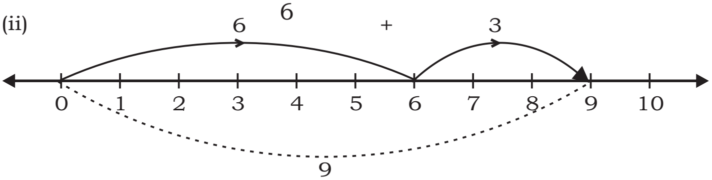
(vii)


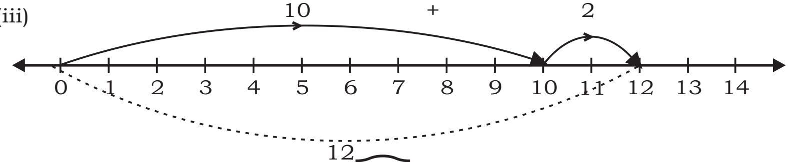
(viii)


(ix)


(x)


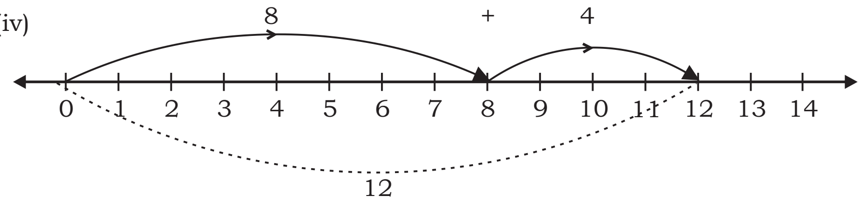
5. (i)


(ii)


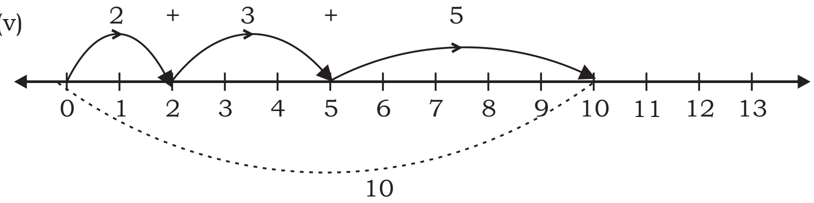
(iii)


جواب

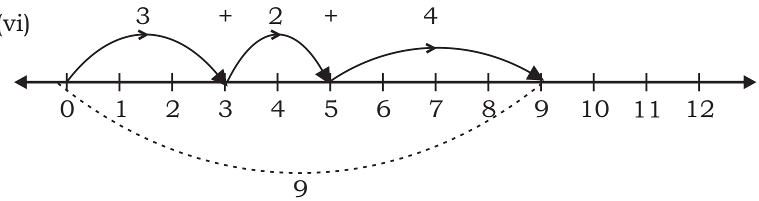
(iv)



(v)



(vi)



مشق 2.2

(1) گهربل جوڙ 1,999,999 آهي. (2) پارن جو تعداد 715 آهي.

(3) 42,300رپيا اڪائونٽ ۾ بچيا. (4) هن وٽ 49,615رپيا بچيا.

(7) (i) 849 (ii) 97,864 (iii) 749,749 (iv) 430 (v) 4,946 (8) شروعاتي عدد

مشق 2.3

(1) (i) 81,984 (ii) 75,808 (iii) 258,048 (iv) 157,210

(2) (i) ونڊ اُپٽ = 134، پاچي = 0 (ii) ونڊ اُپٽ = 393، پاچي = 39

(iii) ونڊ اُپٽ = 16، پاچي = 25 (iv) ونڊ اُپٽ = 309، پاچي = 145

(3) هرهڪ قطار ۾ 30 وڻ آهن. (4) 1,227,500رپيا

(5) گهربل عدد = 99,975 (6) 999,900

مشق 2.4

(1) (i) 0 (ii) 6 (iii) 2 (iv) 4 (v) 7, 5 (vi) 964 (vii) –, 125

(2) (i) غلط (ii) غلط (iii) صحيح (iv) غلط

(3) (i) ضرب جي لحاظ کان مٽا سٽا وارو اصول (ii) ضرب جي لحاظ کان سنگت وارو اصول

(iii) ضرب جي ڪٽ جي لحاظ کان ورهاست وارو اصول (iv) ضرب جي جوڙ جي لحاظ کان ورهاست وارو اصول

جواب

جائزي واري مشق 2

1. (i) 3, 2 (ii) 528, 112 (iii) 8 (iv) 1, 1

(v) 9, 9 (vi) 20, 1 (vii) 8, 17 (viii) 32, 32

(2) (i) 4 (ii) 15 (iii) 10 (iv) 10,60

(3) (i) غلط (ii) غلط (iii) صحيح (iv) صحيح (v) صحيح

(vi) غلط (vii) غلط (viii) صحيح (ix) غلط (x) صحيح

(4) (i) مليل عدد کان پهرين ايندڙ عدد = 670، مليل عدد کان پوءِ ايندڙ عدد = 672

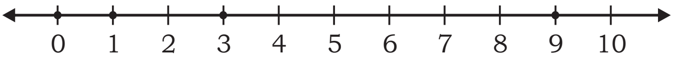
(ii) مليل عدد کان پهرين ايندڙ عدد = 244، مليل عدد کان پوءِ ايندڙ عدد = 246

(iii) مليل عدد کان پهرين ايندڙ عدد = 98، مليل عدد کان پوءِ ايندڙ عدد = 100

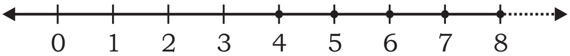
(iv) مليل عدد کان پهرين ايندڙ عدد = 998، مليل عدد کان پوءِ ايندڙ عدد = 1000

5. (i) ب (ii) الف (iii) د (iv) ب (v) ب

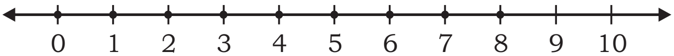
6. (i)



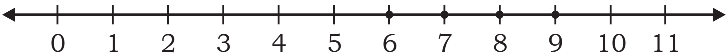
(ii)



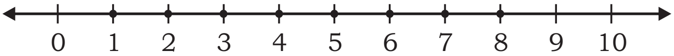
(iii)



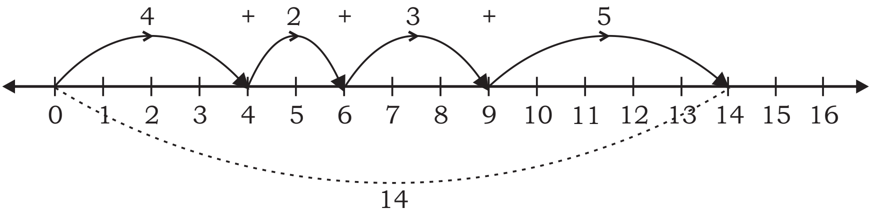
(iv)



(v)



7.



(11) 960 رپيا (12) گهربل عدد = 9,988

مشق 3.1

1. الف؛ ج

2. (الف) 1, 3, 5, 15 (ب) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30 (ج) 1, 2, 5, 10, 25, 50

(د) 1, 5, 25, 125 (ح) 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 25, 30, 50, 75, 150

3. ب؛ ج

جواب

4. (الف) 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28 — (ب) 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49
(ج) 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84 — (د) 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105

(5) (الف) 7، 11 ۽ 13 — (ب) 23، 29، 31 ۽ 37
(ج) 61، 67، 71، 73، 79، 83 ۽ 89 — (د) 20,40,60,80,140,160

(6) 2 واحد هڪ ٻڌي مفرد عدد آهي. — (ح) 20, 40, 60, 80, 100, 120, 140

(7) (الف) ٻڌي عدد (ب) اڪي عدد (ج) اڪي عدد (د) اڪي عدد (ح) ٻڌي عدد (خ) اڪي عدد

8. 22, 24, 26, 28, 30, 32, 34, ..., 48, 50
9. 11, 13, 15, 17, 19, ..., 37, 39
10. 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39.
11. 72, 74, 75, 76, 77, 78, 80, 81, 82, 84, 85, 86, 87, 88, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100.
12. 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 51, 53, 59.

(13) چاڪاڻ ته 1 کي فقط هڪ جزو آهي.

مشق 3.2

(1) (i) هائو (ii) هائو (iii) هائو (iv) نہ (v) نہ (vi) هائو
(vii) هائو (viii) نہ (ix) هائو (x) هائو (ix) هائو (xii) نہ

(2) (ii) ۽ (iii) (3) (ii) ۽ (iii) (4) (i) ۽ (ii)

(5) (ii) ۽ (iii) (6) (ii) (7) (i) ۽ (iii) (8) (i) ۽ (iii) (9) (i) ۽ (iii) (10) (i) ۽ (iii) (11) (i) ۽ (iii)

مشق 3.3

1. (I) $2^3 \times 3^2 \times 5^1$ (ii) $3^1 \times 5^3 \times 7^2$ (iii) $2^1 \times 3^4 \times 7^2$

2. (I) $2^3 \times 3^1$ (ii) $2^4 \times 3^1$ (iii) $2^3 \times 3^3$ (iv) $2^1 \times 5^3$
(v) $2^2 \times 3^2 \times 13^1$ (vi) $2^2 \times 3^3 \times 5^1$ (vii) 2^{10} (vii) $2^3 \times 5^4$

3. نہ

مشق 3.4

1. (i) 25 (ii) 98 (iii) 18 (iv) 12 (v) 53 (vi) 12 (vii) 10
2. (i) 4 (ii) 9 (iii) 55 (iv) 36 (v) 747 (vi) 30

مشق 3.5

1. (i) 600 (ii) 441 (iii) 5,760 (iv) 1,620 (v) 6,825 (vi) 144
2. (i) 495 (ii) 210 (iii) 120 (iv) 1,080

3. ن.ع.ي.أ = 60

جواب

مشق 3.6

(1) وڏي ۾ وڏي ڊيگهه = 180 س.م　　(2) وڏي ۾ وڏو عدد = 75

(3) وڏي ۾ وڏو عدد = 16　　(4) وڌ ۾ وڌ مقدار = 30 لٽر

(5) ڊگهي ۾ ڊگهي ٽيپ پٽي = 2 ميٽر　　(6) گهربل وقت = صبح جا 8:30

(7) 189　　(8) گهٽ ۾ گهٽ مقدار = 48 لٽر　　(9) گهربل وقت = 7 منٽ: 12 سيڪنڊ

جائزي واري مشق 3

1. (i) 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60, (ii) 1, 2, 5, 10, 25, 50, 125, 250

2. (i) 13, 26, 39, 52, 65　　(ii) 20, 40, 60, 80, 100

3. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47

4. 32, 33, 34, 35, 36, 38, 39, 40, 42, 44, 45, 46, 48, 49, 50, 52, 54, 55,56, 57, 58.

(5) (ii)، (iii) ۽ (iv)　　(6) (i)، (iii) ۽ (iv)　　(7) (ii) ۽ (iv)　　(8) (i) ۽ (ii)　　(9) (ii) ۽ (iii)

10. (i) $2^1 \times 3^2 \times 5^2$　　(ii) $2^4 \times 3^2 \times 5^1$

11. (i) و.ع.پ.و = 6, ن.ع.پ.اُ = 72　　(ii) و.ع.پ.و = 1, ن.ع.پ.اُ = 120

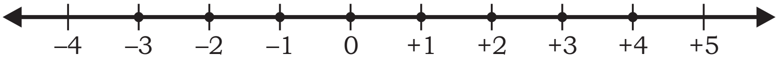
12. (i) و.ع.پ.و = 5, ن.ع.پ.اُ = 1040　　(ii) و.ع.پ.و = 13, ن.ع.پ.اُ = 1690

13. وڏي ۾ وڏو عدد = 10　　**14.** 186

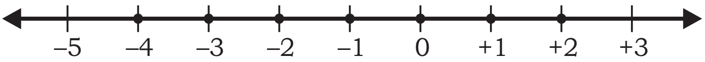
مشق 4.1

1. (i)

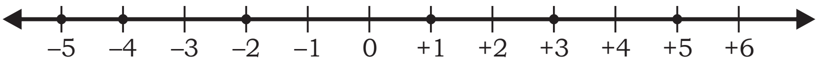
(ii)



(iii)



(iv)



2. (i) $+15 > -6$　(ii) $-8 < 0$　(iii) $+16 > 0$　(iv) $-2 > -8$　(v) $+7 < +9$　(vi) $-4 < -1$

(3) (i) ڪاٻو پاسو　(ii) ساڄو پاسو　(iii) ساڄو پاسو　(iv) ڪاٻو پاسو

4. (i) $>$　(ii) $<$　(iii) $>$　(iv) $<$　(v) $<$　(vi) $>$

جواب

(5) (i) ننڍ وڏائي ترتيب : −7, −3, −1, 0, +1, +5
وڏ ننڍائي ترتيب : +5, +1, 0, −1, −3, −7

(ii) ننڍ وڏائي ترتيب : −3, −1, 0, +2, +4, +5
وڏ ننڍائي ترتيب : +5, +4, +2, 0, −1, −3

(iii) ننڍ وڏائي ترتيب: −5, −4, 0, +4, +5
وڏ ننڍائي ترتيب: +5, +4, 0, −4, −5

(iv) ننڍ وڏائي ترتيب : −8, −7, −4, −2, −1
وڏ ننڍائي ترتيب : −1, −2, −4, −7, −8

6. (i) 5 (ii) 20 (iii) 0 (iv) 18 (v) 50

(7) (i) ننڍ وڏائي ترتيب : 0, 1, 3, 4, 5, 6
وڏ ننڍائي ترتيب : 6, 5, 4, 3, 1, 0

(ii) ننڍ وڏائي ترتيب : 0, 10, 17, 25, 30, 60
وڏ ننڍائي ترتيب : 60, 30, 25, 17, 10, 0

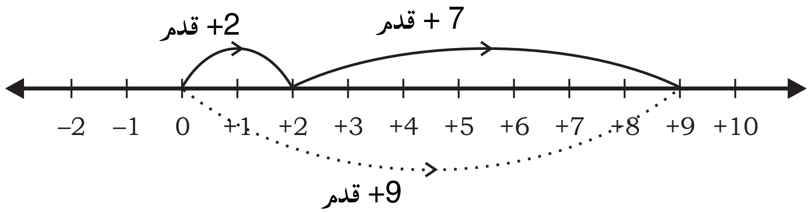
(iii) ننڍ وڏائي ترتيب : 0, 4, 7, 10, 11, 20
وڏ ننڍائي ترتيب : 20, 11, 10, 7, 4, 0

(iv) ننڍ وڏائي ترتيب : 3, 5, 8, 9, 12, 13
وڏ ننڍائي ترتيب : 13, 12, 9, 8, 5, 3

(8) (i) صحيح (ii) غلط (iii) صحيح (iv) غلط
(v) غلط (vi) صحيح (vii) صحيح

مشق 4.2

1. (i)



باقي عمل شاگرد پاڻ پنهنجي ڪاپيءَ ۾ عددي ليڪ ٺائين ۽ ان عددي ليڪ تي ڏسيل عمل ڪري، هيٺ ڏنل جوابن جي تصديق ڪن .

(ii) 11 ــ قدم (iii) +3 قدم (iv) −6 قدم (v) −3 قدم (vi) 0 قدم

(2) (i) +10 قدم (ii) −12 قدم (iii) +10 قدم (iv) −13 قدم

3. (i) +30 (ii) − 40 (iii) −27 (iv) − 9
(v) − 6 (vi) 0

مشق 4.3

(1) (i) +2 قدم (ii) −5 قدم (iii) −6 قدم (iv) −14 قدم
(v) +11 قدم (vi) −11 قدم

جواب

2. (i) −16 (ii) −10 (iii) +1 (iv) +5 (v) +20 (vi) +3

3. (i) +40 (ii) −5 (iii) −16 (iv) +10 (v) +2 (vi) +35
(vii) −46 (viii) −50 (ix) −10

مشق 4.4

1. (i) −60 (ii) +340 (iii) +400 (iv) −432 (v) −490 (vi) +688

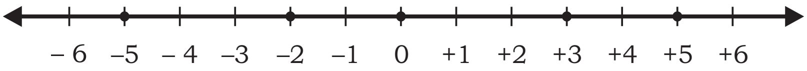
2. (i) −5 (ii) +5 (iii) +25 (iv) −63 (v) −78 (vi) +21

(3) (i) غلط (ii) صحيح (iii) غلط (iv) صحيح (v) غلط
(vi) صحيح (vii) غلط (viii) صحيح.

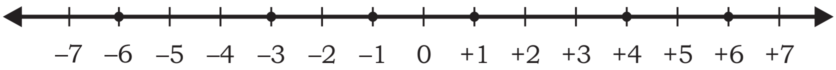
جائزي واري مشق 4

1. − 4, −3, −2, −1, 0, +1, +2, +3, +4

2. (i)



(ii)



3. (i) 3, 4, 4, 6, 0 (ii) 2, 7, 1, 0, 4, 2

(4) (i) −3 قدم (ii) −15 قدم (iii) +11 قدم (iv) 0 قدم

(5) (i) +2 قدم (ii) −5 قدم (iii) +7 قدم

6. (i) − 4 (ii) −14 (iii) −3 (iv) +30 (v) −5 (vi) +15

7. (i) −50 (ii) +54 (iii) +120 (iv) − 45 (v) 0 (vi) +80

8. (i) −5 (ii) +5 (iii) − 6 (iv) +4

مشق 5.1

1. $\frac{7}{20}$ **2.** $1\frac{43}{60}$ **3.** $2\frac{33}{56}$ **4.** $\frac{7}{8}$ **5.** $\frac{1}{68}$ **6.** $1\frac{7}{12}$ **7.** $\frac{1}{4}$

8. $3\frac{15}{22}$ **9.** $12\frac{1}{4}$ **10.** $14\frac{1}{6}$ **11.** $10\frac{7}{12}$ **12.** $1\frac{1}{30}$ **13.** $1\frac{6}{49}$ **14.** 28.944

15. 24.373 **16.** 53.01 **17.** 0.88 **18.** 2.408 **19.** 86.965 **20.** 8.207

21. 0.95 **22.** 4.04 **23.** 3.8

مشق 5.2

(1) 48 شاگرد (2) 70 نارنگيون بچيون (3) $\frac{19}{56}$ پيادل

(4) 19,500 رپيا بچيا (5) $\frac{16}{17}$ گهربل اٽپور (6) $\frac{16}{35}$ گهربل اٽپور

جواب

(7) $\frac{92}{265}$ گهربل اٽپور (8) ڪل رقم 3,023.50رپيا (9) $\frac{19}{100}$ گهربل اٽپور

(10) گهربل رقم 4,926.55 رپيا

جائزي واري مشق 5

1. (i) $\frac{21}{29}$ (ii) $\frac{9}{20}$ (iii) 23.951 (iv) 5.0315

(2) (i) $9\frac{1}{7}$ ڪلو گرام بچيا (ii) $\frac{3}{5}$ حل ٿيل سوال ۽ $\frac{2}{5}$ غير حل ٿيل سوال

(3) ٻئي ڏينهن تي $\frac{3}{5}$ حصو: يعني پهرين ڏينهن تي 60 صفحا ۽ ٻئي ڏينهن تي 90 صفحا.

(4) گهربل رقم: 135,523.03رپيا. (5) (i) صحيح (ii) غلط (iii) صحيح

(6) (i) ضرب جو عمل (ii) وچيون ڏنگيون (iii) ننڍيون ڏنگيون، وچيون ڏنگيون ۽ وڏيون ڏنگيون

مشق 6.1

1. (i) 2 : 25 (ii) 1 : 90 (iii) 5 : 7 (iv) 3 : 28 (v) 25 : 9 (vi) 2 : 15
(vii) 5 : 8 (viii) 6 : 3 : 2 (ix) 15 : 50 : 58 (x) 34 : 6 : 35 (xi) 6 : 3 : 2 (xii) 6 : 3 : 21
2. (i) 5 : 6 (ii) 5 : 2 (iii) 7 : 20 (iv) 6 : 7 (v) 20 : 1 (vi) 1 : 4
3. (i) 2 : 9 (ii) 5 : 6 (iii) 1 : 75 (iv) 3 : 1 (v) $p : q$
4. (i) $\frac{1}{5}$ (ii) $\frac{2}{19}$ (iii) 8 (iv) $\frac{75}{76}$ (v) $\frac{x}{y}$
5. 5 : 9 6. 4 : 3 7. 2 : 5 8. 10 : 9 9. 1 : 2 : 3

مشق 6.2

(1) (i) وچيان: 5 ۽ 8 ، پُڇڙيون: 2 ۽ 20 (ii) وچيان: 4 ۽ 6 ، پُڇڙيون: 3 ۽ 8
(iii) وچيان: b ۽ c ، پُڇڙيون: a ۽ d

(2) (i)، (iii) ۽ (vi) تناسب ۾ آهن. (3) $x = 4\frac{2}{3}$

4. (i) 9 (ii) $\frac{7}{11}$ (iii) 6 (iv) 21 (v) 5 (vi) 18
5. (i) 30 (ii) 24 (iii) 42 (iv) 18 (v) 60 (vi) 66

مشق 6.3

(1) 45 مارڪون (2) 18 ڪلوگرام (3) 240 ڪلوميٽر (4) 160 رپيا.

(5) 11 : 210 , 199 : 210 (6) 1460 منٽ (7) 39 ليڪون. (8) 48 ڏينهن.

جائزي واري مشق 6

2. (i) 4 : 6 (ii) 5 : 4 (iii) 2 : 8 (iv) 3 : 5 (v) 1 : 7 (vi) 3 : 10
3. (i) 4 (ii) 7 (iii) 2 (iv) 9 (v) 144 (vi) 54

جواب

(4) (ii) ۽ (iii) ۾ اُبتو تناسب آهي

5. (i) 35 : 67 (ii) 32 : 67 (iii) 32 : 35 (iv) 35 : 32

(6) 25 منٽ (7) 1350 رپيا. (8) 12 مزدور (9) 400 ماڻهو

مشق 7.1

1. (i) 20% (ii) 22% (iii) 75%

2. (i) $\frac{1}{4}$, 0.25 (ii) $\frac{1}{100}$, 0.01 (iii) $\frac{31}{100}$, 0.31 (iv) $\frac{3}{20}$, 0.15 (v) $\frac{17}{200}$, 0.085

(vi) $\frac{41}{200}$, 0.205 (vii) $\frac{7}{4}$, 1.75 (viii) $\frac{23}{20}$, 1.15 (ix) $\frac{9}{4}$, 2.25 (x) $\frac{1}{40}$, 0.025

3. (i) 25% (ii) 35% (iii) 32% (iv) 125%

4. (i) 0.25 (ii) 0.31 (iii) 0.01 (iv) 0.025 (v) 0.025 (vi) 0.065

5. (i) 2.5% (ii) 40% (iii) 85% (iv) 10.5% (v) 1250% (vi) 12550%

6. (i) 70% (ii) 50% (iii) 75% (iv) 125% (v) 100% **7.** $\frac{3}{10}$ **8.** 64%

9. (i) 5 (ii) 21 (iii) $\frac{125}{2}$ (iv) 25 (v) $\frac{1125}{2}$ (vi) 62.5س. م

(vii) 180لٽر (viii) 2.65رپيا (ix) 4.84 ڪلاڪ

(x) 43منٽ (xi) $\frac{63}{2}$ (xii) $\frac{3033}{4}$ (xiii) $\frac{2107}{20}$ (xiv) $\frac{1183}{2}$

10. وڏ نندائي ترتيب $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{4}$ ننڍ وڏائي ترتيب $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{4}$

مشق 7.2

1. 80% **2.** 60% **3.** 5,610 **4.** 15,750 **5.** 4,000 رپيا **6.** 200ڪلوميٽر

7. 75% **8.** 20% **9.** 27°, 63° **10.** 110چورس ميٽر **11.** 28رپيا

مشق 7.3

(1) (i) فائدو: = $\frac{25}{3}$ % (ii) نقصان: = $\frac{32}{5}$ % (iii) فائدو: = $\frac{50}{3}$ %

(iv) نقصان: = $\frac{145}{6}$ % (v) فائدو: = 5.56% (2) فائدو: = 100رپيا ، $\frac{25}{6}$ %

(3) فائدو: = 50 رپيا ، $\frac{25}{6}$ % (4) نقصان 150 رپيا (5) 65,000 رپيا. (6) 1,275رپيا.

جائزي واري مشق 7

(1) فائدو: =160% (2) 25 % (3) عمران: 68.5%، پيٽر: 76.5% پيٽر جي ڪارڪردگي سٺي آهي.

(4) نقصان: = $\frac{20}{3}$ % (5) 897435.80 رپيا

جواب

6. (i) 5% (ii) 0.64% (iii) 0.8% (iv) 19% (v) $\frac{1}{2}$
(vi) 25% (vii) $\frac{3}{4}$ (viii) 130% (ix) $\frac{1}{10}$

7. **(a)** (i) 75 (ii) 62.5 (iii) $\frac{3}{10}$ (iv) 12.5
(v) 0.38 (vi) 43.2 (vii) خريدي قيمت (viii) فائدو

(b) (i) غلط (ii) صحيح (iii) صحيح (iv) غلط (v) غلط (vi) صحيح (vii) صحيح

مشق 8.1

1. (i) $x + 2 = 8$ (ii) $7 \times y > 2$ (iii) $6 + z < 4$

(2) (i) غلط (ii) صحيح (iii) غلط (iv) صحيح (v) غلط (vi) صحيح

(3) (i) ڪليل بيان (ii) ڪليل بيان (iii) ڪليل بيان نہ آهي.

4. (i) 9 (ii) 3 (iii) 6 (iv) 4 (v) 3 (vi) 6

مشق 8.2

1. (i) 1 (ii) 1 (iii) 2 (iv) 2 (v) 3 (vi) 2

2. (i) x (ii) x (iii) x, y (iv) x, y (v) x, y (vi) y, z (vii) x, y, z (viii) x, y, z

3. (i) 2 (ii) −3 (iii) 1 (iv) $\frac{1}{2}$ (v) 9 (vi) 10

4. (i) −7 (ii) 5 (iii) 2, 3 (iv) $1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{4}$ (v) 5 (vi) $\frac{1}{4}, 6$

(5) $(2xy, 140xy, \frac{1}{5}xy, \frac{1}{4}xy, \frac{1}{3}xy, -2xy, 5xy)$ هڪ جهڙا رُڪن آهن.
$(5lm$ ۽ $4lm)$ هڪ جهڙا رُڪن آهن، $(xz$ ۽ $-7xz)$ هڪ جهڙا رُڪن آهن.
$(xyz$ ۽ $-9xyz)$ هڪ جهڙا رُڪن آهن ۽ $(-2p$ ۽ $46p)$ هڪ جهڙا رُڪن آهن.

مشق 8.3

1. (i) $7x$ (ii) $12a$ (iii) $19lm$ (iv) $16xy$

2. (i) $11x$ (ii) $6a$ (iii) $20x$ (iv) 17 st

3. (i) $8a + 3b$ (ii) $10x + 9y + 8z$ (iii) $6pq + 2qr + 7pr$ (iv) $8c + 11d + 11f$

4. (i) $3x$ (ii) $12y$ (iii) $4x + 5y$ (iv) $30f - 10g - 20$

5. (i) $3x$ (ii) $21ab$ (iii) $2z$ (iv) $27xy$ (v) $5x + 2y$ (vi) $x - 5xb + 6y$

مشق 8.4

1. (i) $4x + 2y$ (ii) $-2a + 3b$ (iii) $-a - 2b$ (iv) $24\ell + 3m + 1$ (v) $5y - 46x$

2. (i) 6 and −10 (ii) (a) 9 (b) −8 (c) −5 (iv) $\frac{33}{4}$

3. (i) 0 (ii) −23 (iii) $-\frac{7}{2}$ (iv) $-\frac{1}{10}$ (v) −2 (vi) $-\frac{1}{20}$ (vii) $-\frac{2}{3}$ (viii) 80 (ix) $\frac{1}{4}$ (x) $\frac{16}{15}$

4. 16 **5.** (i) Rs $5x$ (ii) $5x + 3$ (iii) 153 رپيا.

جواب

جائزي واري مشق 8

1. (i) Rs $18x$ (ii) $9b + 5a$ (iii) $3x + 5$ (iv) $2y - \frac{2}{3}$ (v) $6 + p$

(2) (i) x ۽ 2 جي جوڙ اُپت (ii) y جي ٽيڻ مان 4 ڪٽ (iii) x ۽ 5 جي جوڙ اُپت (iv) s ۽ t جي ٻيڻ جي جوڙ اُپت (v) x ۽ y جي تفاوت جو اڌ

3. (i) 2 (ii) 1 (iii) 3 (iv) 4 (v) 3

4. $5x$، $3x + 4$ ۽ $6x + 5y + 7$ **5.** (i) $\frac{20}{3}xy$ (ii) $\frac{63}{5}ab$

6. (i) $8x + 13y$ (ii) $12b + 12c + 7d$ (iii) $20xy + 8x + 10y$

7. $x + 4y$ **8.** $x - 18y - 14z$

(9) (i) غلط (ii) غلط (iii) صحيح

10. (i) 9 (ii) 13 (iii) 6 (iv) 3 (v) 2

مشق 9.1

1. $x - 20 = 32$ **2.** $x + 8 = 15$ **3.** $5x = 35$ **4.** $\frac{16x}{4} = 4$

5. $x + 2 = 4$ **6.** $x - 15 = 5$ **7.** $2x + 4 = 20$

(8) مساوات $a = 15 + b$ جڏهن تہ a = منهنجي عمر ۽ b = پاءُ جي عمر

مشق 9.2

1. 15 **2.** 7 **3.** 6 **4.** 2 **5.** 10 **6.** 18 **7.** 12 **8.** 8

9. 4 **10.** 6 **11.** –3 **12.** 11 **13.** 4 **14.** $\frac{26}{3}$ **15.** $\frac{16}{3}$

مشق 9.3

1. 19 **2.** 36 رنسون **3.** 3 **4.** 5 **5.** 9 **6.** 1 سال **7.** 105 **8.** 32 رپيا

جائزي واري مشق 9

1. (i) $x + 4$ (ii) $x - 7$ (iii) $9x$ (iv) $\frac{y}{6}$ (v) $x + y$ (vi) $8x$

2. (i) $x - 3 = 10$ (ii) $3y + 5 = 17$ (iii) $2z + 4 = 20$ (iv) $7 - \frac{m}{2} = 4$

(v) $2x + 2 = 6$ (vi) $x + 8 = 3x$

3. (i) $\frac{21}{5}$ (ii) 9 (iii) 4 (iv) $\frac{11}{4}$ (v) 35 (vi) 6

4. 14 ميٽر **5.** 13 **6.** 8 **7.** 3 **8.** 16

مشق 10.1

(1) (i) 5 س. م (ii) 8.3 س. م (iii) 7.8 س. م (iv) 10.0 س. م

(2) (i) 2 س. م (ii) 1.5 س. م (iii) 2.1 س. م (iv) 1.8 س. م (v) 1.5 س. م

جواب

جائزي واري مشق 10

(2) (i) 9.8 س. م (ii) 0.8 س. م (iii) 2.3 س. م (6) $\overline{PQ}$

(8) (i) ب (ii) الف (iii) ب (iv) ج

(9) (i) غلط (ii) غلط (iii) صحيح (iv) صحيح (v) غلط

مشق 11.1

(1) (الف) 20 س. م، 25 چورس س. م (ب) 114 س. م، 12.25 چورس س. م (ج) 30 س. م، 30 چورس س. م

(2) (الف) 16 س. م، 15 چورس س. م (ب) 17 س. م، 15 چورس س. م

( ) 15 س. م، 12.96 چورس س. م (د) 24 س. م؛ 20 چورس س. م

(3) (الف) 15 س.م، 12.5 چورس س. م (ب) 20 ميٽر، 25 چورس س. م

(4) (الف) 12 س. م (ب) 12.5 س. م (5) (الف) 30 س. م (ب) 52.7 چورس س. م

مشق 11.2

(1) (i) 350 چورس س. م (ii) 800 چورس س. م (iii) 430 چورس س. م

(2) 550 چورس س. م (3) 400 چورس س. م

مشق 11.3

(1) 30،000 رپيا (2) 24،000 رپيا (3) بسمي وڏيڪ مفاصلو طيءِ ڪيو.

(4) 41 ميٽر. (5) 162,412.50 رپيا (6) 160,800 رپيا (7) 325 چورس ميٽر

مشق 11.4

(1) (a) $\overline{AE}$، 4 س.م (b) $\overline{OP}$، 4.5 س. م (c) $\overline{ZS}$، 4 س. م (d) $\overline{yT}$، 6 س.م

2. (i) 60 sq. cm (ii) 120 sq. cm (iii) 24.75 sq. cm (iv) 30.55 sq. cm

3. 16 cm **4.** 12 m **5.** 3 cm

مشق 11.5

1. (i) 22 sq. cm (ii) 8 sq. cm (iii) 30.25 sq. cm **2.** 35 sq. cm **3.** 8 cm

4. (i) 24 sq. cm (ii) 22.5 sq. cm (iii) 8.75 sq. cm (iv) 11.375 sq. cm

5. 16.5 sq. cm **6.** 16 cm **7.** 40 sq. cm

جائزي واري مشق 11

1. (i) 21.2 cm, 28.09 sq. cm (ii) 38 cm, 88 sq. cm

2. (i) 7.5 sq. cm (ii) 48 sq. cm (iii) 16.25 sq. cm

جواب

3. 244 sq. m **4.** 225 **5.** 4 cm **6.** 18 cm **7.** 10 cm **8.** 54 sq. cm
9. 67.5 sq. cm **10.** 40 sq. cm **11.** 8 cm **12.** 10 cm **13.** 20 sq. cm

(14) (i) چورس ايڪا (ii) ايڪا (iii) ضرب اُپت (iv) جوڙ اُپت (v) ڊيگهه، ويڪر (vi) پاسي جي ڊيگهه، 4 (vii) احاطو = $2(\ell + b)$
(viii) ايراضي = پايو x عمودي اوچائي (ix) ايراضي = $\frac{1}{2}$(پايو x عمودي اوچائي) (x) پايو= $\frac{h}{2}(b_1 + b_2)$

مشق 12.1

(1) (i) گولو (ii) سلينڊر (iii) ڪون (iv) ڪعب (v) ڪعب نما (vi) ڪعب نما

2. (i) (الف) 12 (ب) 6 (ج) 8 (ii) (الف) چوٽي (ب) 1 (iii) (الف)پاسي جي ڌار (ب) چوٽي

مشق 12.2

(1) (i) چورس س. م، ڪعب س. م (ii) چورس ملي ميٽر، ڪعب ملي ميٽر
(2) (i) 24 چورس س.م، 8 ڪعب س.م (ii) 86.5 چورس س. م، 48.75 ڪعب س. م
(iii) 73.5 چورس س.م، 42.875 س. م (iv) 48 چورس س. م، 18 ڪعب س. م
(3) (i) 125 ڪعب س. م (ii) 238.328 ڪعب س. م (iii) 15.625 ڪعب س.م
(4) (i) 216 ڪعب س. م (ii) 70 ڪعب س. م (iii) 17.5 ڪعب س.م

مشق 12.3

(1) 1,100 رپيا (2) 50 ڪعب ميٽر (3) 1,125,000 ڪعب س.م (4) 1,875 رپيا (5) 125 ڪعب ميٽر
(6) 8 (7) 1,800 رپيا (8) 65.45 ڪعب (9) 19,250 ڪعب س. م (10) 2,514.72 رپيا

جائزي واري مشق 12

1. (i) 8 (ii) 1 (iii) 6 (iv) 2 (v) 12

(2) ٽينس، بال، جاميٽري باڪس ۽ سِرَ
(3) (i) 37.5 چورس س. م، 15.625 ڪعب س. م (ii) 30.5 چورس س.م، 10.5 ڪعب سينٽيميٽر
(4) 13.5 چورس س. م، 3.375 ڪعب س. م (5) 21400 رپيا (6) 175.5

مشق 13.2

(5) (i) ٽينس (ii) ڪرڪيٽ (iii) هاڪي ۽ فٽ بال (6) (i) سائنس (ii) انگريزي (iii) سائنس
(7) (i) ڪلاس (ii) ڪلاس (iii) ڪلاس III، IV ۽ V

جائزي واري مشق 13

(1) (i) رياضي: 79 مارڪون (ii) سماجي اڀياس: 40 مارڪون (iii) اردو ۽ سنڌي: هرهڪ 50 مارڪون

(iv)

مضمون	سنڌي	اردو	انگريزي	سائنس	سماجي اڀياس	اسلاميات	رياضي
حاصل	50	50	60	70	40	78	79

(2) (i) صحيح (ii) صحيح (iii) غلط (iv) غلط
(3) (i) تصويري گراف (ii) بار گراف (iii) عمودي (iv) مواد (v) مواد